

Fundamentos de ingeniería económica

Gabriel Baca Urbina



Mc
Graw
Hill

Cuarta edición

**Fundamentos
de
INGENIERÍA
ECONÓMICA**

Cuarta edición

GABRIEL BACA URBINA

Maestro en Ciencias, UPIICSA, IPN
Profesor de la Sección de Posgrado, UPIICSA, IPN



MÉXICO • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA
LISBOA • MADRID • NUEVA YORK • SAN JUAN • SANTIAGO • AUCKLAND • LONDRES
MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI • SAN FRANCISCO • SINGAPUR
ST. LOUIS • SIDNEY • TORONTO

Director Higher Education: Miguel Ángel Toledo Castellanos
Director editorial: Ricardo A. del Bosque Alayón
Editor sponsor: Pablo E. Roig Vázquez
Editores de desarrollo: Lorena Campa Rojas
Supervisor de producción: José Alberto Fernández Uriza

Diseño de portada: Gabriel Martínez Meave / Kimera

Fundamentos de ingeniería económica
Cuarta edición

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra,
por cualquier medio, sin la autorización escrita del editor.



DERECHOS RESERVADOS © 2007 respecto a la cuarta edición en español por
McGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
A Subsidiary of The McGraw-Hill Companies, Inc.

Edificio Punta Santa Fe
Prolongación Paseo de la Reforma 1015, Torre A
Piso 17, colonia Desarrollo Santa Fe
Delegación Álvaro Obregón
C.P. 01376, México, D. F.
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana, Reg. Núm. 736

ISBN-13: 978-970-10-6113-8

ISBN-10: 970-10-6113-6

(ISBN edición anterior: 970-10-4016-3)

1234567890

09865432107

Impreso en México

Printed in Mexico

Esta obra se terminó de
imprimir en el 2007 en
Programas Educativos S.A. de C.V.
Carz. Chabacano No. 65-A
Col. Asturias C.P. 06850 Méx. D.F.
Empresa certificada por el Instituto Mexicano
de Normalización y Certificación A.C. Bajo la
Norma ISO-9002, 1994/NMX-CC-004 1995 con
el num. de registro RSC-048 y bajo la norma
ISO-14001:1996/SAA-1998, con el num.
de Registro RSGA-003

Contenido

Prefacio a la cuarta edición	ix
1. Generalidades de la ingeniería económica	1
Por qué se tiene que pagar por el uso del dinero	2
Situaciones que no puede analizar la ingeniería económica	3
Qué es la ingeniería económica y cuál es su aplicación	3
Por qué cambia el valor del dinero con el tiempo	4
Resumen	5
Preguntas y problemas	5
2. Conceptos básicos y equivalencia del dinero a través del tiempo	7
Conceptos básicos y representación gráfica de los flujos de efectivo	8
Conceptos básicos	9
Método de comprobación del resultado	10
Desarrollo de la fórmula que rige a la ingeniería económica	10
El diagrama de flujo de efectivo	13
Los pagos uniformes y el presente	17
El futuro y las series uniformes	22
Series gradiente y el presente	28
Series gradiente y el futuro	32
Interés nominal e interés efectivo	35
Interés continuo	38
Interés en periodos menores de un año	40
Uso de notación simplificada y tablas de factores	46
Problemas resueltos	48
Problemas propuestos	65
3. TMAR, VPN Y TIR	83
Generalidades	84
El proceso de toma de decisiones económicas	84
La tasa mínima aceptable de rendimiento (TMAR)	86
Métodos de análisis	88
Periodo de recuperación	88
El valor presente neto (VPN)	89
La tasa interna de rendimiento (TIR)	92

Desventajas en el uso de la TIR como método de análisis	94
Situaciones donde la TIR y el VPN conducen a decisiones contrarias	95
Comentarios adicionales sobre el VPN y la TIR	96
La tasa externa de rendimiento	96
La TMAR o costo de capital simple y mixto	97
Resumen	99
Problemas resueltos	99
Problemas propuestos	115
4. Costo anual uniforme equivalente (CAUE) y análisis incremental	133
Costo anual uniforme equivalente y análisis incremental	134
Costo anual uniforme equivalente (CAUE): conceptos y aplicaciones	134
Valor de salvamento	135
Vida útil del activo	136
Alternativas mutuamente exclusivas	136
Acuerdos de signos	136
Método del costo anual uniforme equivalente (CAUE)	137
Análisis incremental	140
Secuencia de pasos a seguir para realizar el análisis incremental	143
Uso de CAUE y análisis incremental en decisiones de reemplazo de equipo	144
Comparación de alternativas con vida útil distinta	149
La recuperación de capital (RC)	150
Equivalente capitalizado	152
La alternativa hacer nada	153
Resumen	153
Problemas resueltos	153
Problemas propuestos	162
5. La depreciación y el flujo de efectivo antes y después de impuestos	183
Depreciación y amortización	184
Depreciación en línea recta (LR)	185
Valor en libros del activo	186
Depreciación acelerada	189
Método de depreciación de suma de dígitos de los años (SDA)	189
Objetivos de la depreciación y la amortización	192
Flujo de efectivo antes y después de impuestos	192
El estado de resultados proyectado como base de cálculo de los flujos netos de efectivo (FNE)	193
Flujo neto de efectivo antes de impuestos y el efecto de la depreciación	196
Influencia de los costos financieros sobre los FNE en entidades exentas del pago de impuestos	199
El flujo neto de efectivo después de impuestos y el efecto de la depreciación	203
El flujo neto de efectivo y el financiamiento	205

Flujo de efectivo después de impuestos y el reemplazo de equipo por análisis de VPN incremental	209
Resumen	217
Problemas resueltos	217
Problemas propuestos	230
6. La inflación en la ingeniería económica	243
Generalidades	244
¿Qué es la inflación y cómo se mide?	244
Los flujos netos de efectivo y la inflación	247
Cómo se resuelve el problema de la inflación en ingeniería económica	247
Enfoque de análisis que excluye la inflación	247
Enfoque de análisis que incluye la inflación	247
Restricciones para el uso adecuado de ambos enfoques	248
Cálculo de la TIR con y sin inflación	249
El valor de salvamento y la inflación	254
La depreciación acelerada y la inflación	257
El financiamiento y la inflación	259
¿Qué significa cada resultado? y ¿cuál es el mejor método?	269
Problemas resueltos	270
Problemas propuestos	283
7. Oportunidades de inversión y su evaluación económica	295
Introducción	296
La creación de la moneda	296
La historia de la banca	298
Bosquejo de la historia de la banca en México	300
La creación de dinero	302
¿Por qué existen las tasas de interés y cómo se determina su valor?	310
El papel del Banco Central en una economía	311
El crecimiento económico y las decisiones del Banco Central	314
El mundo como una economía unificada	319
¿Cómo se crea el dinero y por qué existen las tasas de interés?	323
Historia del dinero y de las tasas de interés	326
Lo que debe significar una inversión y los factores que la afectan	329
Factores que determinan el valor de una moneda	331
Causas que originan las oportunidades de inversión y dónde tramitar inversiones	338
Alternativas de inversión	342
Valuación de las alternativas de inversión	352
Instrumentos que se venden con descuento (cupón cero)	353
Influencia en el precio del instrumento a cambios en la tasa de interés del mercado	357
Instrumentos de inversión a largo plazo con tasa fija de rendimiento	358
Otros instrumentos de tasa fija de interés	362
Inversiones de ingreso variable. Acciones preferentes y acciones comunes	363

Valuación de acciones preferentes	364
Valuación de acciones comunes	365
Con el aval de Grupo Bimbo, Lara se renueva	366
Resumen	371
Problemas propuestos	371
8. Inversiones en el sector público	375
Introducción	376
Método tradicional utilizado para tomar decisiones de inversión en el sector público	378
Cómo funciona el método beneficio-costo	380
Problemas metodológicos que enfrenta el análisis beneficio-costo	381
Definición de las características de bienestar social	385
Análisis beneficio-costo en Estados Unidos	388
El análisis beneficio-costo en los países latinoamericanos	394
La ética y la filosofía en la evaluación social	401
Resumen	404
Problemas resueltos	405
Problemas propuestos	412
Apéndice 1 Aplicación práctica de la ingeniería económica	417
Antecedentes	417
Presentación de los diferentes métodos de depreciación vigentes en México	419
Línea recta con cargos actualizados: Artículo 41 de la LISR	419
Deducción de las inversiones	419
Actualización de la deducción por depreciación	419
Deducción inmediata de inversiones: Artículo 51 de la LISR	420
Suma de dígitos de los años	420
Evaluación económica utilizando los diferentes métodos de depreciación sin considerar inflación	421
Consideraciones adicionales	422
Evaluación con depreciación en línea recta	422
Evaluación con deducción inmediata sin inflación	422
Evaluación con SDA sin inflación	423
Evaluación económica considerando la inflación	424
Resumen del análisis del valor presente de las diferencias	435
Influencia de la depreciación y el nivel inflacionario en la recaudación de impuestos	441
Conclusiones y recomendaciones	444
Apéndice 2 Tablas de factores de interés discreto	447
Nomenclatura utilizada	447
Solución a los problemas	469
Índice	587

Prefacio a la cuarta edición

La cuarta edición contiene algunos cambios sustanciales con respecto a la edición anterior. El primero de ellos es que el capítulo 2, “Conceptos básicos y equivalencia del valor del dinero a través del tiempo”, fue reescrito totalmente; es decir, se explican los mismos conceptos básicos de la materia, pero de un modo novedoso, producto de la experiencia docente del autor. Por ejemplo, las fórmulas que relacionan a las series uniformes con el presente y el futuro se muestran hasta en sus detalles más finos.

Asimismo, las fórmulas que relacionan las series de gradiente con el presente y el futuro, pero sobre todo aquellas que tratan al Interés nominal y al interés efectivo, son explicadas de una nueva forma que ha sido probada en cursos universitarios y que resulta más efectiva en los procesos de aprendizaje de la materia.

El complemento de esta nueva versión del capítulo 2 es la adición de algunos “Problemas resueltos” que explican con más detalle la solución, y con los cuales se busca facilitar al estudiante la tarea de resolver los “Problemas propuestos”.

En el capítulo 3, “TMAR, VPN y TIR”, se explica con mayor claridad el concepto de tasa interna de rendimiento (TIR), ya que aunque parezca sencillo, el concepto es uno de los más difíciles de aprehender para el estudiante universitario.

En el capítulo 5, “La depreciación y el flujo de efectivo antes y después de impuestos”, se muestra de forma más precisa y clara con un ejemplo adicional cuál es el procedimiento que debe seguirse cuando se realizan análisis de reemplazo de equipos, y sus implicaciones contables y fiscales cuando el equipo usado se vende a un valor igual, mayor y menor a su valor en libros.

En el capítulo 6, “La inflación en la ingeniería económica”, se presenta un ejemplo adicional sobre el cálculo de la rentabilidad al considerar diferentes formas de pagar un financiamiento; en éste se observa claramente cuál es el efecto que tiene el pago de impuestos sobre la rentabilidad y cuáles son las consecuencias para la empresa en términos del VPN obtenido, al pedir préstamos que son más caros y otros que son más baratos. En el texto se considera un *préstamo barato* cuando la tasa de interés del préstamo es menor a la TMAR de la empresa, incluyendo a la inflación; en tanto, un *préstamo caro* es aquel en el cual la tasa de interés del préstamo es mayor que la TMAR de la empresa, incluyendo a la inflación. Al final del capítulo se presenta una conclusión sobre el mejor modo de manejar préstamos en las empresas.

En el capítulo 7, “Oportunidades de inversión y su evaluación económica”, se incluye una buena cantidad de texto adicional a fin de explicar por qué debe existir una tasa de interés y por qué en algunos países, básicamente aquellos que están endeudados, como México y en general toda América Latina se han padecido altas tasas de inflación, lo que a su vez ha dado lugar a altas tasas de interés en los mercados internos. También se analizan con cierto detalle algunos hechos históricos que explican parte de las causas por las que somos países en vías de desarrollo, situación de la cual difícilmente hay esperanza de salir. Se espera que con esta explicación adicional, que aparece en esta nueva edición, los inversionistas actuales y potenciales tengan alguna ayuda adicional que los guíe en sus decisiones.

Además de las adiciones y modificaciones señaladas se revisaron todas las soluciones de los problemas y se modificó la redacción en algunos de ellos para hacerlos más claros y accesibles al estudiante. También se corrigieron errores encontrados, ya sea en la solución o simplemente al momento de transcribir los datos.

Quiero agradecer a todos los profesores y alumnos que, tanto en mi lugar de trabajo como en otras universidades que he visitado, me hacen valiosas observaciones para mejorar el texto. Mención especial merecen Evangelina Mora, Francisco García M., Jorge Sierra, Abel Muñoz y Alejandra Alcántara. Como siempre, también agradezco a mis queridos maestros su eterno apoyo, a mi esposa Margarita, a mis hijos Gabriel y Patricia Alejandra y a mi nieto Daniel. Por último, un agradecimiento sincero a todo el personal de McGraw-Hill México que interviene en la publicación de esta obra, especialmente a Pablo Roig, sin los cuales no sería posible su publicación.

Gabriel Baca Urbina

GENERALIDADES DE LA INGENIERÍA ECONÓMICA

En el mundo actual, ninguna persona adulta, por muy alejada que se encuentre de la civilización, puede vivir sin involucrarse con el manejo de dinero.

Hasta los aborígenes de cualquier tribu asiática o africana se ven en la necesidad de adquirir cierto tipo de bienes (principalmente ropa y alimentos) para subsistir, adquisición que implica el empleo del dinero.

Por otro lado, en el mundo llamado “civilizado”, cada día es más necesario comprender los términos elementales en el manejo del dinero. Sin hablar, por el momento, de la gran carpa de los negocios, piénsese en una persona que quiere comprar un mueble para su hogar a quien el vendedor le dice: “lo que usted desea vale \$100 de contado, pero tenemos un plan de pago con 15% de enganche y 24 mensualidades de \$6.50; y si usted, en el próximo diciembre, paga otro 20% del valor inicial, entonces podrá elegir entre reducir el monto de las mensualidades restantes, o bien, reducir el número de pagos...”

Este tipo de situaciones son frecuentes en nuestros días, donde el comprador decide más por gusto o por una situación económica personal forzada que tiene una base analítica simple. Es obvio que en la mayoría de los casos el vendedor es quien gana, pues el comprador paga más intereses al no elegir el mejor plan de pagos.

En situaciones más serias, la mayoría de los profesionales de cualquier rama de la administración y la ingeniería se enfrentan en su trabajo a situaciones en las cuales tienen que tomar decisiones que involucran dinero. Es decir, decisiones cotidianas en las empresas tales como:

- ① Aumento de personal eventual o pago de turnos extra.
- ① Justificación de un aumento de publicidad sólo a cambio de ciertos beneficios en ventas.
- ① Creación de un departamento de investigación y desarrollo sin beneficios inmediatos, sino a largo plazo.
- ① Apertura de nuevas sucursales.
- ① Elaboración de nuevos productos.
- ① Reemplazo de maquinaria obsoleta.
- ① Adquisición de nueva maquinaria o rentarla sólo por un tiempo.
- ① Financiar el crecimiento de la empresa con un préstamo bancario o con la retención de utilidades.
- ① Crear una fábrica totalmente nueva.
- ① Elegir entre dos procesos alternativos, etcétera.

Este tipo de decisiones, y otras más dentro del ámbito industrial y de negocios, tienen una base monetaria. Por lo anterior, el personal responsable de decidir en las empresas (administradores e ingenieros) por fuerza necesita tener los conocimientos indispensables para tomar cada vez mejores decisiones económicas, pues del resultado de la mayoría de ellas dependerá que la empresa sobreviva en un mundo empresarial cada vez más competitivo. De hecho, cada día son más las instituciones educativas de nivel superior que introducen en el contenido curricular de sus licenciaturas, relacionadas con la actividad industrial de cualquier tipo, materias que tienen que ver con aspectos económicos.

Por qué se tiene que pagar por el uso del dinero

El dinero, como cualquier otro bien, tiene un valor intrínseco. Un hombre puede tener una casa o puede cambiarla por dinero en efectivo, o tener un auto y cambiarlo por dinero en efectivo. Si este hombre no es dueño de una casa y necesita utilizar una, deberá rentarla, es decir, tendrá que pagar por ello; asimismo, si no posee un auto y necesita utilizar uno, deberá pagar una renta, no importa si es por media hora, como en el caso de un taxi, o por un día o un mes. Del mismo modo, si este hombre no tiene dinero y lo necesita, deberá pagar cierta cantidad por tenerlo.

En general, se puede decir que el uso de bienes ajenos con valor intrínseco implica necesariamente un pago por ese uso. Al contrario, si nadie utiliza esos bienes, su propietario no obtendrá ganancia alguna. Tal inactividad sería igual a tener un taxi sin circular o guardar dinero debajo del colchón.

Situaciones que no puede analizar la ingeniería económica

Alguien podrá pensar, con justa razón, que si adquiere dólares y los guarda bajo el colchón con la esperanza de que suceda el rumor de una devaluación de la moneda (llámese pesos, bolívares, yenes...) habrá obtenido ganancias en forma inmediata a pesar de que su dinero permanece inmóvil. Lo anterior invalidaría la declaración de que el dinero sólo gana más dinero si se usa. Sin entrar en detalles que no corresponden a este texto, ésta es una situación especulativa y si la persona compró \$1 000 dólares, después de la devaluación tendrá los mismos \$1 000 dólares, aunque en su país, en forma momentánea, tenga más dinero y, por lo tanto, más poder adquisitivo, situación que se compensa al poco tiempo.

Inversiones especulativas como la compra de dólares con la esperanza de una devaluación a corto plazo, la adquisición de grandes cosechas y su almacenamiento u ocultación con la esperanza de que suba su precio base o que su escasez ocasione un aumento de precio, no son sujetas al análisis económico tradicional, pues en todas las inversiones especulativas siempre hay la expectativa de que algo extraordinario suceda y que esto sea lo que origine una ganancia adicional. Por lo tanto, el análisis y la evaluación económica de inversiones especulativas quedan fuera del alcance de este texto.

Qué es la ingeniería económica y cuál es su aplicación

Hace algunos decenios, hasta antes de la Segunda Guerra Mundial, los bancos y las bolsas de valores de los países eran las únicas instituciones que manejaban términos como interés, capitalización, amortización... Sin embargo, a partir de los años cincuenta, con el rápido desarrollo industrial de una gran parte del mundo, los industriales tuvieron la necesidad de contar con técnicas de análisis económico adaptadas a sus empresas, a fin de crear en ellas un ambiente para tomar, en toda ocasión, decisiones orientadas siempre a la elección de la mejor alternativa.

Así, como los viejos conceptos financieros y bancarios pasan ahora al ámbito industrial y particularmente al área productiva de las empresas, a este conjunto de técnicas de análisis para la toma de decisiones monetarias empieza a llamársele ingeniería económica.

De esta forma, con el paso del tiempo se desarrollan técnicas específicas para situaciones especiales dentro de la empresa como:

- Análisis sólo de costos en el área productiva.
- Reemplazo de equipo sólo con análisis de costos.
- Reemplazo de equipo involucrando ingresos e impuestos.
- Creación de plantas totalmente nuevas.
- Análisis de la inflación.
- Toma de decisiones económicas bajo riesgo, etcétera.

Conforme el aparato industrial se volvía más complejo, las técnicas se adaptaron y se volvieron más específicas. Por lo tanto, la ingeniería económica o análisis económico en la ingeniería se convirtió en un conjunto de técnicas para tomar decisiones de índole económica en el ámbito industrial, considerando siempre el valor del dinero a través del tiempo.

En el nombre, la ingeniería económica lleva implícita su aplicación, es decir, en la industria productora de bienes y servicios. Los conceptos que se utilizan en análisis financiero, como las inversiones en bolsas de valores, son los mismos, aunque para este caso también se han desarrollado técnicas analíticas especiales.

Por qué cambia el valor del dinero con el tiempo

Hay un fenómeno económico conocido como inflación, el cual consiste en la pérdida del poder adquisitivo del dinero con el paso del tiempo. Ningún país en el mundo está exento de la inflación, ya sea que tenga un valor bajo, de 2 a 5% anual en países desarrollados, o por arriba de 1 000% anual, como en algunos países de América del Sur. Nadie puede escapar de ella. De la misma forma, nadie sabe con certeza por qué es necesaria la inflación o por qué se origina en cualquier economía. Lo único que se aprecia claramente es que en países con economías fuertes y estables la inflación es muy baja, pero nunca de cero. No es objeto de este texto estudiar el efecto inflacionario desde el punto de vista de la teoría macroeconómica.

Lo único en que se hace énfasis es que el valor del dinero cambia con el tiempo debido principalmente a este fenómeno; de lo contrario, es decir, si no hubiera inflación, el poder adquisitivo del dinero sería el mismo a través de los años y la evaluación económica probablemente se limitaría a hacer sumas y restas simples de las ganancias futuras.*

Pero sucede lo opuesto. Es posible, mediante algunas técnicas, pronosticar cierto ingreso en el futuro. Por ejemplo, hoy se adquiere un auto por \$20 000 y se espera venderlo dentro de cinco años en \$60 000, en una economía de alta inflación. El valor nominal del dinero, por la venta del auto, es mucho mayor que el valor actual;

*Sin embargo, no debe olvidarse la capacidad todavía más importante del dinero de generar ganancias o riqueza en el transcurso del tiempo.

sin embargo, dadas las tasas de inflación que se tendrán en los próximos cinco años, el valor de \$60 000 traído o calculado a su equivalente al día de hoy, resulta mucho más bajo que \$20 000.

Este fenómeno de “ilusión monetaria” se presenta en mayor o menor proporción en cualquier país que padezca la inflación. Es aquí donde interviene la ingeniería económica, que intenta resolver el problema del cambio en el valor del dinero a través del tiempo. La solución que aporta consiste en calcular el valor equivalente del dinero en un solo instante de tiempo. Si retomamos el ejemplo del auto sería erróneo afirmar que éste se podrá vender dentro de cinco años al triple de su valor. Aunque es cierto en términos nominales, es decir, sólo por lo que se observa en las cifras, para hacer una adecuada comparación se debe obtener el poder adquisitivo real, tanto de los \$20 000 como de los \$60 000 en cierto punto en el tiempo, que puede ser el momento de adquirir el auto o el momento de venderlo. Cuando se calcula el valor real del dinero en esta situación es posible percibir la “ilusión monetaria” de que se habló.

Parece claro que en tanto se cuente con las técnicas analíticas adecuadas y se pueda comparar el poder adquisitivo real del dinero en determinados instantes de tiempo, se estará capacitado para tomar mejores decisiones económicas. Ésta es la ayuda que presta la ingeniería económica a los administradores de negocios.

RESUMEN

En un mundo cada vez más competitivo en el ámbito de los negocios es necesaria la ingeniería económica por dos razones fundamentales:

- ❖ Proporciona las herramientas analíticas para tomar mejores decisiones económicas.
- ❖ Esto se logra al comparar las cantidades de dinero que se tienen en diferentes periodos de tiempo, a su valor equivalente en un solo instante de tiempo, es decir, toda su teoría está basada en la consideración de que el valor del dinero cambia a través del tiempo.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Si usted tuviera una cantidad de dinero razonable, determine con argumentos válidos, ¿cuál sería el orden de su preferencia para invertirlo?
 - a) Depósito en un banco suizo.
 - b) Compra de bienes raíces.
 - c) Instalar un negocio.
 - d) Compra de acciones en la bolsa de valores.

2. Suponga que usted ha trabajado para el gobierno durante 35 años y piensa retirarse. El gobierno le ofrece dos opciones:
 - a) Le proporciona una cantidad en efectivo única de acuerdo con la ley, pero no le otorga pensión de por vida ni le mantiene los servicios médicos.
 - b) Le otorga una pensión mensual hasta su muerte y le mantiene los servicios médicos por el mismo periodo.
¿En qué debe basarse para tomar una decisión adecuada?
3. Usted desea comprar un equipo de videograbación que es caro. Puede pagarlo de contado pues tiene dinero ahorrado en el banco. También puede comprar el equipo a crédito, o bien, puede comprarlo de contado con su tarjeta de crédito personal, la cual, por supuesto, le cobrará determinado interés por financiar la compra.
¿En qué debe basar su decisión para usar, de la manera más adecuada, su fuente de fondos en la compra que usted desea?
4. Usted jugó a la lotería con la Cruz Roja Mexicana y obtuvo el premio mayor, que consiste en 1 000 centenarios. Si decide no gastar el dinero hasta dentro de cinco años, ¿qué factores debe analizar para decidir si mantiene los centenarios o si los cambia por dinero en efectivo y ahorra ese dinero en el banco?

CONCEPTOS BÁSICOS Y EQUIVALENCIA DEL DINERO A TRAVÉS DEL TIEMPO

OBJETIVO GENERAL

- ◆ Al terminar el capítulo el estudiante podrá resolver problemas relacionados con el valor del dinero a través del tiempo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ◆ El estudiante conocerá la fórmula fundamental de la ingeniería económica y la podrá aplicar en la solución de problemas.
- ◆ El estudiante conocerá y aplicará la fórmula de gradiente en la solución de problemas.
- ◆ El estudiante conocerá y aplicará el concepto de interés nominal e interés efectivo en la solución de problemas.

Conceptos básicos y representación gráfica de los flujos de efectivo

En cualquier tipo de entidad, ya sea física o moral, siempre se presenta el movimiento de dinero. Una persona física que es económicamente activa, percibirá dinero por su trabajo y gastará todo o parte de ese monto para comprar satisfactores que le permitan vivir. En el caso de una persona moral, es decir, empresas o instituciones, el movimiento del dinero es más evidente, ya que su actividad diaria implica el movimiento de dinero. Así, comprará materias primas o servicios, los transformará y a su vez venderá esos productos o servicios a otras empresas o a personas físicas. Cualquiera de esas actividades implica dos formas de usar el dinero: la primera ocurre dentro de la organización, es decir, cuando se percibe dinero por la venta de sus productos o servicios; la segunda forma de usar el dinero tiene lugar hacia fuera de la organización, cuando ésta paga por cualquiera de los insumos que ha consumido o por los que va a necesitar para la elaboración de productos o la prestación de servicios.

El gran problema que siempre ha existido con el manejo del dinero es que su valor cambia con el paso del tiempo. El cambio de valor quiere decir cambio de poder adquisitivo. Es muy sencillo comprobar esto: tenga a la mano \$1 000 unidades de su moneda local, llámese pesos, australes, reales, dólares, euros, etc., y compre en un mercado cierta cantidad de productos, por ejemplo, n kg de carne, n litros de leche, etc. Deje pasar unos meses y después regrese con las mismas \$1 000 unidades monetarias, lo más seguro es que comprará una cantidad menor de los mismos productos que adquirió inicialmente. Lo anterior indica un cambio en el poder adquisitivo del dinero. Asimismo, este cambio será proporcional con la *inflación* que haya prevalecido en la economía de aquel país durante el periodo considerado.

Aunque para muchas organizaciones la entrada o salida de dinero, a la cual se le llama *flujo de efectivo*, se produce a diario, los encargados de la contabilidad en las organizaciones acostumbran realizar, expresar y declarar estos flujos de efectivo de forma mensual, y anualmente para efectos fiscales. Es importante mencionar que el flujo de efectivo se considera *positivo* cuando entra dinero a la organización, y *negativo* si es que sale de ella, por ejemplo cuando se paga por los insumos.

A partir del hecho de que el dinero cambia su valor con el paso del tiempo, es preciso contar con técnicas, primero para representar los flujos de efectivo en diferentes periodos de tiempo, y posteriormente se requieren técnicas para calcular el cambio del valor del dinero a través del tiempo. Para hacer la presentación formal de los conceptos de la ingeniería económica, considérese el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 2.1 Una persona va a una pequeña tienda que vende artículos para el hogar en la localidad donde vive, quiere adquirir una TV cuyo costo de contado es de \$12 000 pero no tiene esa cantidad disponible, por lo que solicita al vendedor que le haga un plan de compra a crédito a seis meses. El vendedor le contesta que el plan que le puede ofrecer es el pago de seis mensualidades iguales, la primera se haría al

final del primer mes después de la compra; asimismo, le informa que el interés que cobra la tienda es de 3% mensual.

El comprador solicita que le hagan el cálculo del valor de cada pago mensual, por lo que el vendedor muestra el siguiente cálculo:

$$\$12\,000 \times 0.03 \times 6 \text{ meses} = \$2\,160 \text{ sólo de interés}$$

Si la deuda inicial es de \$12 000 + \$2 160 de interés, el total es de \$14 160, que dividido entre seis meses da como resultado una mensualidad de \$2 360.

Ante estas cifras el comprador manifiesta no estar de acuerdo porque, según el cálculo, cada mes él estará debiendo \$12 000, ya que el interés se carga seis veces sobre la misma deuda total. Considera injusta la forma de cálculo y piensa que con el pago de cada mensualidad la deuda remanente disminuye. En contraposición, el comprador le propone el siguiente cálculo al vendedor:

La deuda total de \$12 000 dividida entre seis meses arroja una deuda mensual de \$2 000, sobre la cual se debería cobrar el interés de 3% mensual; con ello, el interés mensual es de $\$2\,000 \times 0.03 = \60 , y el pago mensual es de $\$2\,000 + 60 = \$2\,060$.

Ante este cálculo, el vendedor protesta y asegura que está mal, ya que el procedimiento considera que desde el primer mes se deben sólo \$2 000, lo cual es falso porque al final del primer mes, antes de hacer el primer pago, el comprador debe \$12 000, más el interés acumulado que son \$360. Por lo tanto, el cálculo le perjudica en su ganancia.

Después de discutir un buen tiempo deciden que si no cuentan con un criterio que satisfaga a los dos es imposible encontrar un cálculo que sea válido para ambos. Analizan el hecho de lo injusto que es tanto considerar que todos los meses se deben \$12 000, como utilizar el criterio de que cada mes se deben sólo \$2 000. Y luego de dialogar por más tiempo por fin llegan a una conclusión que satisface a ambos, a la cual le llaman *criterio de pago justo* y la declaran con las siguientes palabras: *Sólo se deben pagar intereses sobre saldos insolutos, es decir, sobre la deuda no pagada o deuda pendiente.*

Sin embargo, el problema es que ahora no saben cómo hacer el cálculo correcto, y menos pueden comprobar si al realizar determinado cálculo la cifra obtenida para el pago mensual será la correcta.

Conceptos básicos

Una de las principales ventajas que tiene la ingeniería económica es que puede comprobarse que el resultado obtenido en cualquier problema es correcto (o incorrecto). Del ejemplo anterior, es evidente que ambos cálculos están mal. Una forma de comprobar el error consiste en tomar como base la declaración del criterio de pago justo para hacer un cálculo periodo a periodo, del cual va quedando el saldo insoluto luego de hacer el pago mensual correspondiente, y con ello se calcula el interés sobre ese saldo insoluto:

TABLA 2.1 Método de comprobación del resultado.

Periodo	0	1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6
Interés		12000 (0.03)	10000 (0.03)	7940 (0.03)	5818.2 (0.03)	3632.75 (0.03)	1381.73 (0.03)
		= 360	= 300	= 238.2	= 174.54	= 108.98	= 41.45
Saldo		+ 12000	+ 10000	+ 7940	+ 5818.2	+ 3632.75	+ 1381.73
Total		= 12360	= 10300	= 8178.2	= 5992.74	= 3741.73	= 1423.18
Pago		- 2360	- 2360	- 2360	- 2360	- 2360	- 2360
Nuevo Saldo	12000	= 10000	= 7940	= 5818.2	= 3632.75	= 1381.73	= -936.82

Método de comprobación del resultado

Si el cálculo fuera correcto, el saldo final debería ser cero. En caso de aceptar el plan de pago del vendedor, como se supuso que cada mes, durante todos los meses, siempre se debían \$12000, entonces el resultado es que se pagaría de más, en vez de pagar sólo \$1423.18 en el último mes, se estarían cobrando los \$2360 de la mensualidad acordada. Observe cómo el interés siempre se carga sobre la cantidad que va quedando como saldo insoluto en cada periodo, lo cual corresponde al renglón inferior. De esta misma forma, cuando se obtenga la solución correcta será posible comprobar la validez del resultado y el saldo deberá ser cero. El estudiante podrá comprobar que el otro plan de pago tampoco conduce a la solución correcta.

Desarrollo de la fórmula que rige a la ingeniería económica

Para resolver no sólo el asunto anterior, sino casi cualquier tipo de problema planteado por la ingeniería económica, se requiere de una fórmula que considere el cambio del valor del dinero a través del tiempo. Esta fórmula se va a desarrollar con un ejemplo.

EJEMPLO 2.2 Una persona deposita \$100 en un banco que paga un interés de 10% anual. No hace ningún retiro de dinero. ¿Cuánto tendrá acumulado en el banco después de tres años?

SOLUCIÓN

Llámesse *P* a la cantidad depositada en el presente (\$100).

Llámesse *i* al interés cobrado por periodo (10% anual).

Llámesse *F* a la cantidad acumulada en el futuro.

Llámesse *n* al periodo de tiempo necesario para ganar (o cobrar) un interés, un año en el caso del ejemplo.

Cantidad acumulada al final del periodo 1:

$$F_1 = 100 + 100(0.1) = 110$$

Debido a que no se retira dinero, el periodo 2 empieza con una cantidad acumulada de \$110, sobre la cual se ganará el nuevo interés:

$$F_2 = 110 + 110(0.1) = 121$$

De la misma forma, el tercer año se inicia con \$121 y sobre esa cantidad se van a generar intereses:

$$F_3 = 121 + 121(0.1) = 133.1$$

Entonces, la respuesta al problema es \$133.1.

Para desarrollar la fórmula se resuelve el mismo problema pero sólo con literales:

$$F_1 = P + Pi = P(1 + i)^1$$

La cantidad acumulada al final del periodo 1 es $(P + Pi)$ y sobre esa cantidad se gana un interés:

$$F_2 = P + Pi + i(P + Pi) = P + Pi + Pi + Pi^2 = P(1 + 2i + i^2) = P(1 + i)^2$$

El estudiante podrá comprobar este resultado si hace la operación:

$$(1 + i)(1 + i) = 1 + 2i + i^2$$

De manera similar para el tercer periodo se tiene:

$$\begin{aligned} F_3 &= P + Pi + Pi + Pi^2 + i(P + Pi + Pi + Pi^2) \\ &= P + Pi + Pi + Pi^2 + Pi + Pi^2 + Pi^2 + Pi^3 \\ &= P(1 + 3i + 3i^2 + i^3) = P(1 + i)^3 \end{aligned}$$

El estudiante podrá comprobar el resultado multiplicando:

$$(1 + i)(1 + i)(1 + i) = 1 + 3i + 3i^2 + i^3$$

De los resultados obtenidos se observa que el periodo coincide con el exponente, es decir, para el periodo 1 se obtuvo $F = P(1 + i)^1$, para el periodo 2 se obtuvo $F = P(1 + i)^2$ y para el periodo 3 $F = P(1 + i)^3$. En primer lugar es necesario comprobar si con la aplicación de la fórmula se obtienen los mismos resultados numéricos que ya se tenían:

$$F_1 = 100(1 + 0.1)^1 = 110$$

$$F_2 = 100(1 + 0.1)^2 = 121$$

$$F_3 = 100(1 + 0.1)^3 = 133.1$$

Como los resultados son idénticos, esto permite hacer una generalización de la fórmula como:

$$F = P(1 + i)^n$$

o su inversa

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

donde:

F = Cantidad acumulada en el periodo n .

P = Cantidad depositada en el presente.

i = Interés cobrado o ganado por periodo.

n = Periodo que debe transcurrir para ganar o cobrar un interés o periodo de capitalización del interés.

La fórmula 2.1 se denomina con cualquiera de los siguientes tres nombres:

1. *Fórmula de interés capitalizado.* Significa que el interés se convierte en capital, por lo tanto, para el siguiente periodo va a ganar un interés. Esto se puede observar en los resultados. Al final del primer periodo se acumulan \$110, donde \$10 es el interés ganado en el primer periodo. Para el segundo periodo se acumulan \$121, donde \$1 es el interés ganado sobre el interés del periodo previo, es decir $\$10(0.1) = \1 . En el tercer periodo, desde luego, pasa lo mismo, pero aquí ya no es tan evidente a partir del resultado obtenido.
2. *Fórmula de equivalencia del valor del dinero a través del tiempo.* Se puede decir que \$100 en el presente son equivalentes a \$133.1 dentro de tres años, siempre y cuando el interés anual sea de 10%:

$$F = 100(1 + 0.1)^3 = 133.1$$

La *equivalencia del dinero* se ejemplifica de la siguiente manera: el día de hoy usted compra por \$100 un conjunto de bienes y anota la cantidad comprada, por ejemplo, n litros de leche y n kg de carne; si dentro de tres años quisiera volver a comprar exactamente la misma cantidad de litros de leche y kilos de carne y si la tasa de interés del mercado (o la inflación) fuera de 10% en cada uno de los próximos tres años, necesitaría tener \$133.1. Es decir, la equivalencia es el mismo poder adquisitivo en diferentes periodos de tiempo. De la misma forma se puede decir que dentro de tres años \$133.1 serán equivalentes a \$100 de la actualidad, siempre y cuando la tasa de interés sea de 10% en cada uno de los próximos tres años.

Por lo tanto, para comparar flujos de dinero que aparecen en diferentes periodos de tiempo es preciso declarar también, como un requisito indispensable que:

Para comparar correctamente flujos de efectivo (dinero) que se encuentran en diferentes periodos hay que hacer la comparación en el mismo periodo y al valor equivalente de esos flujos de efectivo, esto es, el dinero se puede pasar a su valor equivalente hacia el

futuro, multiplicando por $(1 + i)^n$, o bien, se puede pasar del futuro hacia el presente a su valor equivalente dividiendo entre $(1 + i)^n$.

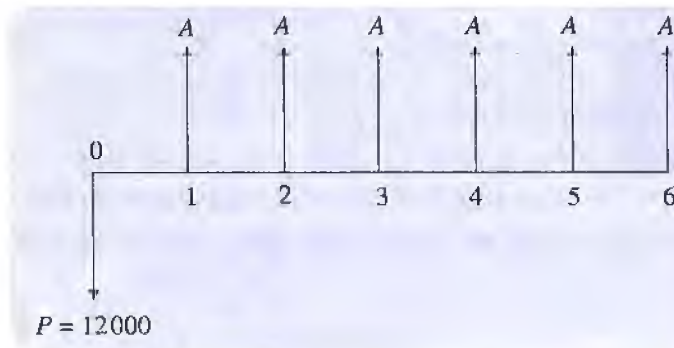
3. *Fórmula básica.* A la fórmula 2.1 también se le llama fórmula básica de la ingeniería económica, pues con ella se pueden resolver prácticamente todos los problemas planteados en esta área. De hecho, en muchos ejemplos se demostrará esta aseveración.

El diagrama de flujo de efectivo

Para resolver el ejemplo planteado inicialmente es preciso contar con una herramienta de diagramación que ayude a visualizar cómo fluye el dinero a través del tiempo. En esta herramienta, llamada *diagrama de flujo de efectivo*, el tiempo o periodo de análisis del problema se representa como una línea horizontal; el inicio se considera en el extremo izquierdo y el final en el extremo derecho de la línea. El dinero se representa con flechas hacia arriba y hacia abajo. Una flecha hacia arriba siempre va a representar ganancia, ahorro, beneficio, ingreso, etc., en tanto que una flecha hacia abajo siempre va a representar inversión, gasto, desembolso, pérdida, costo, etc. Es importante mencionar que en cualquier transacción económica siempre hay dos partes, un comprador y un vendedor, un prestador y un prestatario, etc., y que los diagramas de flujo de efectivo de ambos participantes son como imágenes de espejo.

En la gráfica 2.1 se observa el diagrama de flujo del vendedor. La flecha hacia abajo en el periodo cero indica que ha hecho una venta y que sus inventarios presentan una baja de \$12 000. A cambio de eso, el recibirá seis pagos mensuales por el mismo monto. La notación de la letra A representa los pagos mensuales y obedece a una razón histórica, ya que los estadounidenses designaron esa letra para denotar un pago anual (del inglés *annuity*), pero pasado el tiempo no importa si el pago es mensual, semanal, etc., se le sigue asignando la letra A. Por lo tanto, a partir de este momento la letra A va a denotar un pago uniforme o igual a lo largo de n periodos de tiempo.

GRÁFICA 2.1 Diagrama de flujo del vendedor del ejemplo 2.1.



Es sencillo imaginar que el diagrama de flujo para el comprador del mismo ejemplo es una imagen de espejo de la gráfica. 2.1, ya que el comprador llega a la tienda sin dinero y, una vez hecha la compra, sale del almacén con un artículo con valor de \$12 000, lo cual se representaría como una flecha hacia arriba; a cambio de eso, va a tener que hacer seis pagos mensuales iguales, lo cual se representaría con flechas hacia abajo. En estos problemas existe un periodo cero que denota el inicio del periodo de análisis, ya que si al final del primer mes se le llama mes 1, al mes anterior se le debe llamar mes cero o *periodo cero*.

SOLUCIÓN El ejemplo 2.1 aún no está resuelto, pero ahora ya se cuenta con elementos suficientes para hacerlo. Para resolver casi cualquier problema de ingeniería económica se debe hacer uso del *axioma o declaración básica* de esta área, el cual dice lo siguiente:

la cantidad de dinero que se debe es igual a la cantidad de dinero que se va a pagar, siempre que ambas cantidades de deuda y pago se comparen a su valor equivalente en el mismo instante de tiempo.

Supóngase que en el mismo ejemplo 2.1 la compra se hace de contado. Obviamente la cantidad de dinero que debe pagarse es \$12 000, ya que la cantidad de deuda y la cantidad de pago corresponden al mismo instante de tiempo, y no hay necesidad de obtener el valor equivalente de una ellas en otro momento. Ahora supóngase que se hace la misma compra, pero se acuerda pagar toda la deuda un mes después de haberla hecho. Es posible calcular la respuesta sin necesidad de saber de ingeniería económica, pues al final del primer mes se debería la cantidad inicial \$12 000, más el interés acumulado durante un mes que es: $12\,000(0.03) = 360$; por lo tanto, la respuesta es \$12 360. Sin embargo, si se plantea la solución formalmente se tiene:

GRÁFICA 2.2 Compra para pagar en un mes.



Expresando el resultado con la única fórmula que se tiene hasta este momento queda:

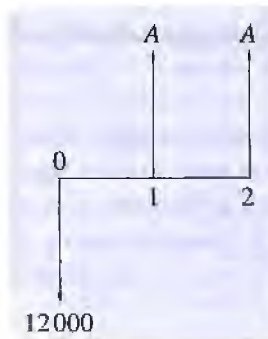
$$F = 12\,000(1.03)^1 = 12\,360$$

Obsérvese que lo que en realidad se hizo fue pasar a su valor equivalente a un mes, el valor del periodo cero. Si se hace uso de la declaración fundamental se diría: lo que se debe en el presente es igual a lo que se va a pagar dentro de un mes, siempre que ambas cantidades se comparen con su valor equivalente en el mismo instante de tiempo. Si se toma como punto de comparación al periodo cero, entonces se tiene que pasar el pago que se hace al final del primer mes a su valor equivalente en el presente:

$$12000 = \frac{F}{(1.03)^1}$$

Como se observa, es exactamente la misma fórmula; sin embargo, la forma de razonar y abordar el problema es distinta. Ahora supóngase que la compra se hace para liquidar la deuda en dos mensualidades iguales, que se pagarían al final de los meses 1 y 2. El diagrama de flujo es el siguiente:

GRÁFICA 2.3 Pago de la deuda en dos mensualidades iguales.



Obsérvese que ahora la solución de este problema es muy sencilla, si se plantea desde el punto de vista de la declaración fundamental: la cantidad que se debe es igual a la cantidad que se va a pagar, siempre que ambas cantidades se compren a su valor equivalente en el mismo instante de tiempo. También advierta que ahora a las mensualidades ya se les denota como A . Por lo tanto, habrá que pasar a las dos A a su valor equivalente al presente:

$$12000 = \frac{A}{(1.03)^1} + \frac{A}{(1.03)^2}$$

$$A = 6271.330049$$

Para resolver el ejemplo 2.1, el cual planteaba el pago de seis mensualidades iguales, se utiliza la gráfica 2.1 y la solución es:

$$12000 = \frac{A}{(1.03)^1} + \frac{A}{(1.03)^2} + \frac{A}{(1.03)^3} + \frac{A}{(1.03)^4} + \frac{A}{(1.03)^5} + \frac{A}{(1.03)^6} \quad 2.2$$

$$A = 2215.170005$$

Para verificar que este resultado es la solución correcta se tiene el método de comprobación (Tabla 2.1) y, además, ya se sabe que el saldo debe ser cero:

TABLA 2.2

0	→ 1	→ 2	→ 3
12000	$12000(1.03) =$ 12360 $- 2215.170005$ $= 10144.83000$	$10144.830(1.03) =$ 10449.7490 $- 2215.170005$ $= 8234.004895$	$8234.00489(1.03) =$ 8481.025042 $- 2215.170005$ $= 6265.855037$
	← 4	→ 5	→ 6
12000	$6265.855037(1.03) =$ 6453.830688 $- 2215.170005$ $= 4238.660683$	$4238.660683(1.03) =$ 4365.820503 $- 2215.170005$ $= 2150.650498$	$2150.650498(1.03) =$ 2215.170013 $- 2215.170005$ $= 0.000008$

Es importante observar que en la declaración básica no dice que el instante de comparación del dinero deba ser el presente o el periodo cero. Para resolver el ejemplo 2.1 se consideró como punto de comparación al presente, pero el dinero a su valor equivalente puede ser comparado en cualquier otro instante de tiempo. En las soluciones que se muestran se tomaron diferentes periodos de referencia:

$$t_1 \quad 12000(1.03)^1 = A + \frac{A}{(1.03)^1} + \frac{A}{(1.03)^2} + \frac{A}{(1.03)^3} + \frac{A}{(1.03)^4} + \frac{A}{(1.03)^5}$$

$$t_2 \quad 12000(1.03)^2 = A(1.03)^1 + A + \frac{A}{(1.03)^1} + \frac{A}{(1.03)^2} + \frac{A}{(1.03)^3} + \frac{A}{(1.03)^4}$$

$$t_3 \quad 12000(1.03)^3 = A(1.03)^2 + A(1.03)^1 + A + \frac{A}{(1.03)^1} + \frac{A}{(1.03)^2} + \frac{A}{(1.03)^3}$$

$$t_6 \quad 12000(1.03)^6 = A(1.03)^5 + A(1.03)^4 + A(1.03)^3 + A(1.03)^2 + A(1.03)^1 + A$$

Si se calcula la A en cada una de las soluciones anteriores, el resultado siempre será exactamente $A = 2215.170005$. Incluso, las soluciones posibles no son sólo 7 sino n , ya que la declaración básica no dice que el instante de referencia deba estar dentro del diagrama de flujo que representa al problema. Se recomienda al estudiante calcular la A para los periodos 4 y 5, pero además podrá hacer el cálculo para los instantes de tiempo -10 y $+20$, o cualesquiera otros periodos que seleccione.

Los pagos uniformes y el presente

Existe una fórmula muy sencilla para resolver el ejemplo 2.1:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad \text{y su inversa} \quad A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad 2.3$$

A la fórmula 2.3 se le conoce como aquella que relaciona los pagos uniformes y el presente. Aunque se puede utilizar cualquiera de las formas de la fórmula 2.3 para resolver el problema, no ocurre lo mismo desde el punto de vista del enfoque de solución. Si se quiere calcular directamente la A entonces:

$$A = 12\,000 \left[\frac{0.03(1.03)^6}{(1.03)^6 - 1} \right] = 2\,215.170\,005$$

Sin embargo, aunque el cálculo es directo, la fórmula por sí misma no explica qué sucede detrás de ella. Si se quiere utilizar la declaración básica mediante la fórmula 2.3, para iniciar la solución se dice: la cantidad que se debe, \$12 000, es igual a la cantidad que se va a pagar, que consiste en seis pagos uniformes (mensualidades), siempre que las cantidades se comparen con su valor equivalente en el mismo instante:

$$12\,000 = A \left[\frac{(1.03)^6 - 1}{0.03(1.03)^6} \right]$$

Aquí, el instante en que se está haciendo la comparación es el presente. Pero, ¿cómo se sabe esto? Porque la deuda de \$12 000 está en el presente y no fue modificada o pasada a su valor equivalente en algún otro instante de tiempo, y esto se sabe porque no está multiplicada o dividida por algún factor. Obsérvese que cuando se calculó la A tomando como referencia instantes distintos al presente, ésta siempre fue multiplicada por un factor que enviaba los \$12 000 a su valor equivalente al instante de referencia. Pero ¿cómo es que esta A resuelve el ejemplo 2.1 directamente?

De la fórmula 2.3, que es la solución del ejemplo 2.1, se hará una manipulación algebraica a fin de simplificar el cálculo y encontrar una fórmula que permita resolver problemas para cualquier n . Imagínese la enorme ecuación que se tendría que plantear si en un problema $n = 40$. A la ecuación 2.2 multiplíquese ambos lados por $\frac{1}{1+i}$.

$$\frac{12\,000}{(1+i)} = A \left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \frac{1}{(1+i)^4} + \frac{1}{(1+i)^5} + \frac{1}{(1+i)^6} + \frac{1}{(1+i)^7} \right] \quad 2.4$$

Restar 2.4 - 2.2:

$$\frac{12\,000}{(1+i)} - 12\,000 = \left[\frac{A}{(1+i)^2} - \frac{A}{(1+i)} \right] + \left[\frac{A}{(1+i)^3} - \frac{A}{(1+i)^2} \right] + \dots + \left[\frac{A}{(1+i)^6} - \frac{A}{(1+i)^5} \right] + \left[\frac{A}{(1+i)^7} - \frac{A}{(1+i)^6} \right]$$

Simplificando la ecuación anterior:

$$12\,000 \left[\frac{1}{(1+i)} - 1 \right] = A \left[\frac{1}{(1+i)^2} - \frac{1}{(1+i)} \right] \quad 2.5$$

Si se quiere comprobar que tanto la resta de ecuaciones y su simplificación son correctas, basta considerar que $i = 3\%$, hacer los cálculos, calcular A , y en ambos casos se comprobará que: $-349.51456 = -A 0.15778227$ y despejando $A = 2\,215.170005$, que es el resultado del ejemplo 2.1.

Siguiendo con la manipulación algebraica, se sabe que:

$$\frac{1}{(1+i)} - 1 = \frac{1}{(1+i)} - \frac{1+i}{1+i} = \frac{-i}{1+i}$$

Si de nuevo se quiere comprobar la veracidad de la igualdad anterior, sustituya $i = 3\%$ y compruebe el resultado. Por último, multiplique ambos lados de la fórmula 2.5 por $-(1+i)$:

$$P(i) = A \left[-\frac{(1+i)}{(1+i)^{n+1}} + \frac{1+i}{1+i} \right]$$

$$12\,000 = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

Al analizar la ecuación obtenida se observará que es la fórmula 2.3, de forma que es posible generalizar el resultado para toda P y para toda n , ya que la $n = 6$ obtenida es la n del ejemplo 2.1, es decir, la fórmula 2.3 es válida para resolver este tipo de problemas.

La fórmula 2.3, conocida como *fórmula condensada que relaciona al presente con pagos uniformes*, se utiliza de dos formas. Una es la ya mostrada en el ejemplo 2.1, donde se calcularon los pagos uniformes que deberían de hacerse si se contrae una deuda. La otra forma es:

EJEMPLO 2.3 Se vende un aparato eléctrico a crédito y bajo las siguientes condiciones: cubrir seis mensualidades iguales de \$2 215.170005 cada una, que se empezarán a pagar un mes después de hacer la compra. El interés que se cobra es de 3% mensual ¿Cuál es el precio de contado?

SOLUCIÓN Utilizando la fórmula 2.3:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] = 2\,215.170005 \left[\frac{(1.03)^6 - 1}{0.03(1.03)^6} \right] = 12\,000$$

Obsérvese un punto muy importante en los ejemplos 2.1 y 2.2, el primer pago siempre se hace al final del primer periodo (fin del primer mes). Esto lleva a definir las restricciones en el uso de la fórmula 2.3:

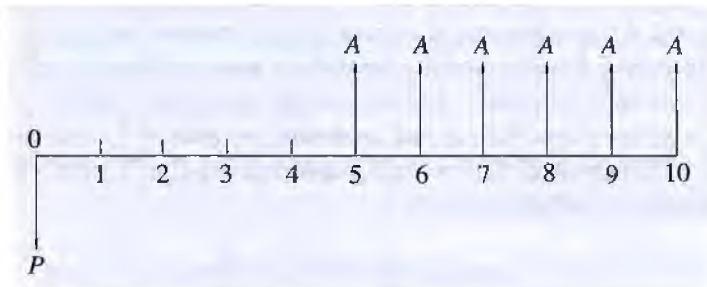
1. La primera A siempre está en el periodo 1.
2. La última A siempre está en el periodo n .
3. Los pagos (o depósitos) no se interrumpen.

Ahora obsérvese cómo se deberá utilizar la fórmula 2.3 si no se cumplen las restricciones mencionadas.

EJEMPLO 2.4 Un aparato eléctrico que tiene un precio de contado de \$12 000 se compra a crédito bajo las siguientes condiciones: interés mensual de 3%, pago de seis mensualidades iguales, cubriendo la primera mensualidad al final del quinto mes después de hacer la compra, por lo que la última mensualidad se paga al final del décimo mes. Calcular el valor de cada una de las seis mensualidades.

SOLUCIÓN En este problema se están violando las restricciones 1 y 2. El diagrama de flujo del ejemplo es:

GRÁFICA 2.4



Existen por lo menos dos formas distintas de resolver este ejemplo. Si se utiliza la fórmula básica y la declaración:

la cantidad que se debe es igual a la cantidad que se va a pagar, siempre que ambas cantidades se comparen con su valor equivalente en el mismo instante, y si se toma al tiempo presente como punto de comparación.

entonces:

$$12\,000 = \frac{A}{(1.03)^5} + \frac{A}{(1.03)^6} + \frac{A}{(1.03)^7} + \frac{A}{(1.03)^8} + \frac{A}{(1.03)^9} + \frac{A}{(1.03)^{10}}$$

Es la misma solución del ejemplo 2.1, pero cada una de las A debe ser llevada a su valor equivalente unos pocos periodos más. El resultado es:

$$A = 2\,493.193312$$

Para probar que el resultado es correcto utilice el mismo método de comprobación que se utilizó en el ejemplo 2.1. Recuérdese que el saldo final debe ser cero. Asimismo, para resolver el ejemplo con la fórmula 2.3 debe quedar claro cómo funciona esta fórmula. Si

$$12\,000 = A \left[\frac{(1+i)^6 - 1}{i(1+i)^6} \right]$$

$$\text{y} \quad 12\,000 = \frac{A}{(1.03)^1} + \frac{A}{(1.03)^2} + \frac{A}{(1.03)^3} + \frac{A}{(1.03)^4} + \frac{A}{(1.03)^5} + \frac{A}{(1.03)^6}$$

producen exactamente el mismo resultado numérico para A , como ya ha sido demostrado, entonces lo que hace la fórmula:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

es sumar una serie de cantidades uniformes (A) a su valor equivalente y depositar la suma un periodo antes de la primera A . Con este conocimiento se aborda la solución del ejemplo 2.4 y se sabrá que al aplicar dicha fórmula al pago de las mensualidades, éstas se sumarán a su valor equivalente y serán depositadas en el periodo 4, es decir, un periodo antes de la primera A . Recuérdese que un requisito básico para la solución de problemas es comparar el dinero en un mismo instante. Así, se tienen dos soluciones: comparar el dinero en el tiempo cero y comparar el dinero en el tiempo 4:

Comparación del dinero en t_0

$$12\,000 = A \left[\frac{(1.03)^6 - 1}{0.03(1.03)^6} \right] \left[\frac{1}{(1.03)^4} \right]$$

Comparación del dinero en t_4

$$12\,000(1.03)^4 = A \left[\frac{(1.03)^6 - 1}{0.03(1.03)^6} \right]$$

Por supuesto que se trata de un simple despeje, pero el razonamiento es muy distinto porque cambia el punto de comparación en el tiempo. No obstante, se podrá comprobar que ambos planteamientos llevan a la misma solución de $A = 2\,493.193312$. Es necesario aclarar que en la fórmula condensada en este tipo de problemas, la n es el número de pagos (cobros) y no es la n de todo el horizonte de análisis, es decir, el horizonte de análisis es 10 meses, pero sólo hay seis periodos donde existen flujos de efectivo en la forma de los pagos, por lo que la n de la fórmula es 6 y no 10.

Una cuarta forma de solución consiste en considerar el pago de 10 mensualidades, de los meses 1 al 10, y restar las mensualidades que no se cubren, es decir, se deben restar las mensualidades 1, 2, 3 y 4.

Compruébese que con esta nueva forma de solución se obtiene el mismo resultado de $A = 2493.193312$.

$$12000 = A \left[\frac{(1.03)^{10} - 1}{0.03(1.03)^{10}} \right] - A \left[\frac{(1.03)^4 - 1}{0.03(1.03)^4} \right] = A \left[\frac{(1.03)^{10} - 1}{0.03(1.03)^{10}} \right] - \frac{A}{(1.03)^1} - \frac{A}{(1.03)^2} - \frac{A}{(1.03)^3} - \frac{A}{(1.03)^4}$$

En tanto que la fórmula inversa:

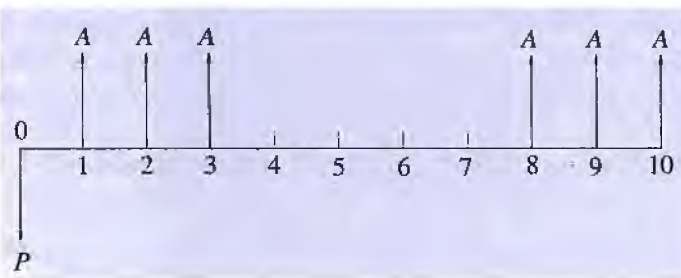
$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

tiene la función de calcular una serie uniforme de cobros (o pagos) a su valor equivalente, de los periodos 1 al n , a fin de conocer la cantidad que se debe o se va a cobrar, y que debe estar un periodo antes del primer pago (cobro). Esa cantidad no necesariamente debe estar en el presente.

EJEMPLO 2.5 Un aparato eléctrico que tiene un precio de contado de \$12000 se compra a crédito bajo las siguientes condiciones: interés mensual de 3%, pago de seis mensualidades iguales, las primeras tres mensualidades se pagan al final de los meses 1, 2 y 3, se suspenden los pagos en los meses 4, 5, 6 y 7, y las últimas tres mensualidades se cubren al final de los meses 8, 9 y 10. Calcular el valor de cada una de las seis mensualidades.

SOLUCIÓN En este ejemplo se están violando las restricciones 2 y 3 en el uso de la fórmula 2.3, ya que la primera A está en el periodo 1. El diagrama de flujo es:

GRÁFICA 2.5



La primera solución resulta de la fórmula básica:

$$12000 = \frac{A}{(1.03)^1} + \frac{A}{(1.03)^2} + \frac{A}{(1.03)^3} + \frac{A}{(1.03)^8} + \frac{A}{(1.03)^9} + \frac{A}{(1.03)^{10}}$$

La segunda solución se deriva de la fórmula condensada, pero ahora es preciso observar que se tienen dos series uniformes con tres A en cada una. Si se toma al tiempo cero como punto de comparación del dinero, se tiene:

$$12\,000 = A \left[\frac{(1.03)^3 - 1}{0.03(1.03)^3} \right] + A \left[\frac{(1.03)^3 - 1}{0.03(1.03)^3} \right] \left[\frac{1}{(1.03)^7} \right]$$

Una tercera solución consiste en comparar el dinero en el tiempo cero, considerar que se pagan 10 mensualidades y restar aquellas que no se cubren:

$$12\,000 = A \left[\frac{(1.03)^{10} - 1}{0.03(1.03)^{10}} \right] - A \left[\frac{(1.03)^4 - 1}{0.03(1.03)^4} \right] \left[\frac{1}{(1.03)^3} \right] = A \left[\frac{(1.03)^{10} - 1}{0.03(1.03)^{10}} \right] - \frac{A}{(1.03)^4} - \frac{A}{(1.03)^5} - \frac{A}{(1.03)^6} - \frac{A}{(1.03)^7}$$

En todos los casos se comprobará que $A = 2\,339.851\,202$. Como siempre, el estudiante tiene el método para comprobar que este resultado es correcto, tal y como se hizo en la tabla 2.2.

El futuro y las series uniformes

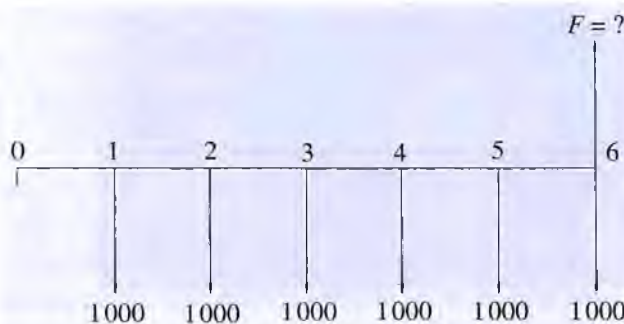
EJEMPLO 2.6 Una persona deposita \$1 000 cada mes durante los meses 1 al 6, en un banco que paga un interés de 2% mensual a sus ahorradores. No hace ningún retiro de dinero. ¿A cuánto asciende el monto que se acumula en el banco al momento de hacer el sexto depósito?

SOLUCIÓN

Datos: $A = 1\,000$; $i = 2\%$ mensual; $n = 6$; $F = ?$

El diagrama de flujo del ejemplo es:

GRÁFICA 2.6



Obsérvese que no hay ninguna cantidad en el periodo cero, puesto que en el ejemplo se especifica que los depósitos se van a realizar en los periodos del 1 al 6. Este ejemplo se va a resolver sin utilizar los conceptos de ingeniería económica:

TABLA 2.3

Periodo	1	2	3	4	5	6
CFP		→ 1 020.0	→ 2 060.400	→ 3 121.60800	→ 4 204.0402	→ 5 308.121
Depósito (D)	1 000	1 000.0	1 000.000	1 000.00000	1 000.0000	1 000.000
D + CFP	1 000	2 020.0	3 060.400	4 121.60800	5 204.0402	6 308.121
Interés ganado $i(D + CFP)$	20	40.4	61.208	82.43216	104.0808	
Cantidad de fin de periodo (CFP)	1 020	2 060.4	3 121.608	4 204.04020	5 308.1210	

Es posible utilizar la misma declaración básica inicial, pero ahora considerando que se trata de depósitos.

La cantidad que se deposita es igual a la cantidad que se puede retirar, siempre que ambas cantidades, de depósitos y de retiros, se comparen a su valor equivalente en el mismo periodo de tiempo.

Ahora se resuelve el ejemplo con la fórmula básica. El periodo de tiempo en el que se compara el dinero es el futuro, o el último periodo del horizonte de análisis del problema:

$$F = 1\,000(1.02)^5 + 1\,000(1.02)^4 + 1\,000(1.02)^3 + 1\,000(1.02)^2 + 1\,000(1.02)^1 + 1\,000 = 6\,308.121 \quad 2.6$$

t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6

A esta solución se le llamará fórmula 2.6. Hay que observar que el primer depósito del periodo 1 sólo permanece durante cinco periodos y gana 2% de interés mensual, por eso el primer término tiene un exponente de 5; en tanto que el depósito del periodo 6 no gana ningún interés, ya que en el ejemplo se pregunta sobre la cantidad que estará acumulada al momento de realizar el sexto depósito. Debajo de cada uno de los términos de la ecuación con la que se solucionó este ejemplo, se anotó el periodo al cual corresponden.

También aquí existe una fórmula condensada para resolver el problema de una manera directa:

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

o su inversa

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Sustituyendo valores:

$$F = 1000 \left[\frac{(1.02)^6 - 1}{0.02} \right] = 6\,308.121$$

La fórmula 2.7 se desarrolla mediante una manipulación algebraica de la solución por fórmula básica, a la cual se le llamó fórmula 2.6. Obsérvese que:

$$F = A[(1.02)^{6-1} + (1.02)^{6-2} + (1.02)^{6-3} + (1.02)^{6-4} + (1.02)^{6-5} + (1.02)^{6-6}] \quad 2.8$$

Multiplíquese la fórmula 2.8 por $(1+i)$:

$$F(1+.02) = A[(1+.02)^6 + (1+.02)^5 + (1+.02)^4 + (1+.02)^3 + (1+.02)^2 + (1+.02)^1]$$

Restar (2.8 - 2.7) y sustituir números por literales:

$$F(1+i-1) = A[(1+i)^6 - 1]$$

Simplificando y despejando F :

$$F = A \left[\frac{(1+i)^6 - 1}{i} \right]$$

A fin de generalizar la aplicación de la fórmula se dejó deliberadamente la $n = 6$. Es decir, mediante la manipulación hecha resultó que la n tiene un valor de 6 y la n del ejemplo 2.5 es 6, entonces se puede hacer una generalización de la cual resulta la fórmula 2.7. Sin embargo, para usar esta fórmula se deben tomar en cuenta las siguientes restricciones:

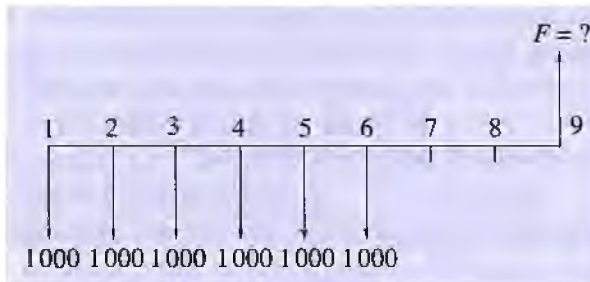
1. La primera A está en el periodo 1.
2. La última A está en el periodo n .
3. Los depósitos (pagos) no se interrumpen.

El ejemplo 2.6 fue elaborado con apego a estas restricciones; por ello, al utilizar directamente la fórmula fue posible resolver el problema. Pero ahora se presentan ejemplos en donde los datos no se ajustan a las restricciones, a fin de observar cómo se soluciona un problema mediante la fórmula 2.7.

EJEMPLO 2.7 Se depositan \$1 000 cada mes durante los meses 1 al 6, en un banco que paga un interés de 2% mensual. Si no se retira dinero, ¿cuánto se acumulará en el banco al final del noveno mes?

SOLUCIÓN Obsérvese que este ejemplo es muy similar al ejemplo 2.6, excepto que el sexto depósito se hace al final del sexto mes y el dinero acumulado se deja depositado tres meses más. Esto viola la restricción 2, ya que la n del ejemplo es 9, en tanto que sólo se hacen seis depósitos. El diagrama del ejemplo es:

GRÁFICA 2.7



La primera solución se consigue con la fórmula básica. Obsérvese que el depósito del mes 1 permanece durante ocho meses, ganando cada mes 2% de interés; en tanto, el último depósito, que corresponde al mes seis, permanece sólo tres meses.

$$F = 1000(1.02)^8 + 1000(1.02)^7 + 1000(1.02)^6 + 1000(1.02)^5 + 1000(1.02)^4 + 1000(1.02)^3 = 6694.22847$$

Si se quiere utilizar la fórmula 2.7 se debe tener muy claro cómo actúa o qué hace. Por ello, es importante recordar que la función de esta fórmula es:

sumar una serie uniforme a su valor equivalente y depositar la suma en el último periodo de la serie, haciendo énfasis en que el último depósito (pago) de la serie no gana ningún interés.

En el ejemplo esto significa que la fórmula va a sumar los seis depósitos de \$1 000 a su valor equivalente y los va a depositar al final del periodo seis, es decir, en el último periodo de la serie de seis depósitos. Una vez que se ha acumulado cierta cantidad al final del periodo seis, el dinero se deja depositado tres meses más, en los cuales ganará 2% de interés mensual.

$$F = 1000 \left[\frac{(1.02)^6 - 1}{0.02} \right] (1.02)^3 = 6694.22847$$

En este problema, de nuevo se observa que la n de la fórmula no es la de todo el horizonte de análisis del problema, es decir, nueve periodos, sino que debe ser 6, ya que es el número de depósitos que se realizan con base en las restricciones de uso de la fórmula condensada.

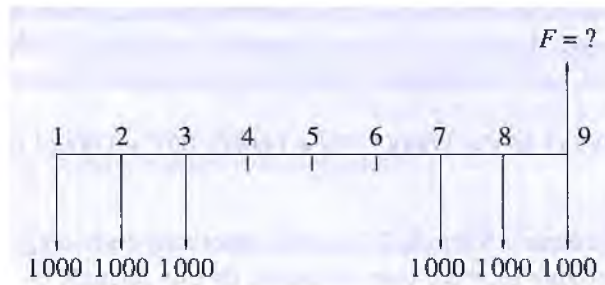
Una tercera solución implica considerar que se hacen nueve depósitos y luego restar aquellos meses donde no se deposita. De acuerdo con la forma en que trabaja la fórmula, se restan los últimos tres depósitos porque la fórmula indica que en el periodo n , que en este caso se supone que es 9, hay un depósito que ya no gana intereses.

$$F = 1000 \left[\frac{(1.02)^9 - 1}{0.02} \right] - 1000(1.02)^2 - 1000(1.02)^1 - 1000(1.02)^0 = 6694.22847$$

EJEMPLO 2.8 Una persona realiza seis depósitos de \$1 000 en un banco que paga un interés de 2% mensual. Hace 3 depósitos al final de los meses 1, 2 y 3, pero suspende los pagos en los meses 4, 5 y 6, y efectúa los últimos tres depósitos al final de los meses 7, 8 y 9. Si no se retira dinero, ¿cuánto se acumulará en el banco al momento de hacer el último depósito al final del noveno mes?

SOLUCIÓN El ejemplo es similar al 2.6, excepto que ahora se están violando la restricción de que los pagos (depósitos) no deben suspenderse. El diagrama de flujo es el siguiente:

GRÁFICA 2.8



La primera solución se consigue con la fórmula básica:

$$F = 1000(1.02)^8 + 1000(1.02)^7 + 1000(1.02)^6 + 1000(1.02)^2 + 1000(1.02)^1 + 1000 = 6506.907467$$

En la segunda solución se considera que existen dos series uniformes, la primera está en los periodos 1, 2 y 3; y la segunda serie se encuentra en los periodos 7, 8 y 9. Utilizando la fórmula 2.7 se tiene:

$$F = 1000 \left[\frac{(1.02)^3 - 1}{0.02} \right] (1.02)^6 + 1000 \left[\frac{(1.02)^3 - 1}{0.02} \right] = 6506.907467$$

La tercera modalidad de solución consiste en suponer una vez más que se hacen nueve depósitos, para luego restar a su valor equivalente, aquellos depósitos que no se hacen:

$$F = 1000 \left[\frac{(1.02)^9 - 1}{0.02} \right] - 1000 \left[\frac{(1.02)^3 - 1}{0.02} \right] (1.02)^3 = 6506.907467$$

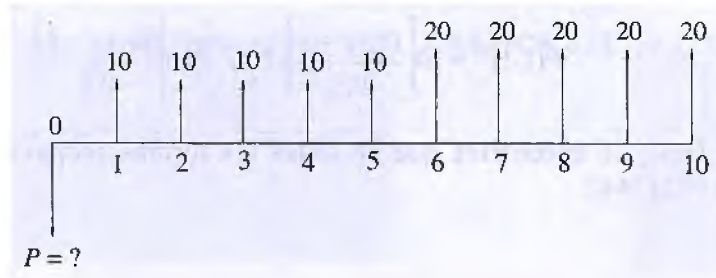
O bien, hacer la resta de las mensualidades una a una:

$$F = 1000 \left[\frac{(1.02)^9 - 1}{0.02} \right] - 1000(1.02)^5 - 1000(1.02)^4 - 1000(1.02)^3 = 6694.22847$$

La validez del resultado se comprueba mediante una tabla similar a la 2.3, es decir, se toman en cuenta los periodos en los que el dinero se queda depositado y obtiene un interés, pero no se registran depósitos adicionales en esos periodos.

EJEMPLO 2.9 De los flujos de efectivo que aparecen en la gráfica 2.8, calcular el valor de P con un interés de 10% por periodo.

GRÁFICA 2.9



SOLUCIÓN El cálculo de P se hará de varias maneras para demostrar la aplicación y flexibilidad que tienen las fórmulas presentadas hasta ahora. Así, por medio de la fórmula básica:

$$P = \frac{10}{(1.1)^1} + \frac{10}{(1.1)^2} + \frac{10}{(1.1)^3} + \frac{10}{(1.1)^4} + \frac{10}{(1.1)^5} + \frac{20}{(1.1)^6} + \frac{20}{(1.1)^7} + \frac{20}{(1.1)^8} + \frac{20}{(1.1)^9} + \frac{20}{(1.1)^{10}}$$

a) Se consideran dos series, una de cinco pagos uniformes de 10 cada uno, y otra de cinco pagos uniformes de 20 cada uno:

$$P = 10 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1(1.1)^5} \right] + 20 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1(1.1)^5} \right] \left[\frac{1}{(1.1)^5} \right]$$

b) Se considera que la serie es de 10 en cada término y se suma otra serie de 10 en los periodos 6 al 10.

$$P = 10 \left[\frac{(1.1)^{10} - 1}{0.1(1.1)^{10}} \right] + 10 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1(1.1)^5} \right] \left[\frac{1}{(1.1)^5} \right]$$

c) Se considera una serie de 10 términos, cada uno con un valor de 20 y se resta una serie de cinco términos de 10 de los primeros cinco periodos:

$$P = 20 \left[\frac{(1.1)^{10} - 1}{0.1(1.1)^{10}} \right] - 10 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1(1.1)^5} \right]$$

En todas las determinaciones anteriores se consideró al tiempo cero como punto de comparación del dinero. Ahora considérese a t_5 como punto de comparación:

$$P(1.1)^5 = 10 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1} \right] + 20 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1(1.1)^5} \right]$$

Ahora considérese a t_{10} como punto de comparación del dinero

$$P(1.1)^{10} = 10 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1} \right] (1.1)^5 + 20 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1} \right]$$

Al final, se encontrará que en todas las formas propuestas de solución $P = 84.98347442$.

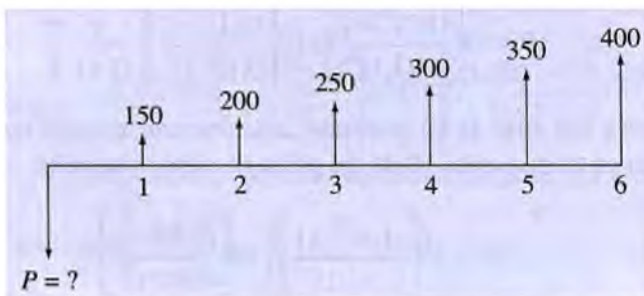
Series gradiente y el presente

En ingeniería económica se le llama *serie gradiente* a un diagrama de flujo que tiene la característica de que a partir del segundo periodo y por n periodos sucesivos presenta un incremento de una cantidad igual cada periodo, respecto de la cantidad que aparece en el primer periodo. A la cantidad en que se incrementa en cada periodo el flujo de efectivo se le llama *gradiente* y se denota con la letra G .

EJEMPLO 2.10 Una persona que compró un automóvil espera que los costos de mantenimiento sean de \$150 al final del primer año y que en los años subsiguientes aumente a razón de \$50 anuales. Si la tasa de interés es de 8% y se capitaliza cada año, ¿cuál será el valor presente de esta serie de pagos durante un periodo de seis años?

SOLUCIÓN Los datos del ejemplo son: $P = ?$; $i = 8\%$; primer pago = 150; $G = 50$. El diagrama de flujo es:

GRÁFICA 2.10

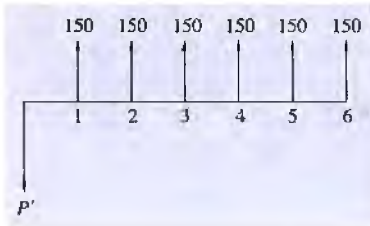


Como siempre, la primera opción de solución es la fórmula básica:

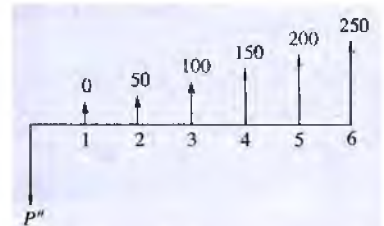
$$P = \frac{150}{(1.08)^1} + \frac{200}{(1.08)^2} + \frac{250}{(1.08)^3} + \frac{300}{(1.08)^4} + \frac{350}{(1.08)^5} + \frac{400}{(1.08)^6} = 1219.5956$$

El diagrama de la gráfica 2.10 puede descomponerse en dos diagramas que, al sumarse, den como resultado el diagrama original:

GRÁFICA 2.11



GRÁFICA 2.12



Desde luego que $P = P' + P''$.

Se observa que la suma de los dos diagramas produce el diagrama original. Asimismo, el diagrama de la gráfica 2.11 es una serie uniforme, cuya solución da origen a P' :

$$P' = \frac{150}{(1.08)^1} + \frac{150}{(1.08)^2} + \frac{150}{(1.08)^3} + \frac{150}{(1.08)^4} + \frac{150}{(1.08)^5} + \frac{150}{(1.08)^6} = 150 \left[\frac{(1.08)^6 - 1}{0.08(1.08)^6} \right] = 693.4319496$$

El diagrama de la gráfica 2.12 que da origen a P'' , se puede resolver con la fórmula básica:

$$P'' = \frac{0}{(1.08)^1} + \frac{50}{(1.08)^2} + \frac{100}{(1.08)^3} + \frac{150}{(1.08)^4} + \frac{200}{(1.08)^5} + \frac{250}{(1.08)^6} = 526.1636504$$

O bien, con la siguiente fórmula condensada:

$$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \tag{2.9}$$

Mientras que al sustituir los valores en 2.9:

$$P'' = \frac{50}{0.08} \left[\frac{(1+0.08)^6 - 1}{0.08} - 6 \right] \left[\frac{1}{(1+0.08)^6} \right] = 526.1636897$$

Como $P = P' + P'' = 693.4319496 + 526.1636897 = 1219.5956$.

La derivación de la fórmula 2.9 obedece también a la manipulación y simplificación algebraica.

De la solución numérica de P' :

$$P' = 50 \left[\frac{1}{(1.08)^2} + \frac{2}{(1.08)^3} + \frac{3}{(1.08)^4} + \frac{4}{(1.08)^5} + \frac{5}{(1.08)^6} \right] \quad 2.10$$

Para eliminar el aparente problema que representa el que la serie dentro de los corchetes empiece con el exponente 2, multiplique ambos lados de la ecuación 2.10 por $(1+i)$, es decir, por (1.08) :

$$P'(1.08) = 50 \left[\frac{1}{(1.08)^1} + \frac{2}{(1.08)^2} + \frac{3}{(1.08)^3} + \frac{4}{(1.08)^4} + \frac{5}{(1.08)^5} \right] \quad 2.11$$

Al restar 2.10 - 2.11:

$$P'(0.08) = 50 \left[\frac{1}{(1.08)^1} + \frac{1}{(1.08)^2} + \frac{1}{(1.08)^3} + \frac{1}{(1.08)^4} + \frac{1}{(1.08)^5} \right] - 50 \left[\frac{6}{(1.08)^6} \right]$$

Si se observa, la primera expresión entre corchetes es una serie uniforme con $A = 50$ y $n = 5$, lo cual lleva directamente a la fórmula 2.3, que ya había sido deducida, por lo tanto:

$$P' = \frac{50}{0.08} \left[\frac{(1.08)^6 - 1}{0.08(1.08)^6} - \frac{n}{(1.08)^6} \right]$$

Al multiplicar ambos lados de la ecuación por (1.08) y simplificar:

$$P' = \frac{50}{0.08} \left[\frac{(1.08)^6 - 1}{0.08} - 6 \right] \left[\frac{1}{(1.08)^6} \right]$$

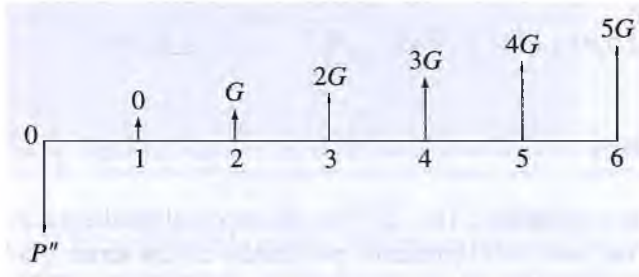
Esta última ecuación es la que llevó a la solución del ejemplo 2.10, y de ahí se puede generalizar sustituyendo los números por literales para obtener la fórmula 2.9. Sin embargo, es imprescindible observar dos aspectos importantes de la fórmula 2.9:

1. En una serie gradiente el valor del periodo 1 es cero, a pesar de esto la n que se considera en la fórmula siempre es la n de la serie uniforme del problema. En cuanto al ejemplo 2.9, la $n = 6$; asimismo, cuando la solución se descompone en dos partes, de la solución de P' se observa que la $n = 6$ y que en la solución de P'' con la fórmula de gradiente la n vuelve a ser 6, a pesar de que el valor del periodo 1 es cero, cuando se dibuja el diagrama de la serie gradiente (gráfica 2.12).
2. La fórmula 2.9 funciona de la siguiente manera para resolver series gradientes: suma todos los gradientes a su valor equivalente y deposita la suma dos periodos antes del primer gradiente. Esto es muy evidente en la solución, mediante la fórmula fundamental, de P'' en el ejemplo 2.9, ya que el primer gradiente está en el periodo 2.

$$P'' = \frac{0}{(1.08)^1} + \frac{50}{(1.08)^2} + \frac{100}{(1.08)^3} + \frac{150}{(1.08)^4} + \frac{200}{(1.08)^5} + \frac{250}{(1.08)^6} = \frac{50}{0.08} \left[\frac{(1.08)^6 - 1}{0.08} - 6 \left[\frac{1}{(1.08)^6} \right] \right]$$

Para mayor claridad se presenta el diagrama 2.12 con literales:

GRÁFICA 2.13

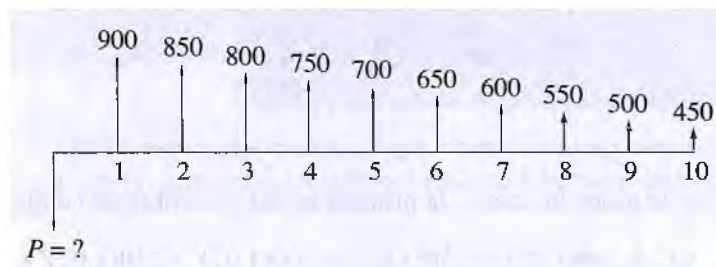


Se analizó un ejemplo con gradiente positivo o creciente, es decir, que las cantidades del gradiente se suman a la serie uniforme. A continuación se presenta un ejemplo donde el gradiente se resta:

EJEMPLO 2.11 Una comercializadora vende computadoras personales bajo las siguientes condiciones: se realiza un primer pago de \$900 un mes después de la fecha de adquisición, además de nueve pagos mensuales. Cada uno de estos pagos disminuye \$50 en comparación con el mes anterior, es decir, en el segundo mes se pagarán \$850, al final del tercer mes se pagarán \$800, etc. Si el interés que cobra la comercializadora es de 1% mensual, ¿cuál será el valor a pagar de contado por la compra de la computadora?

SOLUCIÓN Los datos son: $A = 900$; $G = 50$; $i = 1\%$; $n = 10$. El diagrama de flujo es el que se representa en la gráfica 2.14:

GRÁFICA 2.14



$$P = \frac{900}{(1.01)^1} + \frac{850}{(1.01)^2} + \frac{800}{(1.01)^3} + \frac{750}{(1.01)^4} + \frac{700}{(1.01)^5} + \frac{650}{(1.01)^6} + \frac{600}{(1.01)^7} + \frac{550}{(1.01)^8} + \frac{500}{(1.01)^9} + \frac{450}{(1.01)^{10}}$$

$$P = 6431.999345$$

De forma simplificada el cálculo es:

$$P = 900 \left[\frac{(1.01)^{10} - 1}{0.01(1.01)^{10}} \right] - \frac{50}{0.01} \left[\frac{(1.01)^{10} - 1}{0.01} - 10 \right] \left[\frac{1}{(1.01)^{10}} \right] = 6431.999345$$

Series gradiente y el futuro

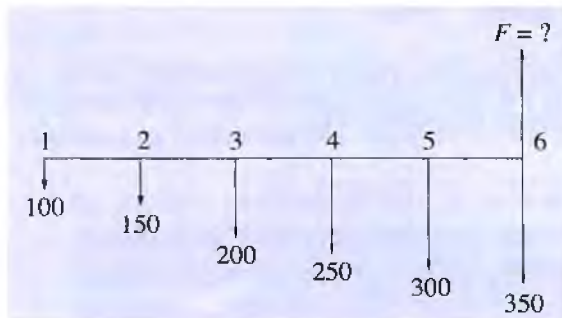
Así como en los ejemplos 2.10 y 2.11 se utilizaron el gradiente, positivo y negativo para calcular un valor en el presente, por medio de las series gradiente también es posible calcular un valor en el futuro. Véase el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 2.12 Una persona depositó \$100 en un banco al final del primer mes, y los depósitos sucesivos se incrementaron en \$50 cada uno, es decir, en el segundo mes depositó \$150, en el tercer mes depositó \$200, etc. Si el banco paga a sus ahorradores un interés de 2% mensual, ¿cuánto habrá acumulado esta persona en el banco al momento de hacer el sexto depósito?

SOLUCIÓN

Datos: $A = 100$; $G = 50$; $i = 2\%$; $n = 6$. El diagrama de flujo del ejemplo es:

GRÁFICA 2.15

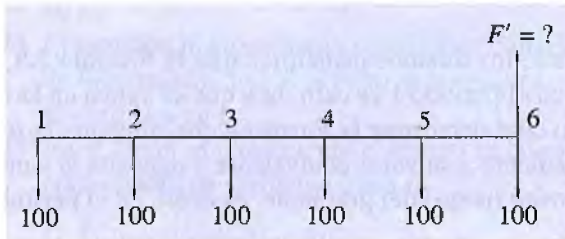


Como en todos los casos, la primera solución se obtiene con la fórmula básica:

$$F = 100(1.02)^5 + 150(1.02)^4 + 200(1.02)^3 + 250(1.02)^2 + 300(1.02)^1 + 350(1.0)^0 = 1401.1145030$$

Si se divide el diagrama de la gráfica 2.15 en dos, de manera que la sumatoria resulte en el diagrama original, entonces tales diagramas son como los numerados en las gráficas 2.16 y 2.17.

GRÁFICA 2.16

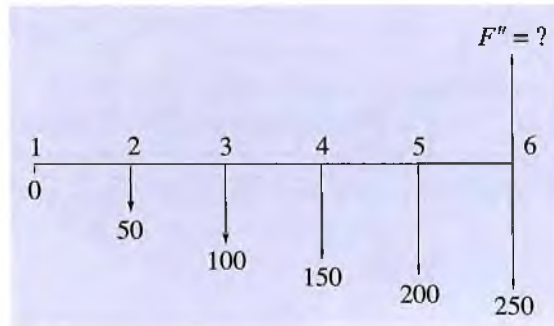


El diagrama de la gráfica 2.16 es una serie uniforme en la cual se calcula la cantidad que se acumula en el futuro, a partir de que se realizó una serie uniforme de depósitos (pagos). La determinación se hace al momento de realizar el pago (depósito) n , y el ejemplo se resuelve con la fórmula 2.7:

$$F' = 100 \left[\frac{(1.02)^6 - 1}{0.02} \right] = 630.8120963$$

Para la solución de F'' del diagrama de la gráfica 2.17 se utilizan los mismos principios que se argumentaron en la fórmula 2.9, excepto que ahora en vez de calcular una cantidad en el presente, se calcula una cantidad en el futuro:

GRÁFICA 2.17



Obsérvese en la fórmula 2.9 que, como el último término entre corchetes es lo que hace que la cantidad calculada sea enviada a su valor equivalente al presente:

$$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \tag{2.9}$$

De manera que al eliminar ese término se tiene la fórmula para enviar una serie gradiente al futuro.

$$F = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \quad 2.12$$

Esta fórmula tiene los mismos principios que la fórmula 2.9, es decir, a pesar de que el gradiente en el periodo 1 es cero, la n que se aplica en la fórmula es la n de la serie uniforme, lo cual determina la forma en que funciona la fórmula 2.12. Esto es, suma la serie gradiente a su valor equivalente y deposita la suma al momento de hacer el último depósito (pago) del gradiente, es decir, en el periodo n . Resolviendo F'' del ejemplo 2.11:

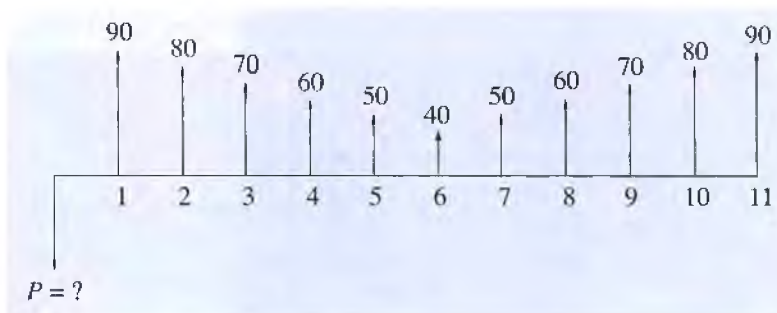
$$F'' = \frac{50}{0.02} \left[\frac{(1+0.02)^6 - 1}{0.02} - 6 \right] = 770.302378$$

$$F = F' + F'' = 630.8120963 + 770.302378 = 1401.114474$$

Esto se puede considerar un resultado igual al que se obtiene con la fórmula básica, y la diferencia se debe al redondeo que hacen las calculadoras. Es evidente que la fórmula de series gradiente para calcular una cantidad en el futuro, funciona para gradientes positivos y negativos (ascendentes y descendentes), tal y como funciona cuando se calculan cantidades en el presente y a partir de gradientes.

EJEMPLO 2.13 Calcule P en el siguiente diagrama utilizando exclusivamente fórmulas de gradiente y para una $i = 10\%$ por periodo.

GRÁFICA 2.18



SOLUCIÓN La forma más sencilla y segura de resolver este ejemplo es mediante la fórmula básica:

$$P = \frac{90}{(1.1)^1} + \frac{80}{(1.1)^2} + \frac{70}{(1.1)^3} + \frac{60}{(1.1)^4} + \frac{50}{(1.1)^5} + \frac{40}{(1.1)^6} + \frac{50}{(1.1)^7} + \frac{60}{(1.1)^8} + \frac{70}{(1.1)^9} + \frac{80}{(1.1)^{10}} + \frac{90}{(1.1)^{11}}$$

$$P = 440.8548472$$

Si el problema se resuelve de acuerdo con el enunciado, es posible tener tres planteamientos distintos:

- El primer planteamiento consiste en tomar una serie gradiente descendente de los periodos 1 al 6; el resto se toma como una serie ascendente y se compara el dinero en t_0 .
- El segundo planteamiento consiste en considerar una serie gradiente descendente de los periodos 1 al 5; el resto se considera como una serie ascendente y el dinero se compara en t_0 .
- En el tercer planteamiento el dinero se compara en t_5 o t_6 , en este caso se tomará como punto de comparación a t_6 :

i) Primer planteamiento:

$$P = 90 \left[\frac{(1.1)^6 - 1}{0.1(1.1)^6} \right] - \frac{10}{0.1} \left[\frac{(1.1)^6 - 1}{0.1} - 6 \right] \left[\frac{1}{(1.1)^6} \right] + \left\{ 50 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1(1.1)^5} \right] + \frac{10}{0.1} \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1} - 5 \right] \left[\frac{1}{(1.1)^5} \right] \right\} \frac{1}{(1.1)^6}$$

ii) Segundo planteamiento:

$$P = 90 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1(1.1)^5} \right] - \frac{10}{0.1} \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1} - 5 \right] \left[\frac{1}{(1.1)^5} \right] + \left\{ 40 \left[\frac{(1.1)^6 - 1}{0.1(1.1)^6} \right] + \frac{10}{0.1} \left[\frac{(1.1)^6 - 1}{0.1} - 6 \right] \left[\frac{1}{(1.1)^6} \right] \right\} \frac{1}{(1.1)^5}$$

iii) Tercer planteamiento:

$$P(1.1)^6 = 90 \left[\frac{(1.1)^6 - 1}{0.1} \right] - \frac{10}{0.1} \left[\frac{(1.1)^6 - 1}{0.1} - 6 \right] + 50 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1(1.1)^5} \right] + \frac{10}{0.1} \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1} - 5 \right] \left[\frac{1}{(1.1)^5} \right]$$

iv) Cuarto planteamiento:

$$P(1.1)^6 = 90 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1} \right] (1.1)^5 - \frac{10}{0.1} \left[\frac{(1.1)^6 - 1}{0.1} - 6 \right] (1.1)^5 + 50 \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1} \right] + \frac{10}{0.1} \left[\frac{(1.1)^5 - 1}{0.1} - 5 \right]$$

Obsérvese que en todos los planteamientos se encuentra el mismo resultado. Existen al menos seis soluciones al problema, pues además de las cuatro mostradas, hay una variante en las últimas dos soluciones, que consiste en tomar la primera serie de cinco términos (de los periodos 1 al 5), en vez de tomarla de seis términos (de los periodos 1 al 6), tal como se hizo.

Interés nominal e interés efectivo

En el mundo de los negocios y de los impuestos, un año ha sido y es el periodo en el que se dan cifras totales. En los negocios se habla de declaraciones anuales, utilidad anual, etc., y aunque las declaraciones financieras pueden calcularse en tiempos menores de un año, la referencia siempre va a ser un periodo anual. Lo mismo sucede con los impuestos, aunque haya declaraciones parciales, ya sean mensuales o trimestrales al final, el pago o la devolución de impuestos, siempre tendrá una base anual.

Con el manejo cotidiano del dinero ocurre lo mismo. Si se pide prestado, se deposita dinero en cualquier banco o se compra a crédito cualquier artículo, la tasa que se cobra siempre tiene una base anual, aun cuando los pagos (cobros) normalmente se realizan en intervalos más pequeños de tiempo, trimestres, meses e incluso semanas. Esta forma de manejar el dinero dio origen a los conceptos de *interés nominal* e *interés efectivo*. Véase el siguiente ejemplo:

EJEMPLO 2.14 Una persona pide un préstamo de \$10 000 a un banco, por el que le cobran un interés de 24% anual. Asimismo, se establece que el capital deberá ser pagado al final de un año. Determinar la cantidad de dinero que acumula en el banco si:

a) El interés se paga una sola vez a fin de año.

SOLUCIÓN

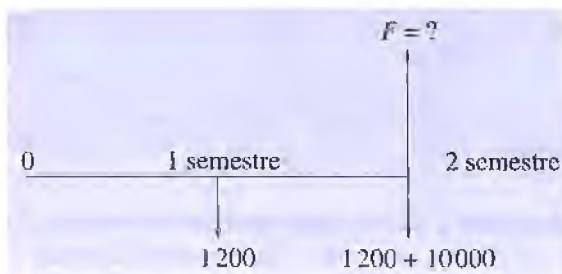
$$\text{Interés} = 10\,000(0.24) = 2\,400$$

$$\text{Cantidad acumulada a fin de año} = 10\,000 + 2\,400 = \$12\,400$$

b) El interés de 24% anual se paga en dos partes: la primera al final del primer semestre por \$1 200 y la segunda parte por la misma cantidad al final del año, lo cual es equivalente a pagar un interés de 12% semestral.

Aquí está el enfoque que tiene un hombre de negocios y una persona normal frente a una deuda. A la persona que debe dinero quizá le sea indiferente pagar \$2 400 a fin de año, que dos veces \$1 200; sin embargo, para el banco o para los hombres de negocios no es lo mismo. En todo caso, si se supone que el banco recibe el primer pago y lo guarda en la caja fuerte, de manera aparente, para la institución ambas opciones serían iguales; pero es obvio que esto no ocurre. Cualquier dinero que recibe el banco de inmediato lo vuelve a prestar, pues ese es su negocio, o en todo caso lo reinvierte en otra opción, pero nunca lo deja inmóvil. El diagrama de flujo de esta operación es el siguiente:

GRÁFICA 2.19



En este caso, el pago que recibe el banco al final del primer semestre lo vuelve a prestar a la misma tasa semestral de 12%, por lo que gana 12% sobre \$1 200

que ha recibido. Los datos del problema no dan más elementos para suponer que el banco pudiera prestar la cantidad de \$1 200 que ha recibido al final del primer semestre, pero a otra tasa de interés. La suposición es que repite exactamente la misma operación con otro cliente. Así, la cantidad acumulada a fin de año es:

$$F = 1\,200 + 1\,200(0.12) + 1\,200 + 10\,000 = \$12\,544$$

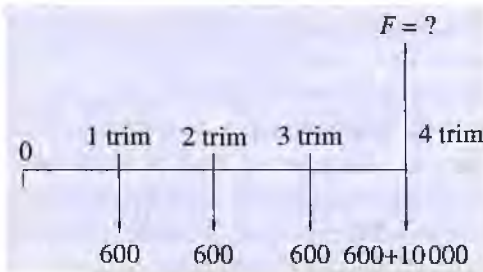
- c) El interés de 24% anual se cubre en cuatro partes iguales: se pagan \$600 al final de los trimestres 1, 2, 3 y 4; lo cual es equivalente a pagar un interés de 6% trimestral.

Se hace la misma suposición que en el inciso b), es decir, que cada vez que el banco recibe un pago lo vuelve a prestar a la misma tasa de 6% trimestral. La cantidad acumulada a fin de año es:

$$F = 600(1.06)^3 + 600(1.06)^2 + 600(1.06)^1 + 600 + 10\,000 = \$12\,624.7696$$

El diagrama de flujo de este inciso es:

GRÁFICA 2.20



O bien, utilizando la fórmula 2.7, con la cual se calcula una cantidad en el futuro a partir de una serie uniforme de pagos:

$$F = 600 \left[\frac{(1.06)^4 - 1}{0.06} \right] + 10\,000 = 12\,624.7696$$

La cantidad que queda como excedente de los \$10 000 del préstamo a fin de año, de hecho es la tasa de ganancia anual. Por ejemplo, en el inciso a) el porcentaje de ganancia fue de 24%, en el inciso b) fue de 25.44% y en el inciso c) fue de 26.247696%. Obsérvese cómo al reducir el periodo en el cual se cobra el interés se acumula más dinero a fin de año, aun cuando en todos los incisos se está cobrando un interés anual de 24%. Esto conduce a la afirmación de que 24% es la *tasa de interés nominal anual*, en tanto que la ganancia neta anual, expresada como porcentaje de ganancia es el *interés efectivo anual*, que en este caso fue 25.44% para el inciso b) y de 26.247696 para el inciso c).

Existe una fórmula para hacer el cálculo directo de la tasa de interés efectiva anual:

$$i_{\text{efectiva anual}} = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1 \quad 2.13$$

donde: i = interés nominal anual.

n = periodos de capitalización del interés menores de un año.

Obsérvese que la fórmula 2.13 es la misma fórmula básica que se desarrolló en un principio, excepto que el interés se divide por un número entero que corresponde al periodo de capitalización, dando lugar a *la tasa de interés por periodo menor de un año*. Con la fórmula 2.13 se van a recalculer los apartados 1, 2 y 3 del ejemplo 2.14 y se va a seguir disminuyendo el periodo de capitalización del interés. Véase la siguiente tabla:

TABLA 2.4

Interés nominal anual	Periodo de capitalización menor de un año	Interés por periodo menor de un año	Interés efectivo anual
24%	Anual	24%	$\left(1 + \frac{0.24}{1}\right)^1 - 1 = 0.24$
24%	Semestral	$\frac{0.24}{2} = 0.12$	$\left(1 + \frac{0.24}{2}\right)^2 - 1 = 0.2544$
24%	Trimestral	$\frac{0.24}{4} = 0.06$	$\left(1 + \frac{0.24}{4}\right)^4 - 1 = 0.26247696$
24%	Mensual	$\frac{0.24}{12} = 0.02$	$\left(1 + \frac{0.24}{12}\right)^{12} - 1 = 0.2682418$
24%	Semanal	$\frac{0.24}{52} = 0.00461538$	$\left(1 + \frac{0.24}{52}\right)^{52} - 1 = 0.27054745$
24%	Diario	$\frac{0.24}{365} = 0.00065753$	$\left(1 + \frac{0.24}{365}\right)^{365} - 1 = 0.27114878$
24%	Cada hora	-----	$\left(1 + \frac{0.24}{365 \times 24}\right)^{365 \times 24} - 1 = 0.27124207$

Interés continuo

Se observa que el interés efectivo anual se incrementa con cada disminución del periodo de capitalización. Es posible seguir disminuyendo ese periodo pero hay un límite. El límite que se está buscando es:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n = e^i$$

De esta expresión se obtiene la fórmula de interés continuo:

$$i_{\text{continuo}} = e^{ni} - 1 \quad 2.14$$

donde: e = base de logaritmos naturales.

n = periodos de capitalización menores de un año.

i = interés nominal anual.

Al calcular el interés continuo para un interés nominal anual de 24% se tiene:

$$i_{\text{continuo}} = e^{0.24 \times 1} - 1 = 0.27124915$$

Se observa que el resultado es ligeramente mayor que el obtenido cuando se capitalizó el interés cada hora. En el último cálculo $n = 1$ debido a que para que el resultado pudiera ser comparable con los resultados de la tabla 2.4, fue necesario calcular el interés efectivo anual, tal y como se hizo en la columna de la derecha de la tabla.

¿Tiene alguna utilidad práctica calcular el interés con capitalización continua? Supóngase que usted compra algún instrumento de inversión como los Cetes (Certificados de la Tesorería de la Federación) que se venden en México (véase capítulo 7), los cuales se adquieren en una Casa de Bolsa, tienen vencimientos en múltiplos de siete días, y el plazo más corto es precisamente de siete días. Usted adquiere un lote de Cetes a un plazo de siete días un lunes, así que tendrá que esperar hasta el siguiente lunes para que se genere un interés, y después tendrá todo el día para cobrar el interés que haya ganado. Lo mismo sucede con los demás instrumentos y plazos que se contratan, lo cual significa que son *periodos discretos*.

A su vez, esto significa que deben existir instrumentos de inversión o ciertas formas de manejar el dinero donde el precio (costo) de éste cambie de manera frecuente. Tales instrumentos son las llamadas *opciones*.¹

En 1973, los norteamericanos Black y Schöles desarrollaron una fórmula para calcular el precio de las opciones en la Bolsa de Valores de Nueva York, y para ello utilizaron el interés continuo. El resultado práctico indicó que el precio de tales opciones cambia de un momento a otro y muchas veces durante una sola jornada de la Bolsa, es decir, el precio al cual se compran las acciones es mucho más real de lo que fue en el pasado, pues refleja casi al instante las condiciones del mercado.

Todas las fórmulas hasta ahora presentadas se pueden expresar con capitalización continua. Para obtenerlas basta sustituir $(1 + i)^n$ por e^{ni} en cada una de las fórmulas de interés discreto, tal y como se muestra en la siguiente tabla:

¹ Las opciones pertenecen a los llamados instrumentos derivados, los cuales son instrumentos utilizados para especular y cubrir riesgos financieros en las empresas. Para obtener mayor información consulte un texto de ingeniería financiera.

TABLA 2.5

Capitalización discreta	Capitalización continua
$F = P(1 + i)^n$	$F = Pe^{in}$
$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$	$P = A \left[\frac{e^{in} - 1}{e^{in}(e^i - 1)} \right]$
$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$	$F = A \left[\frac{e^{in} - 1}{e^i - 1} \right]$

Interés en periodos menores de un año

Es conveniente enfatizar que para un adecuado manejo del interés nominal y el interés efectivo, es muy importante considerar el concepto de *periodo de capitalización del interés*, que es el lapso de tiempo que debe transcurrir para ganar (pagar) un interés. Cabe recordar que la tabla 2.4 muestra que el interés efectivo anual es mayor conforme disminuye el periodo de capitalización, y llega a su límite con el interés continuo. El efecto que se genera es el que se mostró en el ejemplo 2.14, es decir, para una capitalización semestral del interés hay que esperar un semestre para ganar un interés, para un mes es necesario esperar un mes, etc. Pero, cada vez que se gana un interés, el dinero se vuelve a reinvertir y para el siguiente periodo se ganará interés no sólo sobre el capital inicial, sino también sobre el interés o los intereses ganados en los periodos previos, es decir, sobre el interés que ya se volvió capital o *interés capitalizado*; por lo tanto, a menor periodo de capitalización se van generando más rápido intereses que se convierten en capital con la misma rapidez.

Se puede construir otra tabla que muestre cómo calcular tasas de interés efectivo en periodos menores de un año:

TABLA 2.6

Interés nominal anual	Periodo de capitalización	Interés por periodo	Interés efectivo anual	Interés efectivo semestral	Interés efectivo trimestral	Interés efectivo bimestral	Interés efectivo mensual	Interés efectivo semanal
24%	Anual	0.24	24%	NC	NC	NC	NC	NC
24%	Semestral	0.12	$(1.12)^2 - 1$	0.12	NC	NC	NC	NC
24%	Trimestral	0.06	$(1.06)^4 - 1$	$(1.06)^2 - 1$	0.06	NC	NC	NC
24%	Bimestral	0.04	$(1.04)^6 - 1$	$(1.04)^3 - 1$	NC	0.04	NC	NC
24%	Mensual	0.01	$(1.01)^{12} - 1$	$(1.01)^6 - 1$	$(1.01)^3 - 1$	$(1.01)^2 - 1$	0.01	NC
24%	Semanal	0.0046153	$(1.0046)^{52} - 1$	$(1.004)^{26} - 1$	$(1.004)^{13} - 1$	$(1.004)^8 - 1$	$(1.004)^4 - 1$	0.00461

NC = No calculable o incorrecto si se calcula.

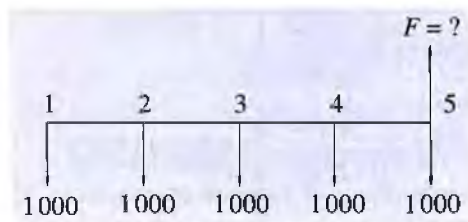
Hay dos aspectos importantes que se deben resaltar de la tabla 2.6. El primero es la anotación *NC* o *no calculable* o *incorrecto si se calcula*, la cual significa que si se tiene una tasa, por ejemplo, de 24% anual capitalizada semestralmente, en teoría no tiene sentido calcular un interés efectivo en periodos menores a seis meses, ya que es necesario esperar un semestre para ganar un interés. A esto se debe que cuando el periodo de capitalización es de una semana, sea posible calcular tasas de interés efectivas para cualquier periodo mayor a una semana. También, obsérvese que todos los exponentes de cualquier cálculo que aparece en la tabla 2.6 corresponden al número de veces que el periodo de capitalización está contenido en el periodo mayor al cual se quiere calcular el interés efectivo. Por ejemplo, si se quiere calcular la tasa de interés efectiva semestral a partir de una tasa cuyo periodo de capitalización es mensual, el exponente es 6 porque hay seis meses en un semestre, aunque también hay 26 semanas en un semestre porque el año tiene 52 semanas.

EJEMPLO 2.15 Una persona ahorra \$1 000 cada año durante los años 1 al 5 en un banco que paga un interés de 12% anual, y no hace retiros de dinero. Calcular la cantidad que se acumula en el banco al momento de hacer el depósito número 5, si:

a) El interés se capitaliza anualmente:

SOLUCIÓN Este ejemplo es similar al ejemplo 2.6 y sólo se realiza para fines de comparación. El diagrama de flujo es:

GRÁFICA 2.21



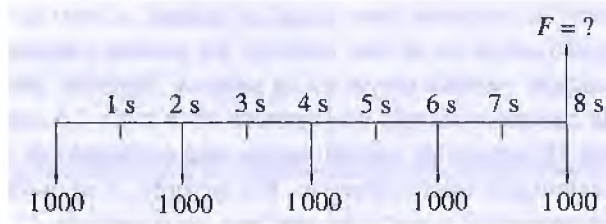
$$F = 1000 \left[\frac{(1.12)^5 - 1}{0.12} \right] = 6352.84736$$

b) El interés se capitaliza semestralmente.

SOLUCIÓN La solución a este inciso puede plantearse en semestres o en años. Si es en semestres habrá que calcular el interés semestral. Como se está pasando de un interés capitalizado de un periodo mayor (12% anual) a un periodo menor (seis meses), el interés anual se divide entre el número de semestres que tiene un año, $0.12/2 = 0.06$.

Con un planteamiento de la solución en semestres es imposible utilizar la fórmula condensada. El diagrama de flujo es el siguiente, donde s significa semestres:

GRÁFICA 2.22



Obsérvese que los \$1 000 que se depositan en el año 1 se quedan depositados durante ocho semestres, ganando cada semestre un interés de 6%; el segundo depósito se queda en el banco seis semestres, etc. Obsérvese que el interés es semestral y el exponente de cada término también son semestres.

$$F = 1000(1.06)^8 + 1000(1.06)^6 + 1000(1.06)^4 + 1000(1.06)^2 + 1000 \\ = 6398.444147$$

Si se desea trabajar en años y encontrar el resultado, entonces se debe considerar un interés efectivo anual, ya que la tasa se capitaliza semestralmente y los depósitos son anuales. El diagrama de flujo es similar al que se muestra en la gráfica 2.21:

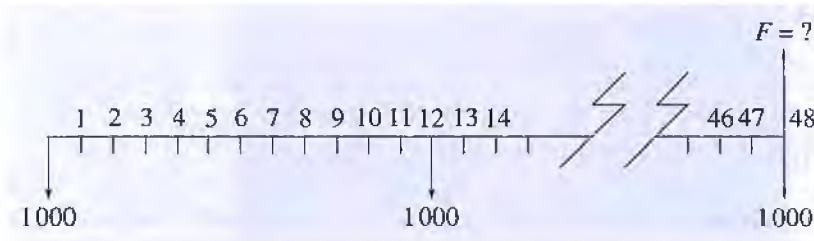
$$i_{\text{efectivo anual}} = \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^2 - 1 = 0.1236 \\ F = 1000 \left[\frac{(1.1236)^5 - 1}{0.1236} \right] = 6398.444147$$

Obsérvese que la n de la fórmula condensada es el número de depósitos y no el número de periodos de capitalización del interés. Así como en la solución en semestres el interés era semestral y el exponente de cada término también eran semestres. En este caso, en la fórmula condensada los depósitos son anuales, el interés es anual, el efectivo es anual (ya que hay periodos de capitalización del interés menores de un año) y la n es el número de depósitos.

c) El interés se capitaliza mensualmente.

SOLUCIÓN Al igual que en el inciso anterior, aquí también se puede encontrar una solución en meses y otra en años. Para la solución en meses el diagrama de flujo es:

GRÁFICA 2.23



Como la solución es en meses y la tasa se capitaliza mensualmente, es necesario trabajar con un interés mensual.

$$i_{\text{mensual}} = \frac{0.12}{12} = 0.01$$

En la gráfica 2.23 observe cómo el primer depósito se queda en el banco 48 meses, ganando cada mes 1% de interés. El segundo depósito se queda 36 meses, etcétera.

$$\begin{aligned} F &= 1000(1.01)^{48} + 1000(1.01)^{36} + 1000(1.01)^{24} + 1000(1.01)^{12} + 1000 \\ &= 6439.554538 \end{aligned}$$

Si se desea encontrar la solución en años se debe trabajar con el interés efectivo anual:

$$\begin{aligned} i_{\text{efectivo anual}} &= \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} - 1 = 0.12682503 \\ F &= 1000 \left[\frac{(1.12682503)^5 - 1}{0.12682503} \right] = 6439.554538 \end{aligned}$$

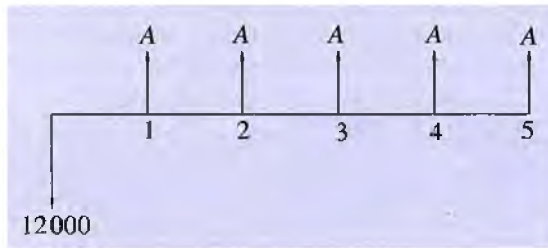
En este ejemplo es digno de observarse que la cantidad que se acumula en el banco al momento de hacer el depósito número cinco, se incrementa conforme disminuye el periodo de capitalización del interés, lo cual era de esperarse de acuerdo con las razones expuestas.

EJEMPLO 2.16 Una persona deposita \$10 000 en un banco que paga un interés de 12% anual. Desea hacer cinco retiros iguales al final de los años 1 al 5. Determine el valor de cada uno de los cinco retiros iguales, de forma que con el último retiro se agote totalmente el depósito, si:

a) El interés se capitaliza anualmente.

SOLUCIÓN La solución de este problema es directa porque los retiros y el interés tienen una base anual.

GRÁFICA 2.24



Si se aplica la declaración básica de ingeniería económica se diría:

la cantidad que se deposita es igual a la cantidad que se puede retirar, siempre que ambas cantidades de depósito y de retiros se comparen con su valor equivalente en el mismo periodo de tiempo.

Si se toma al presente como punto de comparación y se utiliza la fórmula básica, entonces:

$$10000 = \frac{A}{(1.12)^1} + \frac{A}{(1.12)^2} + \frac{A}{(1.12)^3} + \frac{A}{(1.12)^4} + \frac{A}{(1.12)^5}$$

Resolviendo mediante la fórmula condensada:

$$10000 = A \left[\frac{(1.12)^5 - 1}{0.12(1.12)^5} \right]$$

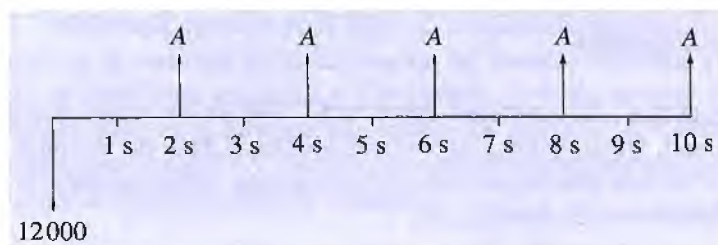
Con ambas soluciones el resultado es:

$$A = 2774.097319$$

b) El interés se capitaliza semestralmente.

SOLUCIÓN Se pueden plantear dos soluciones, una en semestres y otra en años. La solución en semestres es:

GRÁFICA 2.25



En la gráfica 2.25 las s son los semestres. Si se plantea así la solución es imposible utilizar la fórmula condensada, de manera que la única opción es aplicar la fórmula básica y utilizar un interés semestral de:

$$i_{\text{semestral}} = \frac{0.12}{2} = 0.06:$$

$$10\,000 = \frac{A}{(1.06)^2} + \frac{A}{(1.06)^4} + \frac{A}{(1.06)^6} + \frac{A}{(1.06)^8} + \frac{A}{(1.06)^{10}}$$

Si se quiere resolver con la fórmula condensada se utiliza el diagrama de la gráfica 2.25 y un interés capitalizado anualmente cuyo valor es

$$i_{\text{efectivo anual}} = \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^2 - 1 = 0.1236:$$

$$10\,000 = A \left[\frac{(1.1236)^5 - 1}{0.1236(1.1236)^5} \right]$$

En ambos casos el resultado es exactamente

$$A = 2\,798.879939$$

En el enunciado del problema se planteó que los retiros deberían ser de manera que al realizar el último se agotaría totalmente el depósito. La comprobación de que la solución es correcta es la siguiente:

TABLA 2.7

0	
10000	
1.06	1 sem
→ 10600	
1.06	2 sem
→ 11236	
-2798.879939	
8437.120061	
1.06	3 sem
→ 8943.347265	
1.06	4 sem
→ 9479.948101	
-2798.879939	
6681.068162	
1.06	5 sem
→ 7081.932252	
	1.06
	6 sem
	→ 7506.848187
	-2798.879939
	4707.968248
	1.06
	7 sem
	→ 4990.446343
	1.06
	8 sem
	→ 5289.873124
	-2798.879939
	2490.993185
	1.06
	9 sem
	→ 2640.452776
	1.06
	10 sem
	→ 2798.879943
	-2798.879939
	0.00004

En la tabla 2.7 se puede observar que en los semestres nones no hay retiro y que en los semestres pares es cuando se retira la anualidad, lo cual coincide con las indicaciones de la gráfica 2.25. Desde luego que el resultado final que se obtuvo como saldo no es cero absoluto, debido al redondeo que hacen las calculadoras, pero se puede considerar como tal. También obsérvese que para pasar de los semestres 0 al 2, del 2 al 4, etc., la cantidad que existe como saldo se multiplica dos veces por 1.06 que es el interés semestral, con lo que se obtiene $(1.06)(1.06) - 1 = 0.1236$. Esto explica por qué en la solución con fórmula condensada se utiliza un interés de 12.36%.

c) Interés capitalizado mensualmente.

SOLUCIÓN Con razonamientos similares a los que se hicieron en los problemas 2.15 y 2.16 b) se presentan las soluciones en meses y en años, obteniéndose el mismo resultado.

Solución en meses

$$i_{\text{mensual}} = \frac{0.12}{12} = 0.01$$

$$10000 = \frac{A}{(1.01)^{12}} + \frac{A}{(1.01)^{24}} + \frac{A}{(1.01)^{36}} + \frac{A}{(1.01)^{48}} + \frac{A}{(1.01)^{60}}$$

Solución en años

$$i_{\text{efectivo anual}} = \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} - 1 = 0.12682503$$

$$10000 = A \left[\frac{(1.12682503)^5 - 1}{0.12682503(1.12682503)^5} \right]$$

$$A = 2821.152747$$

Uso de notación simplificada y tablas de factores

En ingeniería económica se ha desarrollado una notación simplificada para cada una de las fórmulas mostradas. La razón es que, debido a que todas las fórmulas tienen exponentes, corchetes, etc., se buscó la forma de expresarlas de manera más sencilla. En la tabla 2.7 se muestra esta notación simplificada y su correspondencia con las fórmulas ya presentadas.

TABLA 2.8

Fórmula desarrollada	Notación simplificada
$F = P(1 + i)^n$	$(F/P, i, n)$
$P = \frac{F}{(1+i)^n}$	$(P/F, i, n)$
$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$	$(P/A, i, n)$
$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$	$(A/P, i, n)$
$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$	$(F/A, i, n)$
$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$	$(A/F, i, n)$
$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$	$(P/G, i, n)$
$F = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$	$(F/G, i, n)$

La notación simplificada se debe leer como: $(P/F, i, n)$. Busca calcular un presente conocido o dado el valor de F , para un interés y un número de periodos considerados. Si los datos fueran: 75 $(P/F, 8\%, 10)$, entonces la fórmula desarrollada debe ser:

$$P = \frac{75}{(1.08)^{10}}$$

El estudiante tiene dos opciones de cálculo. La primera opción es hacer el cálculo tal y como se ha realizado en todos los ejemplos anteriores. La segunda opción consiste en usar las Tablas de factores; los factores son cada uno de los paréntesis del lado derecho de la tabla 2.8. En el apéndice 2 del texto se encuentran una serie de tablas; las cifras que contienen estas tablas son los factores de la tabla 2.8, los cuales son útiles para varios intereses y periodos de capitalización.

Estas tablas de factores se desarrollaron cuando no existían las herramientas de cálculo que hay en la actualidad. Su gran desventaja es la imprecisión, pues es evidente que el último número está redondeado. Si se resuelve 75 $(P/F, 8\%, 10)$ por tablas y por fórmula, los resultados son:

1. Por tablas: consúltese la tabla 2.9, para una $n = 10$ y columna $(P/F, i, n)$, el valor que aparece es 0.4632, por lo que el resultado es:

$$P = 75(0.4632) = 34.74$$

2. Con fórmula:

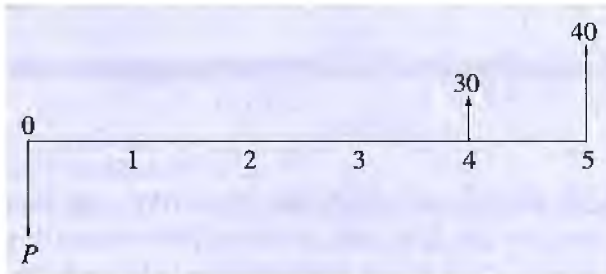
$$P = \frac{75}{(1.08)^{10}} = 34.73951161$$

Queda a consideración del profesor y del estudiante decidir el procedimiento de cálculo; sin embargo, es evidente que en trabajos profesionales la precisión es lo más importante.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Encuéntrese P en la gráfica 2.26, si la $i = 10\%$.

GRÁFICA 2.26



SOLUCIÓN IA Lleve directamente y por separado las cantidades de los periodos 4 y 5 hasta el periodo cero.

$$P = 30(P/F, 10\%, 4) + 40(P/F, 10\%, 5) = \frac{30}{(1+0.1)^4} + \frac{40}{(1+0.1)^5} = 45.32$$

SOLUCIÓN IB Lleve las cantidades de los periodos 4 y 5 al periodo 3 y, de ahí, al periodo cero.

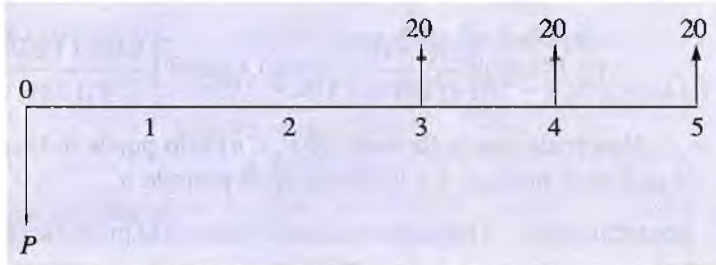
$$P = [30(P/F, 10\%, 1) + 40(P/F, 10\%, 2)](P/F, 10\%, 3) = \$45.32$$

SOLUCIÓN IC Lleve las cantidades de los periodos 4 y 5 al futuro o periodo 5 y de ahí trásélos al periodo cero.

$$P = [30(F/P, 10\%, 1) + 40](P/F, 10\%, 5) = [30(1 + 0.1)^1 + 40] \frac{1}{(1+0.1)^5} = 45.32$$

2. Encuentre P en la gráfica 2.27, si la $i = 7\%$.

GRÁFICA 2.27



SOLUCIÓN 2A Lleve al periodo cero las cantidades de los periodos 3, 4 y 5.

$$P = 20(P/F, 7\%, 3) + 20(P/F, 7\%, 4) + 20(P/F, 7\%, 5)$$

$$= \frac{20}{(1+0.07)^3} + \frac{20}{(1+0.07)^4} + \frac{20}{(1+0.07)^5} = \$45.844$$

SOLUCIÓN 2B Obtenga el presente de las tres cantidades iguales, el cual caería en el periodo 2. De ahí, traslade esa única cantidad al periodo cero.

$$P = 20(P/A, 7\%, 3)(P/F, 7\%, 2) = 20 \left[\frac{(1+0.07)^3 - 1}{0.07(1+0.07)^3} \right] \left[\frac{1}{(1+0.07)^2} \right] = 45.836$$

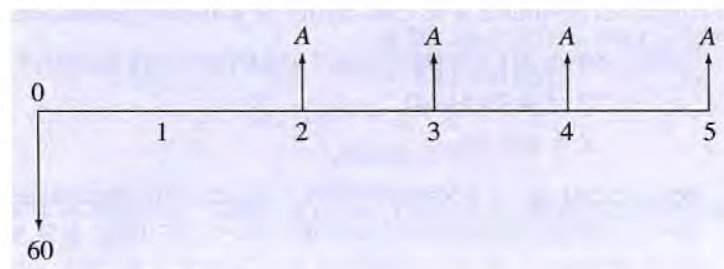
SOLUCIÓN 2C Obtenga el valor futuro de las tres cantidades iguales que caería en el periodo 5. De ahí, traslade esa única cantidad al periodo cero.

$$P = 20(F/A, 7\%, 3)(P/F, 7\%, 5) = 20 \left[\frac{(1+0.07)^3 - 1}{0.07} \right] \left[\frac{1}{(1+0.07)^5} \right] = 45.845$$

Todos estos cálculos se han hecho con la ayuda de las tablas del apéndice 2. Obsérvese la diferencia en los resultados. Si se utilizan las fórmulas el resultado es \$45.843. (No hay que olvidarse que las tablas redondean las cifras.)

3. Encuentre A en la gráfica 2.28 con una $i = 8\%$.

GRÁFICA 2.28



SOLUCIÓN 3A Aquí no se puede calcular directamente la A aplicando el factor de $(A/P, i, n)$ puesto que la primera A se encuentra desplazada en un periodo. Si se desea usar esa forma de cálculo trasládese la cantidad P del periodo cero al periodo 1.

$$A = P(1+i)^1 \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] = 60(1+0.08)^1 \left[\frac{0.08(1+0.08)^4}{(1+0.08)^4 - 1} \right] = 19.56$$

No olvide que la fórmula $(A/P, i, n)$ sólo puede utilizarse cuando la primera A está en el periodo 1 y la última en el periodo n .

SOLUCIÓN 3B Trasládese cada una de las A al presente (o al futuro) y despéjese a A .

$$60 = A(1+0.08)^{-2} + A(1+0.08)^{-3} + A(1+0.08)^{-4} + A(1+0.08)^{-5}$$

$$A = \frac{60}{3.0667} = \$19.56$$

SOLUCIÓN 3C Lleve todas las A a un periodo arbitrario, por ejemplo el periodo 3, y de ahí trasládese esa cantidad única al periodo cero y despéjese a A .

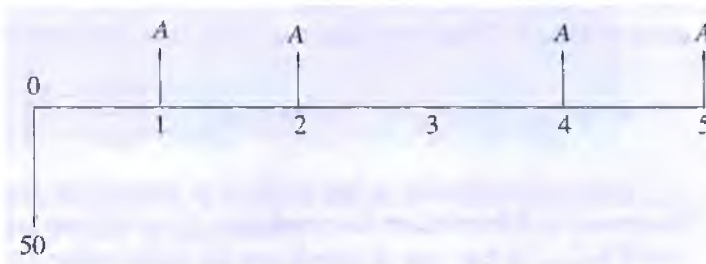
$$60 = [A(1+0.08)^1 + A + A(1+0.08)^{-1} + A(1+0.08)^{-2}](1+0.08)^{-3}$$

$$60 = [A(2.08 + 1.7832)](0.7938)$$

$$A = \$19.56$$

4. Encuéntrese a A en la gráfica 2.29, con una $i = 9\%$.

GRÁFICA 2.29



SOLUCIÓN 4A Aquí, como no existe A en el periodo 3, no se puede aplicar la fórmula $(A/P, i, n)$ puesto que es necesario que se presenten las A en forma continua del periodo 1 a n . Una forma de solución podría ser:

$$50 = A(1+0.09)^{-1} + A(1+0.09)^{-2} + A(1+0.09)^{-4} + A(1+0.09)^{-5}$$

$$50 = A(93.1174)$$

$$A = \$16.04$$

SOLUCIÓN 4B La fórmula $(P/A, i, n)$ se podrá usar en los dos primeros y en los dos últimos periodos en forma normal, el resultado será una cantidad que caerá en el periodo 3, de donde deberá trasladarse al periodo cero:

$$\begin{aligned}
 50 &= A(P/A, 9\%, 2) + A(P/A, 9\%, 2)(P/F, 9\%, 3) \\
 50 &= A(1.759) + A(1.759)(0.7722) \\
 A &= \$16.04
 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN 4C Trasládese todo al futuro y despéjese A .

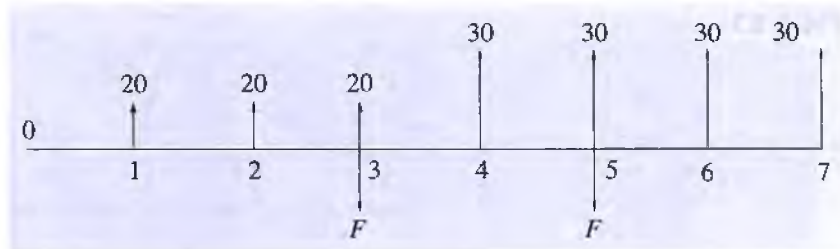
$$\begin{aligned}
 50(1 + 0.09)^5 &= A(1 + 0.09)^4 + A(1 + 0.09)^3 + A(1 + 0.09)^1 + A \\
 76.93 &= A(4.797) \\
 A &= \$16.04
 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN 4D

$$50 = A \left[\frac{(1+0.09)^5 - 1}{0.09(1+0.09)^5} \right] - \frac{A}{(1+0.09)^3}; A = 16.04$$

5. Encuéntrese F en la gráfica 2.30, donde $i = 5\%$.

GRÁFICA 2.30



SOLUCIÓN 5A Aplique el teorema fundamental en todas las soluciones dadas a este problema y simplificará el cálculo. Tómese como referencia el periodo cero.

$$\begin{aligned}
 F(P/F, 5\%, 3) + F(P/F, 5\%, 5) &= 20(P/A, 5\%, 3) + 30(P/A, 5\%, 4)(P/F, 5\%, 3) \\
 F(1.6473) &= 146.35 \\
 F &= \$88.84
 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN 5B Utilice el futuro como referencia y traslade una a una todas las cantidades:

$$\begin{aligned}
 F(1 + 0.05)^4 + F(1 + 0.05)^2 &= 20(1 + 0.05)^6 + 20(1 + 0.05)^5 + 20(1 + 0.05)^4 \\
 &\quad + 30(1 + 0.05)^3 + 30(1 + 0.05)^2 + 30(1 + 0.05)^1 \\
 &\quad + 30(1 + 0.05)^0 \\
 F(2.316) &= 205.9 \\
 F &= \$88.9
 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN 5C Tómese como referencia cualquier periodo, por ejemplo, el periodo 4.

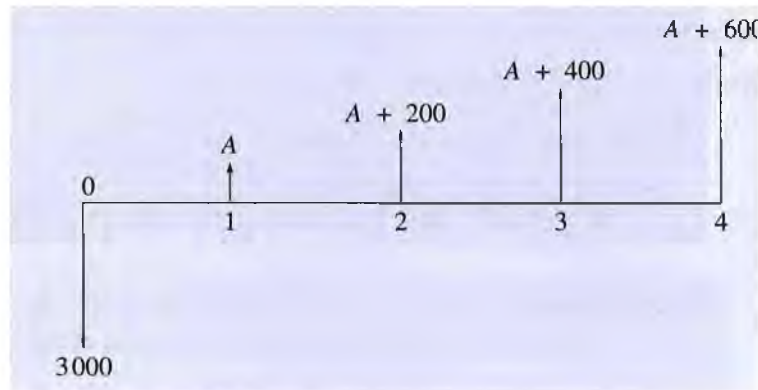
$$\begin{aligned}
 F(1 + 0.05)^1 + F(1 + 0.05)^{-1} &= 20(1 + 0.05)^3 + 20(1 + 0.05)^2 \\
 &\quad + 20(1 + 0.05)^1 + 30 + 30(1 + 0.05)^{-1} \\
 &\quad + 30(1 + 0.05)^{-2} + 30(1 + 0.05)^{-3} \\
 F(2.00238) &= 177.89 \\
 F &= \$88.84
 \end{aligned}$$

Recuerde que en estos ejercicios el redondeo de cifras de las tablas también puede causar alguna diferencia en los resultados.

6. Una persona pide \$3 000 prestados y acuerda finiquitarlos en 4 pagos. El segundo pago será mayor que el primero por \$200; el tercero será mayor que el segundo por \$200 y el cuarto será mayor que el tercero también por \$200. Si la $i = 10\%$, ¿cuál es el valor del primer pago?

SOLUCIÓN 6A Obsérvese que aquí hay un gradiente $G = +200$. El diagrama de flujo del problema es la gráfica 2.31.

GRÁFICA 2.31



Aplíquese el teorema fundamental y despéjese A :

$$\begin{aligned}
 3000 &= A(P/F, 10\%, 1) + (A + 200)(P/F, 10\%, 2) + (A + 400)(P/F, 10\%, 3) \\
 &\quad + (A + 600)(P/F, 10\%, 4) \\
 3000 &= A(0.9091 + 0.8264 + 0.7513 + 0.6830) + 875.6 \\
 2124.4 &= A(3.1698) \\
 A &= \$670.2
 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN 6B Si se utiliza la fórmula de gradiente, se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 3000 &= A(P/A, 10\%, 4) + 200(P/G, 10\%, 4) \\
 2124.4 &= A(3.170) \\
 A &= \$670.16
 \end{aligned}$$

De nuevo, el redondeo de cifras por el uso de tablas influye en el resultado.

7. Un banco otorgó un préstamo por \$11 000 a una tasa de interés anual de 8% y acordó que se le pagaría en 10 cantidades iguales al final de cada año, dando inicio en el primero. Después de pagar la quinta anualidad el banco ofrece, como alternativa, hacer sólo un pago de \$7 000 al finalizar el siguiente año, es decir, ya no se harían los cinco pagos restantes sino uno solo al final del sexto año. Determine qué opción de pago le conviene aceptar al deudor para liquidar las últimas cinco anualidades.

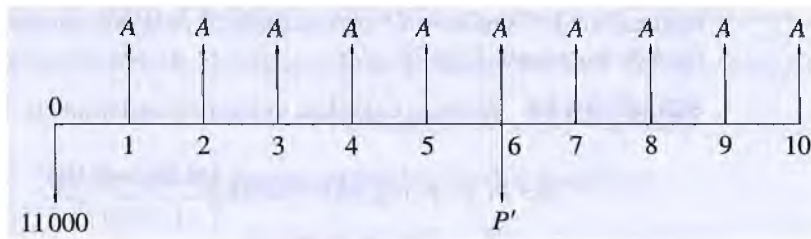
SOLUCIÓN 7A En primer lugar establezca cuál es la A que deberá pagar a lo largo de 10 años.

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] = 11\,000 \left[\frac{0.08(1+0.08)^{10}}{(1+0.08)^{10} - 1} \right]$$

$$= 11\,000(A/P, 8\%, 10) = 1\,639$$

De esta $A = 1\,639$, se han liquidado cinco de 10 pagos. Entonces es necesario calcular cuánto se debe al final del sexto año (gráfica 2.32).

GRÁFICA 2.32



Como la alternativa de pago es una sola cantidad en el año 6, la P' para ese periodo es:

$$P' = 1\,639 + 1\,639(P/A, 8\%, 4)$$

$$P' = 1\,639 + 1\,639(3.3121) = \$7\,068$$

Como \$7 068 es más que \$7 000, debe tomarse la alternativa de hacer un solo pago de \$7 000 al finalizar el sexto año.

SOLUCIÓN 7B Después de haber determinado que para liquidar el préstamo se harán 10 pagos de $A = \$1\,639$, calcúlese año con año, cuál será la deuda al final del año 6. Constrúyase una tabla que muestre por año, deuda y pagos hechos (véase la tabla 2.9 de la página siguiente).

La diferencia de $7\,070 - 7\,068 = 2$ se debe al redondeo de cifras por el uso de tablas. Obsérvese que se hicieron cinco pagos de A y todavía debe considerarse un año más de interés, puesto que la propuesta del banco es que le paguen una sola cantidad al final del año 6.

La solución al problema sería aceptar hacer sólo un pago al final del año 6, con lo que ahorraría \$70.

TABLA 2.9

Año	Deuda al principio del año	*	Interés	=	Deuda al final del año	-	Pago de A
1	11000	-	1.08	=	11880	-	1639
2	10241	-	1.08	=	11060	-	1639
3	9421	-	1.08	=	10175	-	1639
4	8536	-	1.08	=	9219	-	1639
5	7580	-	1.08	=	8186	-	1639
6	6547	-	1.08	=	7070	-	1639

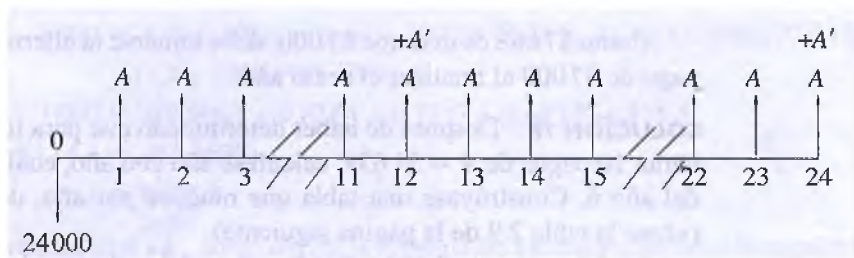
8. Una persona compró un auto en \$24 000 y acordó pagarlo en 36 mensualidades iguales, a una tasa de interés de 1% mensual. Un plan alternativo de pago consiste en dos anualidades de \$4 218.50 al final del primero y segundo años, y ya no pagar las últimas 12 mensualidades. Determine cuál es el mejor plan de pago: 36 mensualidades iguales o 24 mensualidades más dos anualidades de \$4 218.50 al final de los meses 12 y 24.

SOLUCIÓN 8A Primero calcule a cuánto ascenderían las 36 mensualidades:

$$A = P(A/P, 1\%, 36) = 24\,000 \left[\frac{0.01(1+0.01)^{36}}{(1+0.01)^{36} - 1} \right] = 797.14$$

Si el plan alternativo consiste en pagar 24 mensualidades de \$797.14 más dos anualidades (A') de \$4 218.50, el diagrama de flujo de este plan sería la gráfica 2.33.

GRÁFICA 2.33



Si $A' = 4218.5$ determine el valor presente de la serie de pagos.

$$P = 797.14(P/A, 1\%, 24) + 4218.5(P/F, 1\%, 12) + 4218.5(P/F, 1\%, 24)$$

$$P = \$24\,000$$

Como el valor presente de ambos planes es exactamente \$24 000, no importa cuál plan elija.

SOLUCIÓN 8B Trasladar toda la corriente de pagos al futuro en el mes 36.

$$\begin{aligned} 797.14(F/A, 1\%, 36) &= 797.14(F/A, 1\%, 24)(F/P, 1\%, 12) \\ &\quad + 4218.5[(F/P, 1\%, 12) + (F/P, 1\%, 24)] \\ 34338 &= 34338 \end{aligned}$$

De acuerdo con los resultados de los dos planes se pagará lo mismo en términos del valor del dinero en el mes 36. Por lo tanto, los planes son indiferentes.

9. Se compró una TV en \$1 200 a un plazo de 24 mensualidades iguales. El primer pago se hará un mes después de haberla adquirido. El comprador cree que es posible que a los 12 meses pueda pagar, además de la mensualidad, una cantidad de \$312, y que para saldar su deuda le gustaría seguir pagando la misma mensualidad hasta el final. Este pago adicional hará que el número de mensualidades disminuya. Calcule en qué fecha se termina de pagar el televisor, si se adquirió el 1 de enero, y la tasa de interés que se cobra es de 1.5% mensual.

SOLUCIÓN 9A Primero calcule a cuánto asciende el pago mensual A :

$$A = 1200(A/P, 1.5\%, 24) = \$59.88$$

Al término de la mensualidad 12 su deuda será de:

$$P_{12} = 59.88(P/A, 1.5\%, 12) = \$653.17$$

pero en ese momento aporta \$312, por lo que su deuda disminuye a

$$653.17 - 312 = 341.17$$

Hasta aquí sabemos que $P = 341.17$, $A = 59.88$, $i = 1.5\%$ mensual, ya que se desea seguir pagando la misma $A = 59.88$ hasta saldar la deuda. Pero, si queremos saber con cuántos pagos adicionales de A se cubre toda la deuda, se procederá como sigue:

De la fórmula $P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$ se conocen todos los datos excepto n .

$$341.17 = 59.88 \left[\frac{(1+0.015)^n - 1}{0.015(1+0.015)^n} \right]$$

Así, sabemos que n es menor que 12. Por prueba y error se encuentra que $n = 6$. Por lo tanto, la fecha en que se termina de pagar la TV es a los 18 meses después de adquirida, o el 30 de junio del año siguiente a la compra.

Otra forma de encontrar n sería ayudándose con las tablas.

$$\frac{341.17}{59.88} = \left[\frac{(1+0.015)^n - 1}{0.015(1+0.015)^n} \right] = (P/A, 1.5\%, n) = 5.6975$$

Busque en la tabla de interés de 1.5%, en la columna de (P/A) una n tal que su valor sea de 5.6975. Un valor de $n = 6$ cumple esta condición.

SOLUCIÓN 9B Si sólo quiere utilizar la fórmula básica $F = P(1+i)^n$ para resolver todo el problema, entonces siga el ejemplo para el cálculo de los 24 pagos mensuales:

$$1200 = \frac{A}{(1+0.015)^1} + \frac{A}{(1+0.015)^2} + \dots + \frac{A}{(1+0.015)^{23}} + \frac{A}{(1+0.015)^{24}}$$

$$A = \$59.9$$

Para calcular la deuda después de haber hecho 12 pagos se construye la tabla 2.10.

En el momento de hacer el pago 12 el saldo será de \$653.52. Si se hace un pago adicional de \$312 la deuda disminuye a \$341.52. Con este dato se construye la tabla 2.11.

De esta forma se confirma que con seis pagos adicionales $A = \$59.9$ se cubre totalmente la deuda. Los residuos en los pagos se deben al redondeo de cifras.

TABLA 2.10

Pago	Interés	Pago mensual	Pago a principal	Deuda después de pago
0				1200
1	18	59.9	41.9	1158.1
2	17.37	59.9	42.52	1115.57
3	16.73	59.9	43.16	1072.40
4	16.08	59.9	43.81	1028.58
5	15.42	59.9	44.47	984.10
6	14.76	59.9	45.13	938.96
7	14.08	59.9	45.81	893.14
8	13.39	59.9	46.50	846.63
9	12.69	59.9	47.20	799.42
10	11.99	59.9	47.90	751.51
11	11.27	59.9	48.62	702.88
12	10.54	59.9	49.35	653.52

TABLA 2.11

Pago	Interés	Pago mensual	Pago a principal	Deuda después de pago
0				341.52
1	5.12	59.9	54.77	286.74
2	4.30	59.9	55.59	231.14
3	3.46	59.9	56.43	174.70
4	2.62	59.9	57.27	117.42
5	1.76	59.9	58.13	59.28
6	0.88	59.9	59.01	0.26

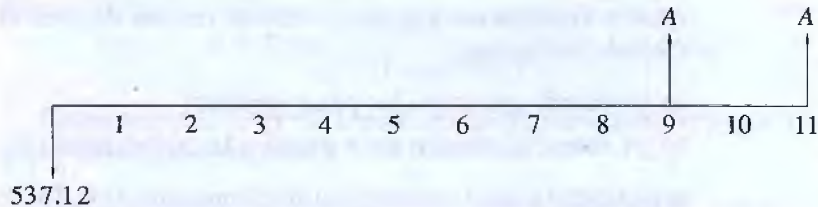
10. Un préstamo de \$1 000 se está pagando con anualidades de \$80, a una tasa de interés de 5% anual. Un año después de hecho el préstamo empezó a pagarse. Si después de siete pagos se acuerda que el resto de la deuda se cubrirá con dos pagos iguales únicos, al final de los años 9 y 11, ¿a cuánto ascenderán estos pagos de forma que salden totalmente la deuda?

SOLUCIÓN 10A Calcule cuál es la deuda después de hacer el séptimo pago:

$$P = 80(P/A, 5\%, 7) = 80(5.786) = \$462.88$$

Como \$462.88 es lo que se ha pagado en términos del presente, la deuda restante es $1\,000 - 462.88 = \$537.12$. Esta deuda se puede expresar según se muestra en la gráfica 2.34.

GRÁFICA 2.34



Por lo tanto, $537.12 = A(P/F, 5\%, 9) + A(P/F, 5\%, 11)$.

Se le llama A porque son pagos iguales, pero no se trasladan al presente con el factor $(P/A, i, n)$ porque son cantidades únicas y aisladas. Recuerde que para utilizar este factor se necesita una serie de pagos uniformes continuos durante n periodos. Así, tenemos que:

$$A = \frac{537.12}{1.2293} = \$436.93$$

SOLUCIÓN 10B Ya que se ha determinado cuál es la deuda después de hacer el séptimo pago, con su valor al presente:

$$P = 80(P/A, 5\%, 7) = 80(5.786) = \$462.88$$

trasládese esta deuda a su equivalente en cualquier periodo. Por ejemplo, el año 8:

$$1\ 000 - 462.88 = 531.12; F = 537.12(F/P, 5\%, 8) = 537.12(1.477) = \$793.32.$$

Calcule A otra vez, de la misma forma que en el inciso anterior:

$$793.32 = A(P/F, 5\%, 1) + A(P/F, 5\%, 3)$$

$$A = \frac{793.32}{1.8162} = \$436.8$$

SOLUCIÓN 10C En esta solución tome como referencia al futuro:

Deuda en el periodo cero: \$537.12

Deuda en el periodo 11: $F = 537.12(F/P, 5\%, 11) = 537.12(1.71) = 918.47$

Cálculo de A :

$$918.47 = A(F/P, 5\%, 2) + A$$

$$A = \frac{918.47}{2.102} = \$436.95$$

El redondeo de cifras en las tablas induce nuevamente a pequeños errores en el resultado final.

11. Se pide un préstamo de \$2 500 a un banco que cobra un interés de 9% anual capitalizado mensualmente. El préstamo deberá cubrirse en cinco pagos anuales iguales cada fin de año, que iniciarán un año después de recibir el préstamo. Calcule lo siguiente:

a) ¿A cuánto ascienden los pagos anuales?

b) ¿A cuánto ascienden estos pagos si la capitalización es semestral?

SOLUCIÓN 11A Los datos del problema son: $P = 2\ 500$; $n = 5$; $i = 9\%$ anual capitalizado mensualmente. Aquí no es posible emplear directamente la fórmula $A = P(A/P, i, n)$, o su valor en tablas, puesto que, desde el momento en que existe una capitalización de periodos menores de un año, se debe obtener una tasa de interés efectivo anual y emplear la fórmula desarrollada:

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

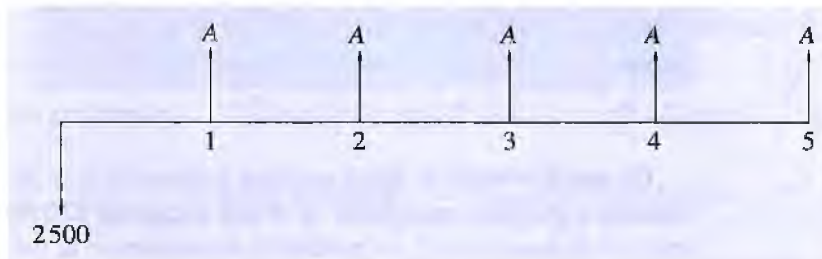
por lo tanto, el cálculo es:

$$i_{ef. \text{ anual}} = \left(1 + \frac{0.09}{12}\right)^{12} - 1 = 9.381\%$$

$$A = 2500 \left[\frac{0.09381(1+0.09381)^5}{(1+0.09381)^5 - 1} \right] = 649.09$$

SOLUCIÓN 11B Una forma alternativa de cálculo sería emplear la fórmula básica y el teorema fundamental, con base en la gráfica 2.35.

GRÁFICA 2.35



$$2500 = \frac{A}{(1+0.09381)^1} + \frac{A}{(1+0.09381)^2} + \frac{A}{(1+0.09381)^3} + \frac{A}{(1+0.09381)^4} + \frac{A}{(1+0.09381)^5}$$

$$A = \$649.09$$

Si la capitalización semestral:

$$i_{ef. \text{ anual}} = \left(1 + \frac{0.09}{2}\right)^2 - 1 = 9.202\%$$

$$A = 2500 \left[\frac{0.09202(1+0.09202)^5}{(1+0.09202)^5 - 1} \right] = 646.1$$

Como se puede observar, capitalizar en periodos más cortos produce un cobro mayor en las anualidades.

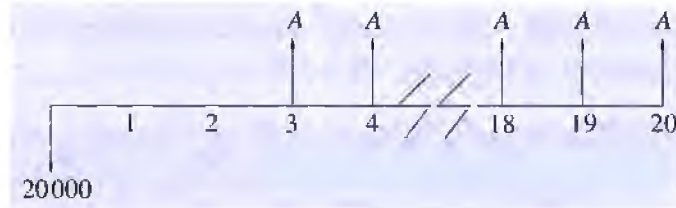
12. Una persona compró un auto en \$25 000. Dio un enganche de 20% y deberá cubrir el saldo en 18 pagos mensuales. El primer pago se hará tres meses después de haber hecho la compra. Si el vendedor cobra un interés de 15% anual capitalizado mensualmente, por este tipo de crédito, ¿a cuánto ascienden cada uno de los 18 pagos?

SOLUCIÓN 12A La deuda total es de: $25\,000 - 25\,000(0.2) = \$20\,000$. El interés efectivo mensual es:

$$i_{ef. \text{ mensual}} = \frac{0.15}{12} = 0.0125\% \text{ mensual}$$

Aquí es necesario considerar sólo el interés mensual y no el anual, dado que los pagos son mensuales. Una consideración adicional importante es que el primer pago se hace tres meses después de iniciada la operación, por lo tanto, el diagrama se muestra en la gráfica 2.36.

GRÁFICA 2.36



De esta forma, si se desea emplear la fórmula $A = P(A/P, i, n)$ es necesario trasladar a su valor equivalente la deuda inicial de \$20 000 al mes 2, ya que al tener ahí la deuda inicial, es posible la aplicación de la fórmula; de otra manera, el resultado sería erróneo. Así, tenemos que:

$$\text{Deuda en el mes 2: } P = 20\,000(1 + 0.0125)^2 = \$20\,503.2$$

$$\text{y } A = 20\,503.2 \left[\frac{0.0125(1 + 0.0125)^{18}}{(1 + 0.0125)^{18} - 1} \right] = 1\,279.07$$

SOLUCIÓN 12B Una alternativa sería trasladar la deuda del año cero \$20 000 a su valor equivalente al final del mes 20 (los dos primeros sin pagar, más 18 meses de pago).

$$F = 20\,000(1 + 0.0125)^{20} = \$25\,640.8$$

y con esto emplear la fórmula

$$A = F(A/F, i, n) = 25\,640.8 \left[\frac{0.0125}{(1 + 0.0125)^{18} - 1} \right] = 1\,279.07$$

13. Una persona compra a plazos un mueble que tiene un precio de contado de \$10 000. El trato es pagar 24 mensualidades iguales, realizando el primer pago al final del primer mes. El interés que se cobra es de 3% mensual. Justo después de pagar la mensualidad número 10, la empresa informa al comprador que el interés ha disminuido a 2% mensual. Determinar el valor de cada una de las últimas 14 mensualidades que se deberán hacer para liquidar la deuda.

SOLUCIÓN Como en este tipo de problemas no sabe qué va a suceder en el futuro con las tasas de interés, el primer paso en la solución es calcular las 24 mensualidades con las que se pagaría la deuda, si no cambia el interés en el futuro.

$$10000 = A \left[\frac{(1.03)^{24} - 1}{0.03(1.03)^{24}} \right]$$

$$A = \$590.4741595$$

NOTA Como este problema es un ejemplo de solución, para efectos de demostración los cálculos se hacen con siete cifras decimales. En general, la solución deberá contener sólo dos cifras decimales y, además, se debe redondear el último decimal.

Continuando con la solución, ahora el problema consiste en determinar cuál es la deuda pendiente después de haber pagado 10 mensualidades. Este cálculo se puede realizar de cuatro formas distintas.

SOLUCIÓN 13A ¿Cuánto se ha pagado con 10 mensualidades?

$$P = 590.4741595 \left[\frac{(1.03)^{10} - 1}{0.03(1.03)^{10}} \right] = 5036.864350$$

Al comparar el dinero en t_0 , esta cantidad es la que se ha pagado. El saldo insoluto o deuda restante se obtiene restando a la deuda en t_0 , que es \$10 000, la cantidad que se ha pagado:

$$10000 - 5036.8643502 = 4963.1356508$$

Esta cantidad es la que se debe en t_0 , pero en el problema interesa conocer cuál es la cantidad que se debe al final del mes 10:

$$4963.1356508(1.03)^{10} = 6670.0392913$$

Si ésta es la nueva deuda, entonces el valor de cada una de las últimas 14 mensualidades, ahora con un interés de 2% mensual es:

$$6670.0392913 = A \left[\frac{(1.02)^{14} - 1}{0.02(1.02)^{14}} \right]$$

$$A = \$550.9583866$$

SOLUCIÓN 13B Se hace una comparación similar, pero se toma como el periodo de comparación el final del mes 10. Es decir, el saldo insoluto o deuda pendiente al final de t_{10} sin haber efectuado algún pago:

$$10000(1.03)^{10} = 13439.1638$$

Cantidad que se ha pagado de la deuda, con la aportación de 10 mensualidades de \$590.4741595:

$$F = 590.4741595 \left[\frac{(1.03)^{10} - 1}{0.03} \right] = 6769.124501$$

La resta de ambas cantidades, es decir, lo que se debe menos lo que se ha pagado, determinará directamente el saldo insoluto o deuda pendiente al final de t_{10} :

$$13\,439.1638 - 6\,769.124501 = 6\,670.039299$$

La diferencia con el resultado anterior se debe al redondeo de cifras. Con esta cantidad se calcula el valor de cada una de las 14 mensualidades restantes:

$$6\,670.039299 = A \left[\frac{(1.02)^{14} - 1}{0.02(1.02)^{14}} \right]$$

$$A = \$550.9583873$$

SOLUCIÓN 13C Una solución más directa es llevar a su valor equivalente las 14 mensualidades que no se han pagado, lo cual determinará de manera directa cuál es el saldo insoluto después de haber pagado 10 mensualidades. En este cálculo todavía se utiliza una $i = 3\%$ mensual, puesto que sólo determina el saldo insoluto y aún no intenta calcular la nueva mensualidad:

$$P_{10} = 590.4741595 \left[\frac{(1.03)^{14} - 1}{0.03(1.03)^{14}} \right] = 6\,670.039293$$

Con este resultado se vuelve a calcular el valor de cada una de las 14 mensualidades restantes, pero con el nuevo interés de 2% mensual. Éstas arrojan un valor de $A = 550.9583868$. Como se podrá observar, los resultados son casi idénticos, y presentan una variación de resultados hasta el sexto decimal.

SOLUCIÓN 13D Una solución más sencilla, pero mucho más laboriosa requiere ir determinando, mes a mes, cuál es el saldo insoluto que queda después de pagar esa mensualidad, tal y como se mostró en la parte teórica de este capítulo. Si se sigue este procedimiento haciendo el cálculo para 10 meses, se llegará a resultados idénticos a los obtenidos en las tres soluciones anteriores.

14. Se tiene una deuda por \$10 000 para pagar en 24 mensualidades iguales, que se empezarán a pagar al final del primer mes después de adquirir la deuda. Se cobra un interés de 12% anual con capitalización mensual. Luego de realizar el pago al final del mes ocho, se le informa al deudor que el interés del préstamo disminuyó a 9% anual. Determinar el valor de cada una de las últimas 16 mensualidades que se deben pagar para saldar la deuda.

DATOS

$$P = 10\,000; n = 24;$$

$$i = 12\% \text{ anual capitalizado mensualmente;}$$

$$i_{\text{mensual}} = 0.12/12 = 0.01$$

SOLUCIÓN Este tipo de problemas se resuelve en dos partes. La primera consiste, desde luego, en calcular el valor de cada una de las 24 mensualidades iniciales. Es decir, si el estudiante se sitúa en el lugar del deudor, al adquirir la deuda nadie sabe lo que va a pasar en el futuro, de forma que inicialmente se calculan las 24 mensualidades, y es hasta el final del octavo mes en que cambian las condiciones del problema, lo cual se convierte en la segunda parte de la solución.

Cálculo de 24 mensualidades iguales:

$$10000 = A \left[\frac{(1.01)^{24} - 1}{0.01(1.01)^{24}} \right]$$

$$A = \$470.7347222$$

En este problema se utilizarán siete cifras decimales para efectos de demostración. En un problema propuesto normal la solución sería simplemente \$470.73.

Ahora supóngase que han transcurrido ocho meses desde que se realizó el primer pago, y se le informa al deudor que la tasa de interés del préstamo disminuyó a 9% anual con capitalización mensual. La pregunta inicial en esta segunda parte del problema es ¿cuál es la nueva deuda después de haber pagado ocho mensualidades?

La respuesta se puede obtener al menos de tres formas distintas, dependiendo del periodo en que se quiera comparar el dinero a su valor equivalente. Estos periodos son t_0 , t_8 y t_{24} .

Comparación del dinero en t_0 :

Pasar los ocho pagos que se han realizado a su valor equivalente a t_0 :

$$P = 470.7347222 \left[\frac{(1.01)^8 - 1}{0.01(1.01)^8} \right] = 3601.910401$$

Se tiene una deuda inicial de \$10000 en t_0 y se han pagado \$3601.910401. La nueva deuda en t_0 es:

$$10000 - 3601.910401 = 6398.089599$$

Pero en realidad lo que interesa es conocer esta deuda en su valor equivalente en t_8 , que es el periodo donde cambia el interés:

$$6398.089599 (1.01)^8 = \$6928.214189$$

Comparación en t_8 :

La deuda de 10000 se lleva a su valor equivalente a t_8 :

$$10000 (1.01)^8 = 10828.5671$$

Los ocho pagos realizados también llevan a t_8 a su valor equivalente:

$$F = 470.7347222 \left[\frac{(1.01)^8 - 1}{0.01} \right] = 3900.352831$$

Se resta la cantidad que se debe menos la cantidad que se ha pagado, y el resultado será la nueva deuda después de pagar ocho mensualidades:

$$10828.5671 - 3900.352831 = \$6928.214269$$

Al comparar el dinero en t_0 y en t_8 , la diferencia entre los resultados obtenidos es de tan solo 0.00008, lo cual, por el efecto de redondeo de las calculadoras, se considera que es exactamente el mismo resultado.

Otra forma de cálculo, en la cual también se toma como periodo de comparación a t_8 , consiste en llevar a su valor equivalente a t_8 todos los pagos que no se han efectuado, es decir, 16 pagos. Asimismo, calcular de manera directa el valor presente en t_8 de los pagos no efectuados es equivalente a calcular la deuda pendiente después de realizar ocho pagos:

$$P = 470.7347222 \left[\frac{(1.01)^{16} - 1}{0.01(1.01)^{16}} \right] = 6928.214225$$

Este resultado difiere de los dos anteriores en exactamente 0.000044, de manera que todos se consideran resultados iguales. Es preciso dejar que el alumno haga el mismo tipo de cálculos, pero ahora tomando a t_{24} como punto de comparación del dinero. Una cuarta forma de llegar al mismo resultado consiste en calcular, mes por mes, cuál es el saldo insoluto o deuda pendiente, es decir, se está hablando de un procedimiento similar al que se mostró en la tabla 2.1.

Cualquiera que sea el método utilizado, se necesita obtener la deuda pendiente o saldo insoluto después de pagar ocho mensualidades iguales, cuyo valor es de \$6928.214225, se calcula el valor de la nueva mensualidad, tomando en cuenta que faltan por pagar sólo 16 mensualidades. Ahora el nuevo interés es de:

$$i_{\text{mensual}} = \frac{0.09}{12} = 0.0075$$

$$6928.214225 = A \left[\frac{(1.0075)^{16} - 1}{0.0075(1.0075)^{16}} \right]$$

$$A = \$461.1335244$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. En México se anunciaba hace muchos años: “Invierta en Bonos del Ahorro Nacional, que dupliquen su valor a los 10 años”. ¿Cuál era la tasa de interés anual que pagaban los BAN?

RESPUESTA 7.1774% anual.

2. Si en un banco se ahorran \$75 cada año, a un tasa de interés de 5% capitalizada anualmente, ¿cuánto se tendrá al final de 8 años?

RESPUESTA \$716.17.

3. Una persona ahorró durante cuatro años, al finalizar cada uno de ellos, \$125 en un banco que pagaba 10% de interés anual. Inmediatamente después de hacer su cuarto depósito, el banco bajó la tasa de interés a 8%. Luego de hacer el quinto depósito y hasta el décimo, el banco mantuvo la tasa inicial de 10% anual. ¿De cuánto dispondrá el ahorrador al final de los 10 años, si durante ese tiempo mantuvo constante su ahorro de \$125 anual?

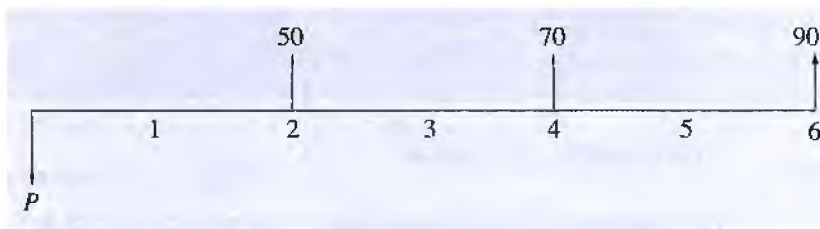
RESPUESTA \$1973.84.

4. Una persona pide un préstamo hipotecario por \$400 000 con un interés de 24% anual con capitalización mensual, para ser pagado en 60 mensualidades iguales, realizando el primer pago un mes después de hacer el trato. Justo después de pagar la mensualidad 24, el interés del préstamo disminuye a 18% anual capitalizado mensualmente y con el nuevo interés paga otras 24 mensualidades. Inmediatamente después de pagar la mensualidad 48, el interés sube nuevamente a 24% anual con capitalización mensual. Calcule el valor de cada una de las últimas 12 mensualidades que se deban pagar con un interés de 24% anual capitalizado mensualmente, para saldar la deuda por completo.

RESPUESTA \$10936.73.

5. Calcule P en el siguiente diagrama de flujo si $i = 10\%$ (gráfica 2.37).

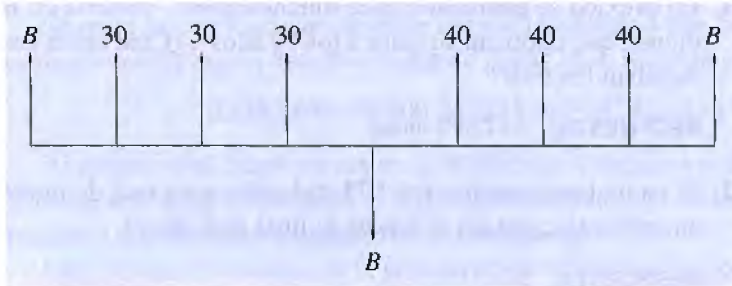
GRÁFICA 2.37



RESPUESTA \$139.93.

6. Calcule B del siguiente diagrama de flujo, si $i = 8\%$ (gráfica 2.38).

GRÁFICA 2.38



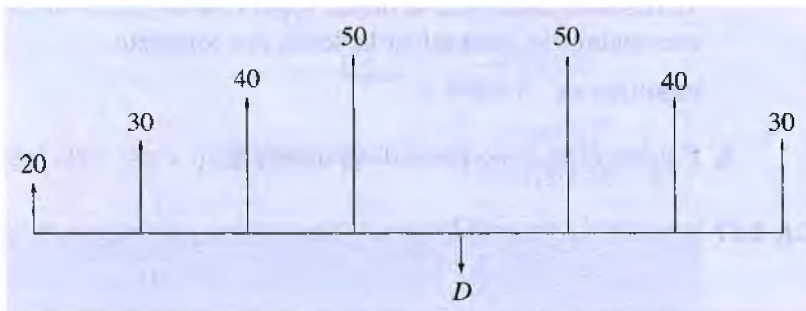
RESPUESTA $B = -\$190$.

7. Un matrimonio fue a una tienda a comprar ropa a crédito por un valor de \$5 000. La tienda ofrece dos planes de pago: en el primer plan se realizan 50 pagos semanales de \$127.57 cada uno, haciendo el primer pago una semana después de la compra. El segundo plan de pago consiste en dar un enganche de 20% del valor de la compra y realizar 38 pagos semanales de \$127.05 cada uno, haciendo el primer pago una semana después de haber realizado la compra. El esposo opina que deberían elegir el primer plan de pago, en tanto que la esposa dice que el segundo plan es el más conveniente. Con un interés anual de 52% con capitalización semanal, determine quién tiene la razón, desde el punto de vista económico.

RESPUESTA Los planes son equivalentes.

8. Si $i = 5\%$, calcule D en el siguiente diagrama de flujo (gráfica 2.39).

GRÁFICA 2.39



RESPUESTA $D = \$265.45$.

9. Se depositan \$30 000 en un banco que paga un interés de 15% anual con capitalización mensual. Se desea efectuar 12 retiros trimestrales iguales, realizando el primer retiro al final del quinto mes después de haber hecho el depósito. Calcular

el valor de cada uno de los doce retiros trimestrales iguales, de forma que con el último retiro se agote totalmente el depósito.

RESPUESTA \$3 238.5.

10. El exclusivo club deportivo Failed Champs ofrece dos opciones a los posibles socios: un pago de contado de \$10 000 que da derecho a una membresía por 10 años, o pagos anuales al inicio de cada año. En el primer año se pagarán \$1 200 y este monto se incrementará en \$100 anualmente. Si se considera una tasa de interés de 12% capitalizado cada año, ¿cuál plan escogería usted en caso de que deseara pertenecer al club por un periodo de 10 años?

RESPUESTA Elijase el plan de pagos anuales; producen un ahorro en el presente de \$138.

11. Una persona compró un televisor en \$750 y acordó pagarlo en 24 mensualidades iguales, comenzando un mes después de la compra. El contrato también estipula que el comprador deberá pagar en el mes de diciembre de ambos años anualidades equivalentes a tres pagos mensuales. Si el televisor se adquirió el 1 de enero del año 1, tendrá que pagar, en diciembre del año 1 y diciembre del año 2, cuatro mensualidades en cada periodo (una normal más la anualidad). Si el interés que se cobra es de 1% mensual, ¿a cuánto ascienden los pagos mensuales?

RESPUESTA \$28.55.

12. La misma persona del problema anterior decide que en vez de pagar dos anualidades equivalentes a tres mensualidades cada una, pagará una sola en diciembre de 1990 por \$200. ¿A cuánto ascienden ahora los 24 pagos mensuales uniformes, si el interés se mantiene igual?

RESPUESTA \$26.96.

13. Una universidad local ofrece estudios de licenciatura por una cantidad anual de \$4 500 pagaderos al principio del año escolar. Otra forma de pagar los estudios es mediante la aportación de 10 mensualidades iguales. La primera se paga el 1 de septiembre y la última el 1 de julio del siguiente año. En los meses de diciembre y agosto no hay pago porque son vacaciones. ¿A cuánto ascienden los 10 pagos mensuales uniformes para ser equivalentes a un pago de contado de \$4 500 el 1 de septiembre de cada año, si la universidad aplica una tasa de interés de 2% mensual?

RESPUESTA \$497.78.

14. Se depositan \$15 000 en un banco que paga un interés de 24% anual con capitalización mensual. El primer retiro se realiza hasta el final del mes 25 y a partir de

ese mes se realizan retiros iguales de \$854.50 mensuales. ¿En qué mes se agota totalmente el depósito?

RESPUESTA Mes = $24 + 42 = 66$.

15. Un padre de familia ha pensado en ahorrar \$80 al mes durante cierto periodo de la vida de su hijo pequeño, en un banco que paga un interés de 12% anual capitalizado mensualmente. Los ahorros se harían hasta que el hijo cumpliera 17 años. Un año después, es decir, cuando el joven tuviera 18 años, empezaría su educación universitaria, la cual el padre ha calculado que costará \$4 500. Costará \$5 000 cuando cumpla 19 años y \$5 500 a los 20 años, \$6 000 a los 21 y \$6 500 a los 22 años. ¿Qué edad debe tener el hijo para que el padre empiece a ahorrar \$80 al mes, desde ese momento y hasta que cumpla 17 años, para que pueda disponer de las cantidades mencionadas en esas fechas?

RESPUESTA Debe empezar a ahorrar cuando el hijo tenga 6 años 9 meses.

16. El joven futbolista Inocencio del Campo recientemente cumplió 21 años y su futuro en el deporte es muy prometedor. Su contrato con el equipo “Jamelgos” terminó y el mismo equipo ya le ofreció un nuevo contrato durante seis años por la suma de \$1.6 millones de dólares, pagaderos al momento de la firma. Por otro lado, él piensa que si eleva continuamente su nivel de juego, puede conseguir contratos anuales, el primero de los cuales sería por \$250 000 dólares y, con cada contrato sucesivo, pedir una suma adicional de \$50 000 dólares. En todos los contratos se paga lo convenido a principio de año. Si la tasa de interés que se considera es de 15% anual, ¿qué deberá hacer Inocencio si quiere planear sus próximos seis años de carrera deportiva?

RESPUESTA Debe aceptar el contrato por seis años, gana \$55.65 dólares adicionales.

17. Una persona piensa depositar \$150 cada mes durante el siguiente año en un banco que paga una tasa de interés de 1.5% mensual. Considera que después de hacer los 12 depósitos del primer año puede aumentar su ahorro mensual a \$180. ¿Cuánto tendrá al final de dos años si no retira ninguna cantidad de dinero durante este tiempo?

RESPUESTA \$4 686.93.

18. Hay un depósito de \$2 699 en un banco que paga una tasa de interés de 10% anual. Si es necesario retirar una cantidad de \$300 dentro de un año y los retiros al final de los años sucesivos se incrementan por \$50, ¿en cuántos años se extinguirá totalmente el fondo de \$2 699?

RESPUESTA 9 años.

19. Una familia cuenta con un fondo de \$30 000 para remodelar su casa en el futuro. El dinero está depositado en un banco que paga un interés de 7% anual. Si la familia considera que gastará \$10 000 al final del segundo año y \$15 000 al final del cuarto año, ¿con qué cantidad podrá contar al concluir el quinto año?

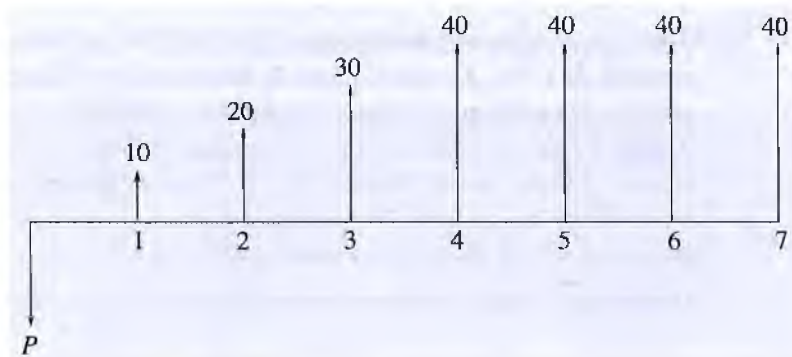
RESPUESTA \$13 776.

20. Una persona adquiere una deuda de \$10 015.20 con un banco que cobra un interés de 18% anual con capitalización mensual. Acuerda liquidar la deuda mediante el pago de 24 mensualidades iguales, haciendo el primer pago un mes después de obtener el crédito. El deudor logra pagar hasta la mensualidad 12 y, por tener problemas de dinero, suspende los pagos durante los meses 13, 14, 15 y 16. A partir del final del mes 17 vuelve a pagar la mensualidad en forma normal, pero decide que en los siguientes meses va a pagar la mensualidad normal más \$50, es decir, en el mes 18 pagará la mensualidad normal más \$50, en el mes 19 pagará la mensualidad normal más \$100, etc. ¿En cuál mes terminará de pagar la deuda? Determine el monto exacto del último pago si no es múltiplo de \$50.

RESPUESTA Pagará la mensualidad normal en el mes 24 que sería de \$850 más \$861.38 en ese mismo mes; o bien, pagará la mensualidad 24 de \$850 más \$874.31 en el mes 25, lo cual no hace otra mensualidad en el mes 25, ya que la mensualidad normal sería de \$900.

21. Calcule P del siguiente diagrama de flujo, si $i = 20\%$ (gráfica 2.40).

GRÁFICA 2.40



RESPUESTA \$99.51.

22. Una persona se propuso ahorrar \$1 000 cada fin de año durante 10 años, en un banco que paga un interés de 12% anual. Sin embargo, al final de los años 5 y 7, en vez de ahorrar tuvo que disponer de \$500 en cada una de esas fechas. ¿Cuánto acumuló al final de los 10 años, si hizo ocho depósitos de \$1 000?

RESPUESTA \$12 798.50.

23. Un matrimonio compró una casa de \$180 000 mediante una hipoteca que cobra 10% de interés anual. Si el matrimonio puede dar pagos de \$23 000 cada fin de año, comenzando un año después de la compra, *a)* ¿cuándo terminarán de pagar la casa? *b)* si dan un enganche de contado de \$35 000 y desean pagar la casa en el mismo plazo calculado en el inciso *a)*, ¿a cuánto ascenderán ahora los pagos de fin de año?

RESPUESTA *a)* 16 años; *b)* 18 531.

24. Se han pedido prestados 1 000 a una tasa de interés de 5% anual y se acuerda pagar cada fin de año, iniciando un año después de que fue otorgado el préstamo, de forma que cada pago disminuya \$75 cada año, es decir, el segundo pago será menor que el primero por \$75, el tercero menor que el segundo por \$75, etc. Si se desea liquidar totalmente el préstamo en seis años, ¿cuál será el pago al final del sexto año?

RESPUESTA Cero. Con los cinco primeros pagos se salda totalmente la deuda.

25. Durante 10 años una persona ahorró cierta cantidad, de tal forma que el depósito del año siguiente siempre fue superior en \$1 000 a la cantidad depositada el año interior. El interés que se pagó por este tipo de ahorros fue de 6% anual. Si al final de los 10 años se contaba con \$66 193, ¿cuál fue la cantidad que se depositó el primer año?

RESPUESTA El primer depósito fue de \$1 000.

26. Una empresa pide un préstamo por \$190 288.85 a un banco que cobra un interés mensual de 1.5%. Acordó liquidar la deuda en 24 mensualidades iguales empezando a pagar un mes después de obtener el préstamo. Al momento de realizar el pago 12 decide reducir su pago mensual en \$50, es decir, en el mes 13 va a realizar el pago normal menos \$50, en el mes 14 pagará la mensualidad normal menos \$100, etc. ¿En cuál mes terminará de pagar la deuda? Determine el monto exacto del último pago si no es un múltiplo de \$50.

RESPUESTA Deberá pagar la mensualidad normal más \$4 184.61 al final del mes 25.

27. Se depositaron \$33 000 en un banco que paga un interés anual de 9%. Al final del primer año de haber hecho el depósito y al final de los siguientes cuatro, se hicieron retiros por \$4 000, es decir, se hicieron cinco retiros de fin de año. Después de estos cinco años se desea, en lo sucesivo, hacer retiros de \$3 000 cada fin de año. ¿Cuántos retiros de \$3 000 se podrán hacer antes de extinguir totalmente la suma depositada?

RESPUESTA El saldo se agota en el mes 23 ($18 + 5$) y en el mes 24 se pueden retirar \$2 924.95.

28. Un equipo viejo produce una gran cantidad de piezas defectuosas. Se calcula que durante los siguientes cuatro años se producirán 1 200 piezas defectuosas por año y a partir del quinto, éstas aumentarán en 150 unidades anuales. La empresa que tiene este equipo usa como regencia una tasa de interés de 12% anual y está haciendo un estudio para un periodo de ocho años. Si cada pieza defectuosa le cuesta \$10, ¿cuánto estarán dispuestos a pagar ahora por una máquina nueva que evite totalmente este problema?

RESPUESTA \$66 441.

29. Por medio de la aplicación de técnicas de ingeniería industrial, una empresa logró ahorrar \$28 000 el primer año, disminuyendo los ahorros en \$4 000 cada año durante un periodo de cinco años. A una tasa de interés de 12% anual, ¿a cuánto equivalen los ahorros de los cinco años al final del quinto año?

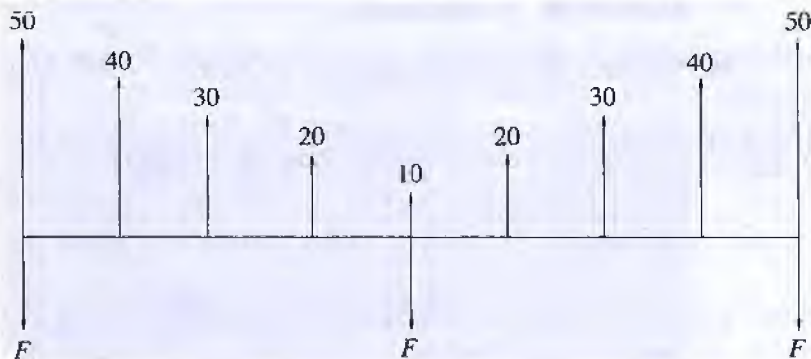
RESPUESTA \$132 783.6.

30. Se compró un equipo de sonido por \$1 100. se acordó pagarlo en 36 pagos mensuales iguales, que iniciarán un mes después de la compra. La tasa de interés es de 1% mensual. a) Calcule el pago mensual que deberá hacerse. b) Al final de los meses 12, 24 y 36 es posible hacer un pago adicional a la mensualidad de \$100; si se desea pagar el equipo en 36 mensualidades iguales, ¿a cuánto ascienden ahora estos pagos?

RESPUESTA a) \$36.52; b) \$28.64.

31. Calcule F del siguiente diagrama de flujo, si $i = 15\%$ (gráfica 2.41).

GRÁFICA 2.41



RESPUESTA $F = \$95.13$.

32. Una persona depositó \$500 cada mes, de los meses 1 a 17 en un banco que paga un interés de 1% mensual. A partir del mes 18, el banco subió la tasa de 2% mensual

que paga a sus ahorradores, y el ahorrador también incrementó sus depósitos en \$50 cada mes, es decir, depositó \$550 al final del mes 18, depositó \$600 al final del mes 19, etc. ¿Cuánto acumuló en el banco al momento de realizar el depósito número 36?

RESPUESTA \$35 588.54.

33. Un préstamo de \$4 500 se liquidará pagando \$800 al final de los años primero, segundo, cuarto y quinto. Si la tasa que se considera es de 10% de interés anual, ¿cuál debe ser el pago en el tercer año para saldar exactamente el préstamo?

RESPUESTA El pago en el tercer año es de \$2 753.

34. Se compró un equipo de cómputo en \$3 200 a una tasa de 1% mensual; el primer pago se hace un mes después de la adquisición. Si la cantidad más alta que se puede pagar al mes es \$100 durante los 12 primeros meses y \$120 del mes 13 en adelante, ¿cuántos meses tardaría en liquidarse el equipo de cómputo? Si el último pago no es exactamente de \$120, ¿a cuánto asciende este último pago?

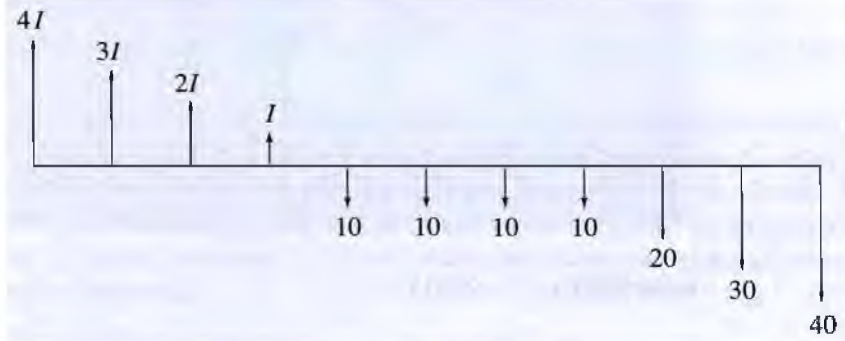
RESPUESTA Se liquidará la deuda con 12 pagos de \$100; 21 pagos de \$120 y un pago de \$93.04 en el mes 34.

35. Una persona quiere comprar un perro de un mes de nacido. Calcula que los gastos de manutención del animal serán de \$20 durante el segundo mes de edad, cantidad que se incrementará \$3 cada mes hasta que el perro tenga 12 meses. Después, esta cantidad permanecerá constante a lo largo de los años, es decir, costará \$50 al mes mantener al perro. Si al momento de hacer la adquisición, deposita \$3 500 en un banco que paga 1% de interés mensual, ¿durante cuánto tiempo podrá mantener al perro con el dinero que tiene en el banco sin hacer una inversión adicional?

RESPUESTA 10 años exactos.

36. Calcule I del siguiente diagrama de flujo si $i = 20\%$ (gráfica 2.42).

GRÁFICA 2.42



RESPUESTA $I = 3.76$.

37. Una persona quiere reunir \$10270.23 en un banco que paga un interés de 1% mensual. Para lograrlo, deposita \$100 cada mes durante los meses 1 al 36. A partir del mes 37 su depósito se incrementa en \$100 cada mes, es decir, deposita \$200 en el mes 37, deposita \$300 en el mes 38, etc. ¿En cuál mes logrará la cantidad propuesta?

RESPUESTA Con el depósito del mes 45 reúne exactamente la cantidad propuesta.

38. Un préstamo de \$10000 se paga con anualidades iguales de \$1200 a una tasa de interés anual de 8%, que comienza a liquidarse un año después de otorgado el préstamo. Después de 5 pagos, por problemas financieros, se suspende el pago y se acuerda liquidar con una sola suma toda la deuda al final del año 10. ¿A cuánto ascenderá este pago único?

RESPUESTA \$11245.

39. Una empresa depositó \$1000 al final de cada año durante cinco años. Al final del año seis depositó \$1250, al final del año siete \$1500; y al final del octavo año depositó \$1750. Si por estos ahorros le pagaron una tasa de interés de 7.5% anual, ¿cuánto tendrá acumulado al final del año 10?

RESPUESTA \$13894.

40. El banco *A* paga un interés de 8% anual capitalizado semestralmente. El banco *B* paga 7.9% anual capitalizado mensualmente, y el banco *C* paga una tasa de 7.8% anual capitalizada diariamente. Si usted tiene \$500 para invertir, ¿qué banco elegiría si el periodo de depósito es de al menos un año?

RESPUESTA Banco *B*.

41. Una persona depositó \$5000 en la institución *A*, que paga un interés de 10% capitalizado anualmente. También depositó \$5000 en la institución *B* que paga 10% anual capitalizado mensualmente. a) ¿Cuánto dejó de ganar en el primer caso si el dinero permaneció en ambas instituciones por tres años? b) ¿Si dejó el dinero por 3.5 años?

RESPUESTA a) \$85.90; b) \$430.

42. Se depositan \$10000 en un banco que paga un interés del 18% anual capitalizado mensualmente. Durante los 5 primeros meses después del depósito se retiran \$500 cada mes. A partir de ese momento los retiros se incrementan en \$100 y se efectúan cada tres meses, es decir, se retiran \$600 en el mes ocho, se retiran \$700 en el mes 11, etc. ¿En cuál mes se puede efectuar un último retiro de forma que se extinga totalmente el fondo depositado? Determine la cantidad exacta del último retiro si no es un múltiplo de \$100.

RESPUESTA Podrá retirar \$1 500 en el trimestre 10, el cual corresponde al mes 35 y además podrá retirar \$321.43 en ese mismo mes 35 para agotar totalmente el fondo.

43. Se depositan \$3 000 cada año en un banco que paga una tasa de interés anual de 12% capitalizada mensualmente, ¿qué cantidad se acumulará al final de cinco depósitos anuales?

RESPUESTA \$19 318.

44. Se depositan mensualmente \$100 en un banco que paga 12% de interés anual capitalizado trimestralmente. ¿Cuánto se habrá acumulado después de hacer 36 depósitos mensuales?

RESPUESTA \$4 257.60.

45. Una casa comercial anuncia: “Compre cualquier artículo de esta tienda con un cargo de interés de 15% anual. Para su comodidad salde su deuda en cómodos pagos semanales iguales”. ¿Cuál es la tasa de interés efectivo anual que cobra la tienda?

RESPUESTA 16.158%.

46. Algunos planes de empresas automotrices dicen: “Adquiera su auto sin enganche y sin interés. Páguelo en 40 mensualidades congeladas (iguales)”. El plan que le presentan a un comprador es el siguiente:

Valor del auto de contado = \$25 000

Costo de investigación y apertura de crédito, 20% del valor del auto = \$5 000

Deuda inicial = \$30 000

Liquidación en 40 pagos mensuales iguales de $\frac{30000}{40} = 750$

La primera mensualidad se dará un mes después de haber hecho el trato. ¿Cuál es la tasa de interés efectivo anual que se cobra por este tipo de ventas?

RESPUESTA 11.16% anual.

47. Se anuncia la venta de un mueble de cocina por \$2 000 de contado. Otra forma de pagar el mueble es mediante seis mensualidades iguales; la primera se empieza a pagar tres meses después de hecha la compra. Si el vendedor aplica una tasa de interés de 18% anual capitalizada mensualmente, ¿de cuánto serán los seis pagos iguales que son necesarios para cubrir la deuda?

RESPUESTA \$361.60.

48. El popular cantante Thomas D’Mass decidió retirarse del medio artístico dentro de dos años. La promotora artística Broken Stars le ha ofrecido un jugoso contrato por \$2 000 000 dólares, pagaderos de contado al momento de firmar un contrato donde

se especifica que los dos últimos años de su vida artística, el cantante dará todos los conciertos que la empresa logre conseguir. Por otro lado, Thomas D'Mass piensa que, gracias a su popularidad, él puede trabajar de manera independiente y conseguir conciertos, por cada uno de los cuales cobrará \$50 000 dólares. En cualquier caso, Thomas ahorraría todas sus ganancias en un banco que paga un interés de 12% anual capitalizado quincenalmente, con lo que podría vivir en forma decorosa cuando se retire. ¿Cuántos conciertos necesita dar Thomas de manera independiente para que le resulte igual que firmar el contrato por dos años?

RESPUESTA 45 conciertos, lo cual equivale a ofrecer uno cada 15 días durante dos años.

49. Una persona deposita \$1 000 cada mes durante 12 meses consecutivos, en un banco que paga una tasa de interés de 18% anual capitalizada mensualmente. Luego de depositar \$1 000 en el mes 12, eleva la cantidad del depósito a \$2 500 cada tres meses, es decir, deposita \$2 500 en el mes 15, \$2 500 en el mes 18, etc., y realiza otros 12 depósitos trimestrales consecutivos por esa cantidad. Si no retira dinero, ¿cuánto se acumula en el banco al momento de realizar el depósito número 24?

RESPUESTA \$61 100.82.

50. En México existe la llamada Lotería Nacional, juego que consiste en que si se gana el premio mayor, por cada unidad monetaria que se apueste se recibirán 10 000 a cambio. Una persona jugó \$10 por semana durante muchos años y nunca obtuvo el premio mayor. Si se considera una tasa de interés de 18% anual capitalizada mensualmente, ¿cuánto tiempo sería necesario para que, si hubiera ahorrado todo ese dinero a la tasa mencionada en vez de jugar, la ganancia acumulada fuera igual a la del premio mayor?

RESPUESTA 20 años, 5 meses y 1 semana.

51. Se depositan \$100 cada fin de mes en un banco que paga una tasa de 16% anual capitalizado trimestralmente. Al cabo de un año, es decir, después de hacer 12 depósitos, el banco decide capitalizar de manera mensual la tasa de interés. Si se continúa haciendo depósitos de \$100 cada fin de mes, ¿cuánto se tendrá acumulado al final de dos años?

RESPUESTA \$2 788.60.

52. Se depositan \$2 500 en un banco que paga un interés de 14% anual capitalizado cada semana. Seis meses después del primer depósito se retiran \$1 000. Al cabo de un año del depósito inicial, vuelven a depositarse \$1 000. Si en lo sucesivo ya no hay movimientos de dinero, ¿cuánto se tendrá acumulado después de 18.5 meses de haber iniciado las operaciones?

RESPUESTA \$3 021.50.

53. En México, mucha gente participa en las llamadas *tandas*, que consisten en reunir cierto número de personas, quienes periódicamente aportan una cantidad fija de dinero. Luego, cada una de ellas, de manera sucesiva, recibe el total de las aportaciones del resto del grupo. Supóngase que se reúnen 30 personas, y que cada quincena cada una aporta \$1 000, de forma que en el primer periodo de aportación una de ellas recibe \$30 000, en el segundo periodo otra recibe la misma cantidad, y así durante 29 quincenas. La última persona en cobrar también recibe \$30 000. Si la persona que cobra en primer lugar ahorra ese dinero en un banco que paga un interés de 18% anual capitalizado cada semana, a) ¿cuánto dinero extra tendrá al final de la quincena 29, respecto de la persona que en ese momento apenas está recibiendo \$30 000? b) ¿a cuánto asciende esta diferencia si el banco paga un interés de 18% anual capitalizado mensualmente?

RESPUESTA a) \$6 658; b) \$6 953.

54. Si un usurero presta \$1 000 a cambio de recibir \$1 100 al cabo de una semana, y si se supone que esta práctica la realiza en forma continua durante todo el año, ¿cuál es la tasa efectiva de interés anual que habrá ganado?

RESPUESTA 141.04% anual.

55. Se ahorran \$7 000 en un banco que paga un interés de 8% anual capitalizado trimestralmente. Se desean hacer 10 retiros semestrales iguales, empezando a retirar tres meses después de haber hecho el depósito inicial. ¿A cuánto ascienden cada uno de los diez retiros semestrales, para que con el último se extinga el fondo?

RESPUESTA \$847.79 retiro semestral.

56. Se depositan \$12 222 en un banco que paga un interés de 15% anual capitalizado cada mes. Si se estima que será necesario retirar \$1 800 cada tres meses, ¿cuántos retiros de \$1 800 se podrán hacer hasta extinguir totalmente el depósito?

RESPUESTA Exactamente ocho retiros.

57. Existen tres formas de pago para comprar un automóvil. La primera consiste en comprar el auto de contado a un precio de \$110 000. La segunda forma es pagar 60 mensualidades iguales de \$3 164.47 cada mes, haciendo el primer pago un mes después de la compra. La tercera forma de adquirir el auto es mediante el pago de 48 mensualidades iguales de \$1 955.00 cada una, empezando a pagar un mes después de hacer la compra, y además pagar cuatro anualidades iguales al final de los meses 12, 24, 36 y 48 por \$21 877.83. Con un interés de 24% anual capitalizado mensualmente, determine ¿cuál es la mejor forma de pago desde el punto de vista económico?

RESPUESTA Los tres planes de pago son equivalentes.

58. Se depositan \$750 mensuales en un banco que paga un interés de 14% anual capitalizado cada mes. Si se hacen 15 depósitos en forma consecutiva, ¿cuánto se tendrá acumulado al final del mes 20?

RESPUESTA \$12 946.

59. Se compra un equipo de sonido en \$5 500 y se acuerda pagarlo en 36 mensualidades iguales, a una tasa de interés de 18% anual, capitalizado cada mes. Después de hacer el pago número 18, por problemas inflacionarios la tasa se eleva a 22% de interés anual capitalizado mensualmente. Si quien hizo la compra puede pagar el resto del adeudo, exactamente con el mismo pago mensual de las primeras 18 mensualidades, a) ¿cuándo terminará de pagar la deuda?, b) el último pago no es exactamente igual al resto de las mensualidades, ¿a cuánto asciende el pago del último mes para liquidar la deuda?

RESPUESTA a) Termina de pagar el mes 37. b) Los pagos son: 36 mensualidades de \$198.83 y un último pago de \$128.92 en el mes 37.

60. Se invierten \$2 207.93 en un banco que paga un interés de 12% anual capitalizado mensualmente. El dinero se deja depositado un año completo y al final del mes 12 se retiran \$450; los retiros sucesivos se efectúan cada dos meses y disminuyen \$25 cada vez, es decir, al final del mes 14 se retiran \$425, al final del mes 16 se retiran \$400, al final del mes 18 se retiran \$375, etc. Si se continúa retirando cada dos meses y cada retiro sucesivo disminuye \$25, ¿en cuál mes se extingue totalmente el depósito?

RESPUESTA En el mes 24 y el último retiro es por \$300.

61. Una persona compra un auto cuyo precio de contado es \$43 000 y decide pagarlo a plazos con un interés ajustable a las condiciones del mercado. Durante el primer año pagó 12 mensualidades con un interés de 1.5% mensual. Si a partir del segundo año el interés del mercado se eleva a 2.2% mensual, ¿cuál será el monto de cada una de las últimas 12 mensualidades que tenga que pagar para saldar la deuda? La deuda inicial se contrata para pagar en 24 mensualidades.

RESPUESTA \$2241.49.

62. Una empresa depositó \$100 000 en un banco que paga una tasa de interés de 12% anual con capitalización mensual. Desea realizar 12 retiros bimestrales, el primer retiro lo hará al final del segundo mes después de hacer el depósito. Luego de efectuar el sexto retiro bimestral, la tasa de interés se elevó a 18% anual con capitalización mensual. a) ¿Cuál es el monto de cada uno de los primeros seis retiros bimestrales? b) ¿Cuál es el monto de cada uno de los últimos seis retiros bimestrales?

RESPUESTA a) \$9461.77; b) \$9787.55.

63. Una empresa pidió un préstamo por \$200 000 y acordó liquidar la deuda en 36 mensualidades iguales que empezará a pagar un mes después de haber recibido el préstamo, por el que le cobran una tasa de interés de 15% anual capitalizada mensualmente. La empresa pagó las primeras seis mensualidades, y el negocio ha ido tan bien, que a partir del séptimo mes incrementó su pago en \$10 000 al mes; de manera que en el mes ocho pagó la mensualidad normal más \$20 000; en el mes nueve pagó la mensualidad normal más \$30 000, etc. Antes de efectuar el pago 12 decidió liquidar todo el adeudo restante en una sola suma. ¿A cuánto asciende este último pago en el mes 12?

RESPUESTA No tiene que pagar el mes 12, ya que al cubrir la mensualidad número 11 le deben regresar \$16 255.

64. Una compañía automotriz vende un auto cuyo precio de contado es de \$50 000. La venta la promueve de la siguiente forma: “Pague el auto en 36 mensualidades iguales. Usted fija el monto de cada mensualidad según sus necesidades. El resto, páguelo en tres anualidades iguales al final de los meses 12, 24 y 36”. Un comprador dice que él puede pagar \$1 800 al mes. ¿Cuál es el valor de cada una de las tres anualidades que debe pagar al final de los meses 12, 24 y 36 para liquidar totalmente su deuda? La compañía automotriz cobra un interés de 2% mensual.

RESPUESTA \$2 167.96.

65. Se vende una TV de contado por \$4 000 o pagando 24 mensualidades iguales con un interés de 3% mensual. Una persona realiza la compra a plazos y después de pagar la mensualidad 12, el interés sube a 5% anual. Si desea seguir pagando la misma cantidad mensual, ¿cuándo termina de pagar la deuda?

RESPUESTA Termina de pagar en el mes 26 y además de la mensualidad deberá pagar en ese momento \$25.89.

66. Se invierten \$622.32 a un interés de 8.5% por periodo. Al final de los periodos 7, 8, 9 y 10 se retiran \$100 de cada uno de ellos. En los periodos subsecuentes cada retiro se incrementa en \$50, es decir, se retiran \$150 al final del periodo 11, \$200 al final del periodo 12, etc. Si se continúa con el mismo incremento en los retiros, ¿en qué periodo se extingue totalmente el fondo depositado?

RESPUESTA En el periodo 15.

67. Se tiene una deuda de \$10 000 por la que se cobra un interés de 1.5% mensual. Se acuerda que se liquidará en 12 pagos trimestrales iguales, realizando el primer pago dos meses después de haber adquirido la deuda. ¿A cuánto ascienden cada uno de los 12 pagos trimestrales iguales, que son necesarios para cubrir totalmente la deuda?

RESPUESTA \$1 084.65.

68. Un profesor que se acaba de jubilar recibió \$80 000 por su retiro, mismos que invirtió en la publicación de un libro del cual es autor. Por cada libro que vende su ganancia neta es de \$2, y al final del primer año de haber hecho la publicación logró vender 3 500 ejemplares. El profesor considera una tasa de interés de 11% anual y calcula que es posible incrementar las ventas anuales en una cantidad constante cada año. ¿Con cuántos ejemplares del libro debe incrementar la venta cada año, en forma constante, si desea recuperar la inversión en cuatro años?

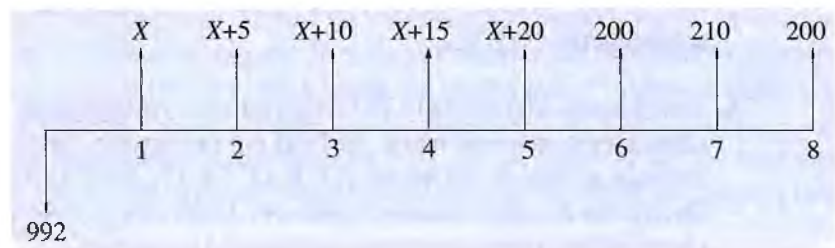
RESPUESTA 6 857 libros.

69. Durante seis meses se hicieron depósitos de \$50 cada mes en un banco que pagó un interés de 2% mensual. Luego se hicieron 6 depósitos de \$75 cada dos meses y la tasa de interés se elevó a 4% mensual. ¿Cuánto se acumuló en el banco luego de realizar el depósito número 12?

RESPUESTA \$1 057.39.

70. Del siguiente diagrama de flujo y con interés de 4% por periodo, determínese el valor de X :

GRÁFICA 2.43



RESPUESTA \$109.

71. Se depositan \$4 000 en un banco que paga un interés de 18% anual capitalizado quincenalmente. El dinero permanece un año depositado, sin que se hagan retiros de capital ni intereses. A partir de la primera quincena del segundo año, que es la quincena 25 a partir del día en que se realizó el depósito inicial, se desean realizar nueve retiros iguales cada dos meses, hasta extinguir totalmente el depósito. ¿A cuánto ascienden cada uno de estos nueve retiros iguales?

RESPUESTA \$601.96.

72. Una persona compró a crédito una TV en \$4 000. El interés que se cobra es de 3% mensual. Durante los seis primeros meses pudo pagar \$250 cada mes, pero a partir del séptimo mes su pago se incrementó en \$50 al mes, es decir, pagó \$300 al final del séptimo mes, \$350 al final del octavo mes, etc. ¿Cuándo terminó de

pagar la deuda? ¿Cuál es la cantidad exacta del último pago para que liquide totalmente la deuda?

RESPUESTA Termina de pagar en el mes 14 y su pago debe ser de \$496.93.

73. Se depositan \$5 000 en un banco que paga un interés de 12% anual capitalizado mensualmente. Se desean realizar seis retiros iguales cada cuatro meses; el primer retiro se realiza dos meses después de haber hecho el depósito inicial y luego, cada cuatro meses se retirarán cantidades iguales. Determínese el monto de cada uno de los seis retiros iguales de manera que con el último retiro se extinga totalmente el depósito.

RESPUESTA \$936.85.

74. Una persona compró un aparato doméstico por \$1 350 y acordó pagarlo en 24 mensualidades iguales, empezando a pagar un mes después de haber hecho la compra. El interés de la compra es de 1.5% mensual. Inmediatamente después de haber realizado el pago número 12, el cobrador le informa al comprador, que a partir del siguiente mes los intereses disminuirán a 1% mensual. Si el comprador decidiera liquidar toda su deuda restante en una sola suma, tres meses después, es decir, al final del mes 15, ¿cuánto tendría que pagar?

RESPUESTA \$757.42.

75. Una persona invirtió \$813 791.64 en un banco que paga un interés de 18% anual capitalizado mensualmente. Al final del primer mes tuvo que retirar 250 000 y después, al final de los meses 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20 y 23 retiró una cantidad igual. Determine a cuánto asciende cada uno de los ocho retiros iguales, de forma que con el último retiro se extinga totalmente la inversión.

RESPUESTA \$85 000.

76. Se depositan \$1 000 en un banco que paga una tasa de interés de 12% anual capitalizada mensualmente. En el primer año se realizan cuatro retiros trimestrales, y el primero de estos ocurre al final del tercer mes. En el segundo año se efectúan tres retiros cuatrimestrales; el primero se realiza al final del mes 16. Determínese el monto de cada uno de los siete retiros, si tanto los cuatro retiros trimestrales como los tres cuatrimestrales tienen el mismo valor y con el último retiro se extingue el depósito.

RESPUESTA \$161.96.

77. Se depositan \$667.63 en un banco que paga un interés anual de 18% capitalizado mensualmente. Al final del segundo mes, a partir de la fecha de depósito, se efectúa un retiro, y después de éste se retira la misma cantidad cada tres meses, es decir, se realizan retiros los meses 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20 y 23. ¿A cuánto asciende cada

uno de los ocho retiros iguales, de forma que al realizar el último retiro se extinga totalmente el depósito?

RESPUESTA \$100.

78. Una persona pidió un préstamo al principio del año 1 por \$100 000, para liquidarlo en ocho pagos semestrales con un interés de 2% mensual. Luego de hacer los pagos correspondientes a los semestres 1, 2, 3 y 4 a partir de la fecha del préstamo, acuerda suspender los pagos debido a un incremento en las tasas de interés, que a partir de esa fecha se elevan a 4% mensual. Asimismo, se compromete a pagar toda la deuda restante tres meses después. ¿Cuánto pagará al final de ese periodo (2 años y 3 meses) para liquidar totalmente la deuda a la nueva tasa de interés de 4% mensual?

RESPUESTA \$124917.64.

79. El 1 de enero del año 1 una persona compró un departamento por \$200 000 para ser liquidado en 60 mensualidades con un interés de 15% anual capitalizado mensualmente. La primera mensualidad se pagó un mes después de la fecha de adquisición. El contrato también estipula el pago de cinco anualidades con un valor de \$5 000 cada una, al final de los meses 12, 24, 36, 48 y 60. Al iniciar el cuarto año ya se habían pagado 36 mensualidades y las anualidades correspondientes a los meses 12, 24 y 36. A partir del cuarto año el interés se elevó a 48% anual capitalizado mensualmente. Si el comprador aún desea pagar las anualidades correspondientes a los meses 48 y 60, por un monto de \$5 000 cada una, ¿cuál es el valor de las últimas 24 mensualidades que le faltan por pagar a la nueva tasa de interés?

RESPUESTA \$6 103.25.

80. Se piden \$15 000 en préstamo para ser pagados en 24 mensualidades iguales, a una tasa de interés de 3% mensual. El contrato declara que la primera mensualidad se va a pagar al final del primer mes y que al final de los meses 9, 10, 19 y 20 no se efectuarán pagos, por lo que la deuda se terminará de pagar en el mes 28 (24 mensualidades con cuatro de meses de suspensión de pagos). Determinése el monto de cada una de las 24 mensualidades iguales.

RESPUESTA \$929.96.

81. Se pidió un préstamo por \$100 000 y se acordó pagarlo en 24 mensualidades iguales con un interés de 15% anual con capitalización mensual. Habiendo pagado sólo las primeras dos mensualidades, la tasa de interés se elevó a 48% anual con capitalización mensual y con esta tasa se pagaron las siguientes 10 mensualidades. Se informa que a partir del mes 13 la tasa de interés se eleva a 60% anual

capitalizada mensualmente. Se han pagado 12 mensualidades y se desea pagar la deuda restante al final del mes 13 con el nuevo interés. ¿Cuánto se debe pagar?

RESPUESTA \$63 252.17.

82. Usted puede comprar una TV por \$1 400 de contado. Un plan alternativo de pago consiste en liquidar la compra mediante 12 pagos bimestrales, más el pago de dos anualidades al final de los meses 11 y 23 después de hacer la compra. Entonces, al final de los meses 11 y 23, además de la bimestralidad normal, se paga una extra. El primer pago se efectúa un mes después de la adquisición. Si el interés es de 15% anual capitalizado mensualmente, calcule el valor de cada uno de los 14 pagos bimestrales iguales (12 normales más dos anualidades) con los cuales se liquida totalmente la deuda.

RESPUESTA \$116.67.

83. Una persona desea comprar una calculadora de bolsillo cuyo costo es de \$1 960. Puede ahorrar \$100 al mes en un banco que paga un interés de 24% anual capitalizado mensualmente. Luego de realizar el depósito número 13, el banco informa que la tasa de los ahorradores disminuye a 18% anual con capitalización mensual. ¿En qué mes podrá esta persona adquirir la calculadora? Suponga que el valor de la calculadora permanece constante en el tiempo.

RESPUESTA Al final del mes 17 a partir de que empezó a ahorrar.

84. Se pidió un préstamo por \$20 000 a un banco que cobra un interés de 18% anual capitalizado mensualmente. Se acuerda liquidar el préstamo en 10 pagos trimestrales iguales, que se empezarán a pagar cuatro meses después de recibir el préstamo. Inmediatamente después de haber realizado el sexto pago trimestral, el deudor decide liquidar el resto de la deuda en ese mismo momento. ¿Cuánto deberá pagar?

RESPUESTA \$9 219.83.

TMAR, VPN Y TIR

OBJETIVO GENERAL

- ◆ El estudiante conocerá y aplicará los métodos y criterios de la ingeniería económica para tomar decisiones de inversión.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ◆ El estudiante comprenderá y aplicará el concepto de TMAR (tasa mínima aceptable de rendimiento).
- ◆ El estudiante conocerá y aplicará el concepto de VPN (valor presente neto) para tomar decisiones bajo criterios definidos.
- ◆ El estudiante conocerá y aplicará el concepto de interés nominal e interés efectivo en la solución de problemas.

Generalidades

Parece ambicioso tratar los temas de TMAR, VPN y TIR en sólo un capítulo; sin embargo, es tan cercana la relación que hay entre los tres conceptos, que más bien parecería inadecuado tratarlos en forma separada.

Hasta este momento sólo se han presentado conceptos generales sobre cómo trasladar, a valores equivalentes, el dinero a través del tiempo, aunque en el capítulo siguiente se tratará el caso especial de análisis donde sólo intervienen costos y los resultados se expresarán en forma de flujos anualizados.

En la práctica empresarial y en el ámbito de cualquier inversionista, el esquema que generalmente se plantea para invertir es el siguiente: dado que se invierte cierta cantidad y que las ganancias probables en los años futuros ascienden a determinada cifra, ¿es conveniente hacer la inversión? Lo anterior se puede plantear desde otro punto de vista: el inversionista siempre espera recibir o cobrar cierta tasa de rendimiento en toda inversión, por lo tanto, debe contar con técnicas de análisis que le permitan cuantificar si, con determinada inversión y ganancias probables, en realidad ganará la tasa que él ha fijado como mínima para tomar la decisión de hacer la inversión.

En el presente capítulo se desarrollarán las técnicas necesarias para realizar este tipo de análisis y tomar decisiones de inversión de forma acertada. Se debe enfatizar que las técnicas que se presentarán son las únicas con que se cuenta para evaluar cualquier tipo de inversiones y que han sido adaptadas a las circunstancias, pues no es lo mismo invertir en una empresa productora de bienes de consumo final, que invertir en la explotación de un campo petrolero o en la bolsa de valores. En cualquier caso, siempre habrá, como referencia, una tasa mínima aceptable de rendimiento y la inversión se evaluará a través del cálculo de un valor presente neto o de una tasa interna de rendimiento.

El proceso de toma de decisiones económicas

Supóngase que una persona posee una cantidad razonable de dinero, al cual se considera como la riqueza de esta persona, y no sabe exactamente qué hacer con su capital. Tiene varias opciones: la primera opción es gastarlo, consumiendo cualquier bien o servicio; la segunda opción es invertirlo para especular, tal como comprar oro, adquirir acciones en la bolsa de valores, etc.; la tercera opción es invertir en la instalación o adquisición de una empresa productora de algún artículo.

Si decide invertir, su decisión estará basada en que, al dejar de consumir en el presente, podrá consumir más en el futuro. Su decisión es no consumir hoy, con la certeza de consumir más en el futuro, y esto lo podrá realizar si su riqueza es mayor, en términos reales, en el futuro que en el presente.

Toda la teoría de la utilidad y la teoría de juegos de Newman y Morgersten aceptan esta conducta económica como "racional". Al inversionista siempre le interesará maximizar su riqueza o su ganancia en el futuro, puesto que así asegurará un mayor

consumo, lo que a su vez le asegura una mayor satisfacción. Por eso, en una empresa siempre se busca la mayor ganancia futura, emprendiendo todos aquellos proyectos que otorguen los mayores beneficios. Un director empresarial que se comporte “racionalmente” en sus decisiones de inversión, siempre recibirá el apoyo de todos los propietarios o accionistas de la empresa.

En general, el ser humano busca la satisfacción que proporciona el consumo; éste se obtiene con dinero. Si se cuenta con más dinero se tiene más consumo y, por lo tanto, más satisfacción. De acuerdo con la teoría de la utilidad el hombre siempre buscará mayor satisfacción y, en consecuencia, más dinero. Ésta es la base de la toma de decisiones de inversiones monetarias en las economías capitalistas y se le ha llamado “conducta económica racional”.

Por fortuna para el ser humano, no todos profesan estas posturas ante la vida. Existen muchos individuos que no ambicionan tener mucho dinero ni vivir sólo para la satisfacción corporal que otorga el consumismo. Sin embargo, cuando se analiza a la empresa, ésta siempre deberá buscar la mayor ganancia de dinero para sobrevivir como empresa, lo que a su vez proporcionará mayores ganancias a los propietarios o inversionistas de la empresa y, por lo tanto, mayor satisfacción en términos de poseer más dinero y consumir más.

Asimismo, la conducta económica “racional” del inversionista implica varias suposiciones. Primero, el inversionista siempre estará dispuesto a no consumir en el presente, pero si y sólo si su consumo en el futuro es mayor a causa de esta decisión. Al inversionista le es posible expresar su riqueza futura de forma cuantitativa y en términos equivalentes en el presente. Recuérdese que, según el teorema fundamental de la ingeniería económica, para realizar una adecuada comparación de dinero que se encuentra en diferentes periodos de tiempo, es necesario compararlo en un solo instante de tiempo y a su valor equivalente en ese momento. Esto a su vez implica que, si se tiene la certeza de una mayor riqueza en el futuro, se tendrá mayor riqueza en el presente, en términos de equivalencia de esa riqueza a través del tiempo.

Una última suposición es que los pronósticos del futuro, bajo los cuales se tomó la decisión de inversión, no cambiarán en el futuro; básicamente, sus pronósticos son las ganancias o riqueza esperada y la tasa de interés de referencia.

Así, la primera regla para tomar decisiones de inversión, como individuo y como empresa, es que siempre se buscará la mayor ganancia o maximizar la riqueza de los accionistas.

En términos de ganancia, esto significa que se debe invertir en todos los proyectos de inversión de los cuales se obtenga un rendimiento superior al mínimo vigente en el mercado. ¿Cuál es el rendimiento mínimo del mercado? Existe una referencia muy clara para esta determinación. En cualquier país, el gobierno emite deuda a diferentes plazos. Por ejemplo, en Estados Unidos, el gobierno emite Billetes de Tesoro (*T-bills*) con vencimiento de un año; también emite Notas del Tesoro (*T-notes*) con vencimiento de dos a cinco años y Bonos del Tesoro (*T-bonds*), con vencimiento de entre 20 y 30 años.

En México, el gobierno emite Certificados de la Tesorería (Cetes), con vencimiento máximo de un año, así como otra serie de bonos con diferentes vencimientos.

Si al momento de analizar un proyecto un inversionista determina que el rendimiento esperado es menor que el que obtendría al invertir en cualquiera de los instrumentos de inversión gubernamentales vigentes en el país, según el plazo de su inversión, entonces sería mejor invertir con el gobierno, pues ésta es una inversión de riesgo cero. Obtener una tasa de ganancias mayor implica incrementar la riqueza del inversionista.

Para tomar la decisión de inversión correcta sólo es necesario determinar todos los flujos de efectivo que se esperan del proyecto, así como los ingresos y costos. También es preciso seleccionar adecuadamente la tasa de rendimiento que se desea ganar, que debe ser superior a la tasa mínima vigente en el mercado, ya que se considera sin riesgo. Cualquier otra forma de inversión, ya sea especulativa o en la industria, implica un riesgo que puede ser muy elevado.

La tasa mínima aceptable de rendimiento (TMAR)

Antes de tomar cualquier decisión, todo inversionista, ya sea persona física, empresa, gobierno, o cualquier otro, tiene el objetivo de obtener un beneficio por el desembolso que va a realizar. Recuérdese que desde el principio se hizo la aclaración de que en este texto no se considerarían las inversiones de tipo social y de que aunque el gobierno de un país sea el que invierta, éste debe esperar, si no lucrar, al menos salir a mano en sus beneficios respecto de sus inversiones, para que no haya un subsidio en el consumo de bienes o servicios y no aumente el déficit del propio gobierno.

Por lo tanto, se ha partido del hecho de que todo inversionista deberá tener una tasa de referencia sobre la cual basarse para hacer sus inversiones. La tasa de referencia es la base de la comparación y el cálculo en las evaluaciones económicas que haga. Si no se obtiene cuando menos esa tasa de rendimiento, se rechazará la inversión.

El problema es cómo se determina esa tasa. Para problemas de tipo académico no importa cómo se obtiene la TMAR, pues el objetivo de la enseñanza es el dominio de las técnicas de análisis. Sin embargo, si se desea que el estudiante comprenda la esencia de tales técnicas, es necesario analizar, al menos de forma breve, cómo se obtiene la TMAR y por qué debe considerársele como la tasa de referencia.

Todo inversionista espera que su dinero crezca en términos reales. Como en todos los países hay inflación, aunque su valor sea pequeño, crecer en términos reales significa ganar un rendimiento superior a la inflación, ya que si se gana un rendimiento igual a la inflación el dinero no crece, sino que mantiene su poder adquisitivo. Es ésta la razón por la cual no debe tomarse como referencia la tasa de rendimiento que ofrecen los bancos, pues es bien sabido que la *tasa bancaria* de rendimiento es siempre menor a la inflación. Si los bancos ofrecieran una tasa igual o mayor a la inflación implicaría que, o no ganan nada o que transfieren sus ganancias al ahorrador, haciéndolo rico y descapitalizando al propio banco, lo cual nunca va a suceder.

Por lo tanto, la TMAR se puede definir como:

$$\text{TMAR} = \text{tasa de inflación} + \text{premio al riesgo} \quad 3.1$$

El *premio al riesgo* significa el verdadero crecimiento del dinero, y se le llama así porque el inversionista siempre arriesga su dinero (siempre que no invierta en el banco) y por arriesgarlo merece una ganancia adicional sobre la inflación. Como el premio es por arriesgar, significa que a mayor riesgo se merece una mayor ganancia.

La determinación de la inflación está fuera del alcance de cualquier analista o inversionista y lo más que se puede hacer es pronosticar un valor, que en el mejor de los casos se acercará un poco a lo que sucederá en la realidad. Lo que sí puede establecer cuando haga la evaluación económica es el premio al riesgo.

Para calcular el premio al riesgo se pueden tomar como referencias las dos situaciones siguientes:

- a) Si se desea invertir en empresas productoras de bienes o servicios deberá hacerse un estudio del mercado de esos productos. Si la demanda es estable, es decir, si tiene pocas fluctuaciones a lo largo del tiempo, y crece con el paso de los años aunque sea en pequeña proporción, y además no hay una competencia muy fuerte de otros productores, se puede afirmar que el riesgo de la inversión es relativamente bajo y el valor del premio al riesgo puede fluctuar entre 3 y 5%.

Posterior a esta situación de bajo riesgo viene una serie de situaciones de riesgo intermedio, hasta llegar a la situación de mercado de alto riesgo, que tiene condiciones opuestas a la de bajo riesgo y se caracteriza principalmente por fuertes fluctuaciones en la demanda del producto y una alta competencia en la oferta. En casos de alto riesgo en inversiones productivas el valor del premio al riesgo siempre está arriba de 12% sin un límite superior definido.

- b) La segunda referencia es analizar las tasas de rendimiento por sectores en la Bolsa de Valores. Supóngase que se desea invertir en el área de productos químicos. Por un lado, deberá observar cuál ha sido el rendimiento promedio de las empresas del área de productos químicos que cotizan en la Bolsa de Valores, y por otro, conocer el valor real de la inflación. Si se observa, por ejemplo, que los rendimientos actuales de las industrias químicas sobrepasan apenas 3% al ritmo inflacionario, no sería acertado fijar un premio al riesgo muy superior al promedio vigente para una nueva industria química, pues implicaría pedir altos rendimientos a un sector productivo que en ese momento, por las razones que sean, no está proporcionando altos rendimientos. Ya será decisión de los inversionistas arriesgarse en esas condiciones.

Si en un determinado sector productivo los rendimientos promedio son bajos, pero una industria particular de ese mismo sector tiene altos rendimientos, *no* se debe confundir esta circunstancia y querer imitarla en ganancias fijando un alto premio al riesgo en la etapa de evaluación económica, cuando apenas se va a decidir si se invierte. La fijación de un valor para el premio al riesgo y, por lo tanto, para la TMAR es, como su nombre lo indica, el mínimo aceptable. Si la inversión produce un rendimiento muy superior a la TMAR, tanto mejor.

En los problemas sucesivos a lo largo del texto ya no se hablará de una tasa de interés sino de una TMAR, pero no se olvide que es una tasa de rendimiento que ha sido fijada por el inversionista que tomó en cuenta las circunstancias expuestas y, por lo tanto, es el punto de referencia para decidir sus inversiones. El valor asignado a los problemas no importa, pues en la realidad variará de acuerdo con la inflación. Si en México, en un futuro cercano, la inflación bajara al rango de un solo dígito, la TMAR bajará también. Si la inflación volviera a subir a tres dígitos, la TMAR subirá en forma similar. Lo que en realidad importa en los problemas no es su valor, sino el concepto que conlleva y las consecuencias que implica determinar aceptablemente su valor para tomarlo como parámetro de referencia.

Métodos de análisis

El método de análisis que se utilice para tomar la decisión de inversión debe tener varias características deseables: ser capaz de seleccionar la mejor opción de entre un conjunto de opciones mutuamente exclusivas, entendiéndose como tal al hecho de tener n alternativas de inversión y, al tomar una de ellas, las demás quedan eliminadas automáticamente.

El mejor método de análisis también debe tomar en cuenta todos los flujos de efectivo que genere el proyecto (positivos y negativos) y no sólo algunos de ellos. Por último, tiene que ser consistente en los supuestos teóricos que le dieron origen.

Periodo de recuperación

Supóngase los siguientes flujos de efectivo de dos alternativas mutuamente exclusivas. El periodo de planeación y análisis es de seis años (tabla 3.1):

TABLA 3.1

Años	A	B
0	-500	-500
1	150	100
2	350	100
3	200	200
4	-100	200
5	+180	300
6	-200	300

El periodo de recuperación de una inversión es el número de años que tomará el proyecto para recuperar la inversión inicial. Según este método debería seleccionarse *A*, puesto que en dos años se recupera la inversión inicial; en tanto que *B* tomaría

3.5 años. La deficiencia más evidente del método es que no está tomando en cuenta todos los flujos de efectivo del proyecto. Si se observan los flujos de efectivo de los seis años, claramente B es superior a A , independientemente de que en el análisis se considere una TMAR.

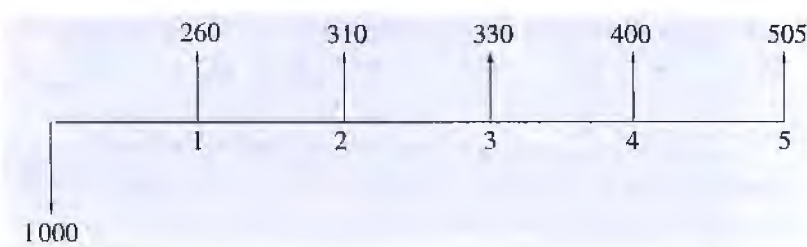
El estudiante puede preguntarse ¿por qué no se toma A sólo por tres años, se desecha y entonces se toma B o cualquier otro proyecto? Por desgracia, la realidad no siempre funciona de manera tan simple. Si se requiere de un proyecto productivo vigente seis años y se tomara A sólo por tres años, ¿qué proyecto se tomaría para los últimos tres años?, ¿el proyecto B o cualquier otro? En realidad, al momento de tomar la decisión en el tiempo cero no se tienen bases para esta determinación. Recuérdese que la decisión debe tomarse en ese momento y debe ser una decisión con vigencia de seis años. Por lo tanto, el método de periodo de recuperación se desecha como método de análisis porque no toma en cuenta todos los flujos de efectivo del proyecto, que es una característica deseable de un buen método de análisis para tomar decisiones.

El valor presente neto (VPN)

El *valor presente* simplemente significa traer del futuro al presente cantidades monetarias a su valor equivalente. En términos formales de evaluación económica, cuando se trasladan cantidades del presente al futuro se dice que se utiliza una tasa de interés, pero cuando se trasladan cantidades del futuro al presente, como en el cálculo del VPN, se dice que se utiliza una *tasa de descuento*; por ello, a los flujos de efectivo ya trasladados al presente se les llama *flujos descontados*.

EJEMPLO 3.1 Supóngase que se ha hecho cierto estudio que tomó en cuenta la posibilidad de invertir en una industria metalmeccánica. Se calculó una inversión inicial de \$1 000 con la posibilidad de obtener las ganancias de fin de año que se muestran en la gráfica 3.1.

GRÁFICA 3.1



La pregunta que se hacen los inversionistas es, ¿conviene invertir en este proyecto dadas las expectativas de ganancia e inversión?

Para responder a esta pregunta se puede utilizar el VPN como criterio de selección. Para calcularlo, sólo traslade los flujos de los años futuros al tiempo presente y réstese

la inversión inicial que ya está en tiempo presente. Los flujos se descuentan a una tasa que corresponde a la TMAR, de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$VPN = -P + \frac{FNE_1}{(1+i)^1} + \frac{FNE_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{FNE_n}{(1+i)^n} \quad 3.2$$

donde:

FNE_n = flujo neto de efectivo del año n , que corresponde a la ganancia neta después de impuestos en el año n .

P = inversión inicial en el año cero.

i = tasa de referencia que corresponde a la TMAR.

Como ya se mencionó, el inversionista fija la TMAR con base en el riesgo que, él mismo considera, que tiene la inversión que pretende realizar. El análisis de riesgo puede ser cualitativo, es decir, que el inversionista lo determina a partir de su experiencia, o bien, puede ser cuantitativo. Como quiera que sea, supóngase que hay seis diferentes inversionistas que desean poner su capital en la industria metalmecánica del ejemplo 3.1. Cada uno tiene una percepción del riesgo muy diferente, es decir, han asignado una TMAR distinta a la inversión y, por lo tanto, cada uno de ellos obtuvo un VPN diferente. En la tabla 3.2 se muestran los resultados:

TABLA 3.2

Inversionista	TMAR	\$VPN
1	5%	538.62
2	10%	327.26
3	15%	157.24
4	20%	18.76
5	25%	-95.32
6	30%	-190.30

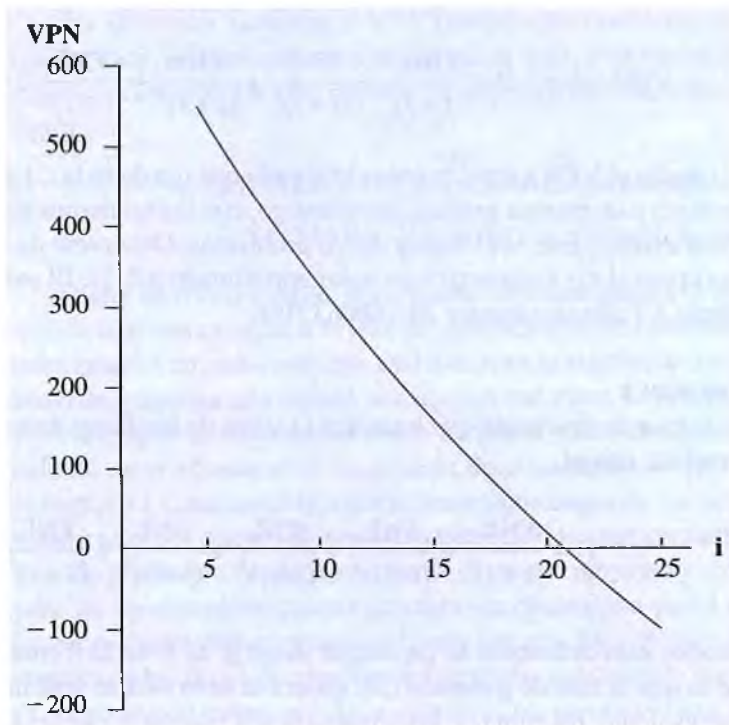
La primera pregunta es: ¿cuál de todos los inversionistas ganará más? Si se observa la forma en que está calculado el VPN, el resultado está expresado en dinero. El inversionista 1 podría decir que el resultado que obtuvo es equivalente a que él invierta \$1 000, gane 5% cada año durante cinco años (que es el horizonte de análisis) y que además el banco o sitio donde invirtió le diera \$538.62 al momento de hacer la inversión. El inversionista 4 diría que a pesar de que su resultado es equivalente a ganar 20% sobre su inversión cada año, durante cinco años, al momento de invertir sólo le darían \$18.76 extra. Por último, los inversionistas 5 y 6 dirían que en vez de ganar, ellos perderían, dado el resultado obtenido en su VPN ¿Es esto cierto?

Obsérvese que se utilizó la expresión *su resultado es equivalente a*, y lo cierto es que todos están ganando lo mismo. Esto puede comprobarse fácilmente observando que los flujos de efectivo de la gráfica 3.2 no cambian para ninguno de ellos, por lo tanto, todos ganarían lo mismo. Entonces, ¿qué interpretación debe darse a los VPN obtenidos?

El VPN, tal y como se calcula, simplemente indica si el inversionista está ganando un aproximado del porcentaje de ganancia que él mismo fijó como *mínimo aceptable*. Esto significa que para los inversionistas 1, 2, 3 y 4, que solicitaron una ganancia de al menos 20% para aceptar invertir, el proyecto del ejemplo 3.1 definitivamente ofrece un rendimiento superior a 20%. En el caso de los inversionistas 5 y 6, no es que pierdan si invierten, sino que la interpretación es que el proyecto no proporcionará la ganancia que ellos están solicitando como mínima para realizar la inversión, es decir, el proyecto no rinde 25% y menos 30%. Por tal razón, los criterios para tomar una decisión con el VPN son:

- Si $VPN > 0$, es conveniente aceptar la inversión, ya que se estaría ganando más del rendimiento solicitado.
- Si $VPN < 0$, se debe rechazar la inversión porque no se estaría ganando el rendimiento mínimo solicitado.

GRÁFICA 3.2



Obsérvese que la curva de la gráfica 3.2 se construyó con los datos obtenidos de la tabla 3.2. En realidad, la curva corresponde a la equivalencia del VPN. Esto significa que el VPN que gana el inversionista 1 a 5%, que es su TMAR, que lo que ganan los demás inversionistas a sus respectivas TMAR. De nuevo se repite el hecho de que todos los inversionistas ganan lo mismo, puesto que los flujos de efectivo de cada año no cambian para ninguno de ellos. Y todas estas ganancias equivalentes al mismo tiempo son equivalentes a ganar la tasa anual de rendimiento que genera la inversión por sí misma.

La tasa interna de rendimiento (TIR)

La ganancia anual que tiene cada inversionista se puede expresar como una tasa de rendimiento o de ganancia anual llamada *tasa interna de rendimiento*. En la gráfica 3.2 se observa que, dado que la tasa de interés, que en este caso es la TMAR, es fijada por el inversionista, conforme ésta aumenta el VPN se vuelve más pequeño, hasta que en determinado valor se convierte en cero, y es precisamente en ese punto donde se encuentra la TIR.

DEFINICIÓN 1

TIR es la tasa de descuento que hace el $VPN = 0$.

$$VPN = 0 = -P + \frac{FNE_1}{(1+i)^1} + \frac{FNE}{(1+i)^2} + \frac{FNE}{(1+i)^3} + \frac{FNE}{(1+i)^4} + \frac{FNE}{(1+i)^5} \quad 3.3$$

Al igualar el VPN a cero, la única incógnita que queda es la i . Esta tasa se obtiene por iteración o de manera gráfica. Sin embargo, con los modernos métodos de cálculo que ahora existen, éste es el menor de los problemas. Obsérvese de la gráfica 3.2 que la curva cruza el eje horizontal a un valor aproximado a 21%. El valor de la TIR para el ejemplo 3.1 es exactamente 20.76006331%.

DEFINICIÓN 2

TIR es la tasa de descuento que hace que la suma de los flujos descontados sea igual a la inversión inicial.

$$P = \frac{FNE_1}{(1+i)^1} + \frac{FNE}{(1+i)^2} + \frac{FNE}{(1+i)^3} + \frac{FNE}{(1+i)^4} + \frac{FNE}{(1+i)^5} \quad 3.4$$

Aunque esta definición es un simple despeje de P de la fórmula 3.4, lo que establece es que la tasa de ganancia que genera la inversión es aquella que iguala, a su valor equivalente, las suma de las ganancias a la inversión que les dio origen.

DEFINICIÓN 3

La TIR es la tasa de interés que iguala el valor futuro de la inversión con la suma de los valores futuros equivalente de las ganancias, comparando el dinero al final del periodo de análisis.

$$P(1+i)^5 = FNE_1(1+i)^4 + FNE_2(1+i)^3 + FNE_3(1+i)^2 + FNE_4(1+i)^1 + FNE_5 \quad 3.5$$

En esta definición se aprovecha la facultad que tiene el dinero para ser comparado en forma válida con su valor equivalente y en el mismo instante de tiempo, lo cual significa que si en la ecuación 3.5 se sustituye $i = 0.2076006331$, casi se cumplirá la igualdad. El casi se debe a que todavía es posible agregar más dígitos al resultado para hacer que la igualdad se cumpla directamente.

Cuando el $VPN = 0$ en realidad no significa que se gane o que se pierda, ocurre todo lo contrario. Cuando el $VPN = 0$ se está teniendo una ganancia equivalente a la que tuvieron los seis inversionistas del ejemplo 3.1, es decir, si se invierten \$1 000 es lo mismo tener una ganancia anual de 20.76006331% cada año durante cinco años, que ganar 5% sobre la inversión cada año más \$538.32 al momento de hacer la inversión. Como la TMAR es fijada por el inversionista y se supone que 20.76% fue determinado por el inversionista, entonces cuando el $VPN = 0$ se debe aceptar el proyecto, ya que se estaría ganando exactamente la TMAR, por eso se le llama *tasa mínima aceptable*. Por lo tanto, el criterio para tomar decisiones utilizando el VPN consiste en aceptar la inversión cuando $VPN \geq 0$.

Por otro lado, mientras el VPN cumpla esta condición de ser mayor o al menos igual a cero, se sabe que se estará ganando más, o al menos la tasa que se fijó como mínima aceptable. De esta manera, el criterio para tomar decisiones con la TIR es el siguiente:

Si $TMAR \geq TIR$ es recomendable aceptar la inversión

Si $TMAR < TIR$ es preciso rechazar la inversión

Dicho de forma simple, si el rendimiento que genera el proyecto por sí mismo es mayor, o al menos igual a la tasa de ganancia que está solicitando el inversionista, se debe invertir; en caso contrario, es decir, cuando el proyecto no genera ni siquiera el mínimo de ganancia que se está solicitando, entonces se deberá rechazar la inversión.

De esto se deduce que el punto crítico al tomar decisiones de inversión no es el cálculo en sí mismo, sino la correcta determinación de la TMAR. De acuerdo con el ejemplo 3.1, incluso al invertir en una misma empresa, un inversionista puede percibir menor riesgo si conoce el ramo y ya tiene cierta experiencia produciendo y comercializando productos similares; en tanto, el mismo proyecto puede parecer muy riesgoso para un inversionista que por primera vez incursiona en tal sector del mercado. Por lo tanto, cada inversionista podría asignar una TMAR muy distinta. Asimismo, con respecto a los flujos de efectivo del ejemplo, suponiendo que fueran reales, son sólo expectativas de ganancia y nada garantiza que se va a obtener exactamente la cantidad

determinada y en el periodo establecido. Por ello, otro aspecto muy importante de la toma de decisiones es la forma en que se realizan las estimaciones de ganancia para el futuro de la inversión.

La ganancia esperada, ya sea que se exprese como VPN o como TIR, se obtendrá sólo si la inversión y la operación de las instalaciones se realizan exactamente como se planearon. También es necesario que los métodos de planeación sean los adecuados en el tipo y la forma de aplicarse. No obstante, los valores de VPN y TIR siguen siendo sólo una expectativa de ganancia.

Desventajas en el uso de la TIR como método de análisis

- a) Por la forma en que se calculan, tanto la TIR como el VPN suponen implícitamente que todas las ganancias anuales (los FNE) se reinvierten totalmente en la propia empresa, lo cual es falso. Esta práctica podría darse en algunos años, pero no en todos. En un año cualquiera en que se repartan dividendos, una práctica común en las empresas, ya no es posible alcanzar la TIR predicha en el cálculo. Precisamente, el nombre de tasa interna de rendimiento viene de la consideración de que es un rendimiento generado sólo por la reinversión interna de todas las ganancias que se hace en la empresa.
- b) La fórmula para calcular la TIR es un polinomio de grado n . La obtención de las raíces de cualquier polinomio está regida por la regla de los signos de Descartes que dice: "Un polinomio puede tener tantas raíces como cambios de signo tenga el polinomio." Como el cálculo de la TIR es, de hecho, la obtención de la raíz del polinomio planteado, significa que si éste tiene dos cambios de signo, se pueden obtener hasta dos raíces, lo cual equivale a obtener dos TIR que no tienen interpretación económica. Por lo general, sólo existe un cambio de signo, la inversión inicial con signo negativo y los demás miembros del polinomio son positivos, pero interpretados como ganancias iguales. Si en cualquier práctica empresarial, durante un año dado, en vez de obtener ganancias hay pérdidas o una inversión adicional que hace que los costos superen a las ganancias, se producirá un segundo signo negativo. Cuando se presenta esta situación, por ejemplo, en el año tres, la ecuación de cálculo aparecería como:

$$0 = -P + \frac{\text{FNE}_1}{(1+i)^1} + \frac{\text{FNE}_2}{(1+i)^2} - \frac{\text{FNE}_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{\text{FNE}_n}{(1+i)^n}$$

en la cual, con estos tres cambios de signo se puede producir una triple raíz y, por lo tanto, una doble TIR. Cuando se dan este tipo de casos, el método de la TIR no es útil para tomar decisiones. Aunque esto no es tan simple como parece, según se mostrará en algunos ejemplos.

- c) Al decidir la inversión en un solo proyecto, los métodos de VPN y TIR siempre arrojan el mismo resultado. Pero cuando se comparan dos o más proyectos pueden resultar decisiones contrarias. En estos casos es preferible utilizar el VPN para

tomar la decisión, debido a la desventaja que presenta la TIR, como se mostrará en el siguiente apartado.

Situaciones donde la TIR y el VPN conducen a decisiones contrarias

EJEMPLO 3.2 Una persona tiene dos alternativas de inversión, ambas de \$15 000. Sin embargo, la primera ofrece un pago de \$5 500 al final a cada uno de los próximos cuatro años; por otra parte, la segunda alternativa ofrece un pago único de \$27 500 al final de los cuatro años. Si la TMAR = 15%, decida cuál alternativa debe seleccionarse (véase la tabla 3.3).

TABLA 3.3

Año	A	B
0	-15 000	-15 000
1	5 500	0
2	5 500	0
3	5 500	0
4	5 500	27 500

SOLUCIÓN Como no se pide un método de análisis específico, se utilizan ambos métodos de análisis para las dos alternativas:

$$VPN_A = -15\,000 + 5\,500(P/A, 15\%, 4) = \$702.5$$

$$VPN_B = -15\,000 + 27\,400(P/F, 15\%, 4) = \$724.5 \quad \text{Seleccione B}$$

$$TIR_A = 15\,000 + 5\,500(P/A, i, 4) \quad TIR_A = 17.29\% \quad \text{Seleccione A}$$

$$TIR_B = 15\,000 + 27\,500(P/F, i, 4) \quad TIR_B = 16.36\%$$

Los métodos VPN y TIR nos dan resultados ¡distintos! No se olvide que de dos alternativas, hay que elegir aquella con mayor ganancia en cualquier sentido, es decir, se elige la de mayor VPN o la de mayor TIR. La explicación para este resultado tan extraño es que se utilizan tres tasas distintas para descontar los flujos: 15, 16.36 y 17.4%; por esta razón, los resultados de traerlos a valor presente son contrarios a lo esperado. Obsérvese que en la alternativa *A* hay una serie de flujos que se reinvierten en su totalidad año con año. En cambio, en la alternativa *B* no hay una situación similar de reinversión debido a que la ganancia es una sola cantidad al final del horizonte de análisis.

La suposición implícita de la TIR es que todas las ganancias se pueden reinvertir al valor de la TIR, ya que todos los flujos de efectivo del proyecto se descuentan a esa tasa. No existe una base real para suponer que en el proyecto *A*, todas las ganancias de

cada año se reinviertan a una tasa de 17.29%. En el proyecto *B* ni siquiera existe una oportunidad de reinversión, dado que toda la ganancia del proyecto se presenta hasta el período cuatro, que es el último año del proyecto. Por lo tanto, la TIR no cumple con la característica deseable de un método para tomar decisiones de inversión, tampoco es posible seleccionar la mejor alternativa dentro de un conjunto de ellas.

Para obtener un resultado válido en su totalidad, se debe utilizar una sola tasa de descuento para analizar dos o más alternativas a la vez. En este caso, la única tasa que funciona es la TMAR, ya que es una tasa de referencia. Así, cuando se descuentan los flujos a tasas diferentes a ésta, el resultado puede ser tan contradictorio como el obtenido en el ejemplo.

De lo anterior se concluye que, en situaciones donde se eligen dos o más opciones, el método de la TIR no es aplicable debido a que descuenta los flujos a tasas distintas a la de referencia. El único método válido en estos casos es el VPN. Por lo tanto, en el ejemplo 3.2 elijase la alternativa *B*. Debe enfatizarse que, cuando se analiza una sola alternativa, las decisiones tomadas bajo el criterio de VPN y TIR son absolutamente congruentes.

Comentarios adicionales sobre el VPN y la TIR

La tasa externa de rendimiento

Puede afirmarse que el único método que no presenta desventajas teóricas es el VPN; además, siempre utiliza una sola tasa de descuento y aunque presente varios cambios de signo, su cálculo es una simple suma algebraica de flujos descontados que produce un resultado concreto expresado en dinero, y toma como referencia el valor de cero, que es contra el que se compara. Su única suposición falsa es que se reinvierten todas las ganancias.

Además de todas las desventajas ya comentadas sobre la TIR, que también supone falsamente la reinversión total de todas las ganancias, ahora se comentará un poco más acerca de su significado. La TIR está expresada como un número adimensional, que se supone es el rendimiento del dinero en promedio de cada año, a lo largo de todo el horizonte de análisis. Aquí empieza uno de los grandes problemas de la ingeniería económica.

Cuando se establece la TMAR, se hace bajo la expectativa de ganar cuando menos esa tasa anual en forma constante y durante el horizonte de análisis. Asimismo, el valor de la TIR, que es único, indica que eso se deberá ganar anualmente en forma constante durante el mismo periodo de tiempo. Es obvio que, en la realidad, la expectativa de una TMAR constante a través de los años no puede sostenerse por las condiciones cambiantes de la economía.

Por el lado de la TIR, es necesaria la reinversión constante y absoluta de todas las ganancias anuales para que se haga realidad el valor calculado al principio de la inversión. Durante el desempeño normal de las actividades de una empresa, lo más común es repartir dividendos y eventualmente reinvertir. Por razones de crecimiento, toda la

ganancia de un año dado y cuando no sea necesario, entonces deberá invertirse fuera de la empresa. Estas inversiones externas de las ganancias pueden ser tan variadas como comprar acciones en la bolsa de valores, adquirir bienes raíces, crear otras empresas con giro distinto, etc. Desde este punto de vista, se puede hablar de una tasa externa de rendimiento, puesto que las ganancias de la empresa se reinvierten fuera de ella y producen otra tasa de rendimiento, seguramente distinta a la TIR de la empresa. En la práctica es posible calcular la tasa externa de rendimiento sólo después de haber realizado esas inversiones externas y de que se evalúen financieramente al final de un periodo de operación, que por general es de un año. Pero esta tasa externa nunca podrá ser calculada en la etapa de planeación, pues habría que suponer, con bases razonables, cuáles serían los rendimientos de cada una de las opciones de inversión externa, lo cual es casi imposible si se desea obtener resultados con cierta precisión.

De lo anterior se concluye que el valor de la TIR, calculado en la etapa de planeación, nunca se dará en forma constante a lo largo del periodo considerado. Para ello es suficiente que, al menos en un año, se reparta un pequeño porcentaje de dividendos y la TIR calculada disminuirá, aunque en el resto de los años se reinvierta la totalidad de las ganancias.

A pesar de todos estos inconvenientes, en la actualidad no hay otros métodos de evaluación económica. El VPN y la TIR siguen siendo la base sobre la cual se deciden las inversiones. Se han hecho intentos por desarrollar otros métodos, pero todos se derivan de los dos métodos básicos presentados, y algunos son muy complicados.

La TMAR o costo de capital simple y mixto

La TMAR, como ya se ha comentado, es fundamental en la ingeniería económica. También se le llama *costo de capital*, nombre derivado del hecho de que la obtención de los fondos necesarios para constituir una empresa, y de que ésta funcione tiene un costo.

Cuando una sola entidad, llámese persona física o moral, es la única que aporta capital a una empresa, el costo de capital equivale al rendimiento que pide esa entidad por invertir o arriesgar su dinero. Cuando se presenta este caso se le llama *costo de capital simple*.

Sin embargo, cuando esa entidad pide un préstamo a cualquier institución financiera para constituir o completar el capital necesario para la empresa, seguramente la institución financiera no solicitará el mismo rendimiento al dinero aportado que el rendimiento pedido a la aportación de propietarios de la empresa.

La situación es algo complicada, pero en términos generales es posible afirmar lo siguiente: los dueños, socios o accionistas comunes de la empresa aportan capital y lo arriesgan, puesto que si la empresa tiene altos rendimientos monetarios, éstos irán directamente a manos de los accionistas. Sin embargo, si la empresa pierde, los accionistas también perderán. Una situación contraria presenta la institución financiera que aporta capital, pues sólo lo hace como préstamo, a una tasa de interés definida y a

un plazo determinado; al término de éste y habiendo saldado la deuda, la institución financiera queda eliminada como participante en la empresa.

Los contratos financieros expresan claramente que en caso de incumplimiento de pago por parte de la empresa, se puede proceder legalmente en su contra para exigir el pago. Por lo tanto, dado que las fuentes de aportación de capital para la constitución de una empresa pueden tener situaciones de actuación y participación totalmente distintas, es evidente que el rendimiento que exigen a su aportación también debe ser distinto.

Cuando se da el caso de que la constitución de capital de una empresa fue financiada en parte, se habla de un costo de capital mixto. El cálculo de este costo se presenta en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 3.3 Para invertir en una empresa de productos plásticos se necesitan \$1 250 millones. Los socios sólo cuentan con \$700 millones. El resto se pedirá a dos instituciones financieras. La Financiera A aportará \$300 millones por los que cobrará un interés de 25% anual. Por su parte, la Financiera B aportará \$250 millones a un interés de 27.5% anual. Si la TMAR de los accionistas es de 30%, ¿cuál es el costo de capital o TMAR mixta para esta empresa?

SOLUCIÓN La TMAR mixta se calcula como un promedio ponderado de todos los que aportan capital a la empresa. La tabla 3.4 es de cálculo.

La TMAR mixta de esta empresa es 28.3%.

Debe enfatizarse que en la práctica financiera el rendimiento exigido por los préstamos aumenta con el nivel de endeudamiento de la empresa. Por ejemplo, a partir de cierto nivel, digamos 20% del capital total de la empresa, la tasa exigida será constante, pero un endeudamiento por arriba de 20% hará que las tasas de interés se eleven de forma continua.

TABLA 3.4

Entidad	(% de aportación)	Rendimiento pedido	=	Promedio ponderado
Accionistas	0.56	0.30	=	0.168
Financiera A	0.24	0.25	=	0.060
Financiera B	0.20	0.275	=	0.055
	1.00		Suma	0.283

RESUMEN

En evaluación económica para cualquier tipo de inversiones existen dos métodos básicos que son el VPN y la TIR. En su utilización, se cuenta con una tasa de referencia llamada tasa mínima aceptable de rendimiento.

Los criterios de decisión al usar estos métodos son:

Análisis de una sola alternativa

VPN	TIR	
Si $VPN \geq 0$	Si $TIR \geq TMAR$	Acéptese la inversión
Si $VPN < 0$	Si $TIR < TMAR$	Rechácese la inversión

Análisis de dos o más alternativas

Seleccione la alternativa de mayor VPN. No utilice la TIR como método de análisis.

A pesar de los inconvenientes teórico-prácticos que presentan ambos métodos, son los únicos que hay para hacer evaluaciones económicas.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Se invierten \$500 con la expectativa de recibir \$80 al final de cada uno de los siguientes ocho años. ¿Cuál es la tasa interna de rendimiento de la inversión?

SOLUCIÓN 1A Se tienen los siguientes datos del problema: $P = 500$, $A = 80$, $n = 8$. Como la incógnita es i , se puede hacer la siguiente determinación, mediante las fórmulas:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad \frac{500}{80} = (P/A, i, 8) = \left[\frac{(1+i)^8 - 1}{i(1+i)^8} \right] = 6.25$$

o bien:

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad \frac{80}{500} = (P/A, i, 8) = \left[\frac{i(1+i)}{(1+i)^n - 1} \right] = 0.16$$

En las tablas busque, en la columna de (P/A) , una $n = 8$, una i cuyo valor sea lo más cercano a 6.25. El valor de i es muy cercano a 6%, puesto que para $i = 5\%$, el factor de $(P/A) = 6.463$ y para $i = 6\%$, el factor $(P/A) = 6.210$.

Si se utiliza el factor (A/P) , en las mismas tablas se encuentran los siguientes valores: para $i = 5\%$, el factor de $(A/P) = 0.1547$, para $i = 6\%$, el factor (A/P) es 0.161.

Para encontrar un valor de i más exacto, se puede interpolar con los valores que se tienen. La fórmula de interpolación es la siguiente:

$$y \approx y_1 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} (y_2 - y_1)$$

donde: y = parámetro para calcular la i desconocida

y_1 = valor inferior de la i ; 5% en el problema

y_2 = valor superior de la i ; 6% en el problema

x_1 = valor del factor en tablas que corresponde a y_1 , esto es, para 5% de interés corresponde un factor de $(P/A) = 6.463$, y para $(A/P) = 0.1547$

x_2 = valor del factor que corresponde a y_2 , esto es, para 6% de interés (P/A) es 6.210 y $(A/P) = 0.161$

x = valor del factor que corresponde a y , esto es $(P/A) = 6.25$ y $(A/P) = 0.16$

El cálculo es:

$$\text{con el factor } (P/A) \quad y \approx 5 + \frac{6.25 - 6.463}{6.21 - 6.463} (6 - 5) = 5.8418$$

$$\text{con el factor } (A/P) \quad y \approx 5 + \frac{0.16 - 0.1547}{0.161 - 0.1547} (6 - 5) = 5.8412$$

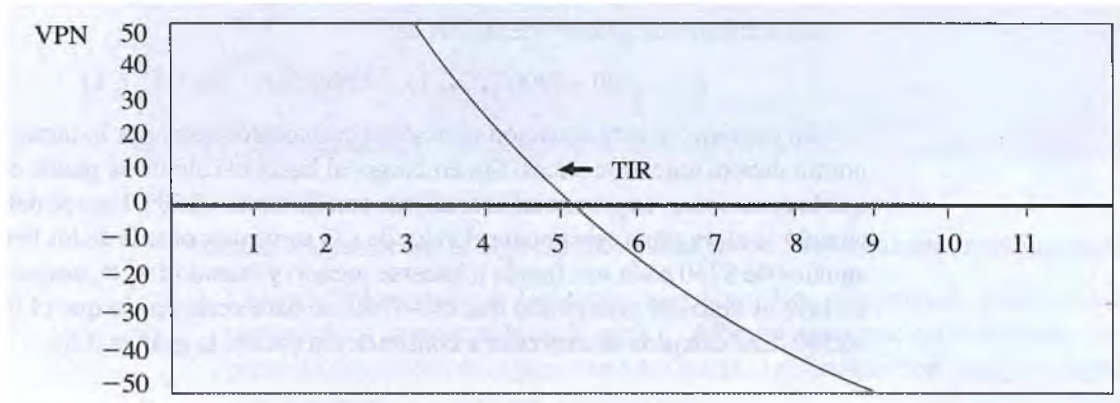
Diferencia de la interpolación por el uso de distintos factores para calcular un solo parámetro, 0.0006.

SOLUCIÓN 1B Es muy común la utilización del método gráfico en el cálculo de un valor de i . Si se recuerda la definición de TIR como: “Es la i que hace el VPN igual a cero”, entonces bastará con calcular el VPN para diferentes valores de i . Al hacer la gráfica, el punto donde el VPN intercepta al eje horizontal es la TIR (véase la gráfica 3.3).

El resultado es menos preciso que el anterior por la razón natural de que en una gráfica no se pueden leer diezmilésimas cuando las escalas de los ejes son enteros. Por lo tanto, se puede decir que por este método el resultado es $\text{TIR} = 5.8\%$.

GRÁFICA 3.3 $VPN = -P + A(P/A, i, 8)$

i	VPN
12%	-102.56
10%	-73.20
8%	-40.24
6%	-3.20
5%	+17.04
4%	+38.64
3%	+61.60
2%	+86.00



SOLUCIÓN IC El tercer método consiste simplemente en que de cualquiera de las fórmulas:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad \text{o} \quad A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

ya sea que por prueba y error, o con la ayuda de un pequeño programa de cómputo, se calcula el valor exacto de i que permita hacer cumplir la igualdad de la fórmula. El resultado exacto es $TIR = 5.837213\%$.

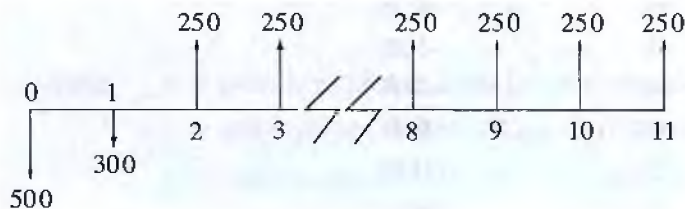
Es muy importante hacer notar que no tiene ningún sentido expresar una TIR hasta centésimas. No se olvide que se trata de calcular o pronosticar una ganancia que se dará en el futuro, por lo que un cálculo demasiado exacto es exagerado. Por lo tanto, una respuesta aceptable al problema es simplemente $TIR = 5.8\%$.

- En un pozo petrolero se invirtieron \$500 millones durante el año cero en las pruebas de exploración y perforación. A lo largo del primer año, para dejar al pozo en condiciones de extracción normal, se invirtieron adicionalmente \$300 millones. Después de haber medido la presión del pozo, se espera que éste produzca bene-

ficios anuales de \$250 millones durante los siguientes 10 años. Determinése la tasa interna de rendimiento del pozo petrolero.

SOLUCIÓN 2A El diagrama de flujo del problema se muestra en la gráfica 3.4.

GRÁFICA 3.4



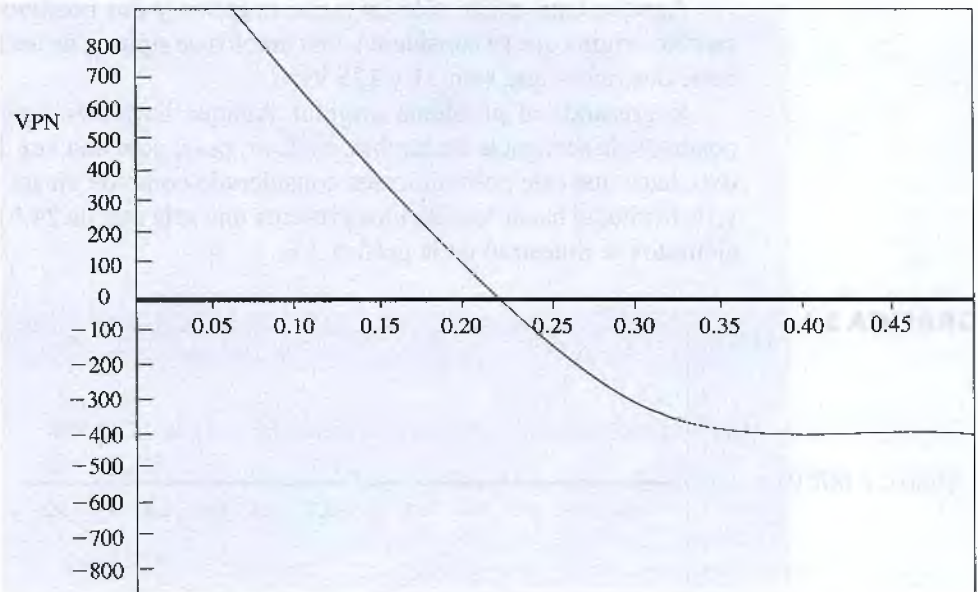
La ecuación de cálculo de la TIR es:

$$0 = -500 - 300(P/F, i, 1) + 250(P/A, i, 10)(P/F, i, 1)$$

En apariencia, esta ecuación tiene dos cambios de signo, por lo tanto, el polinomio deberá tener dos raíces. Sin embargo, al hacer el cálculo se puede observar que la ecuación es exponencial decreciente con límite en $-\$500$. Esto se debe a que cuando se eleva progresivamente el valor de i , la suma descontada de los beneficios anuales de \$250 cada vez tiende a hacerse menor, y cuando $i = \infty$, esa suma, que incluye al flujo del primer año que es $-\$300$, se hará cero, por lo que el límite es $-\$500$. Los cálculos se expresan a continuación (véase la gráfica 3.5).

i	VPN	i	VPN
0.05	1 052.1	0.70	-467.4
0.10	623.7	1.00	-525.1
0.15	330.1	110%	-535
0.20	123.4	120%	-542
0.240138	0.0006	130%	-547
0.25	-25.9	200%	-558
0.30	-136.2	300%	-554
0.35	-219.4	400%	-548
0.40	-283.29	500%	-512
0.45	-333.1	600%	-537
0.50	-372.4	1 000%	-525
0.55	-403.9	2 000%	-514
0.60	-429.4	5 000%	-506
0.65	-450.2		

GRÁFICA 3.5



Aunque este resultado es algo extraño puede llevar a las siguientes conclusiones:

- a) La regla de los signos de Descartes, que dice: “Un polinomio de grado n tiene tantas raíces como cambios de signo”, debe interpretarse correctamente. Se presenta un cambio de signo cuando se inicia el polinomio con cualquier signo y éste cambia sólo una vez. Por ejemplo:

Año	FNE
0	-100
1	+60
2	+70
3	+80
4	+90

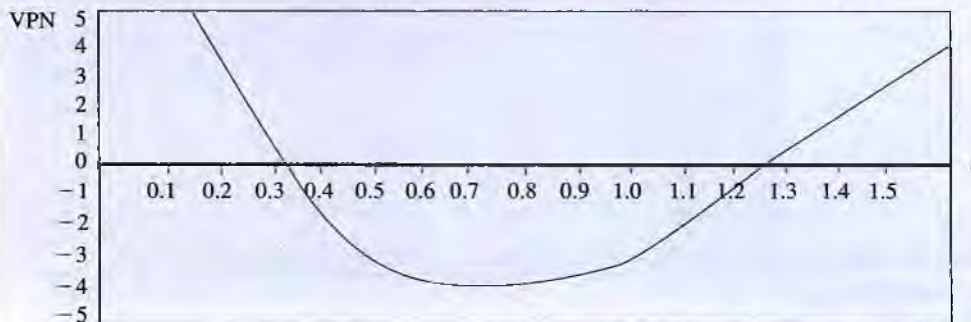
- b) Existen dos cambios de signo cuando el polinomio inicia con un signo positivo, cambia y después regresa al signo original. Por ejemplo:

Año	FNE
0	50
1	-180
2	150

Aunque aquí existe sólo un signo negativo y dos positivos, la secuencia de cambio origina que se consideren dos cambios de signo y, de hecho, este polinomio tiene dos raíces que son: 31 y 128.99%.

Regresando al problema original. Aunque haya dos signos negativos y 10 positivos, la secuencia de cambio, es decir, pasar sólo una vez de negativo a positivo, hace que este polinomio sea considerado como de un solo cambio de signo y, de hecho, al hacer los cálculos presenta una sola raíz de 24.0138% de i . Ambos ejemplos se muestran en la gráfica 3.6.

GRÁFICA 3.6



- c) De manera más específica se puede decir que, si existen dos cambios de signo, el polinomio puede tener 2, 1 o cero raíces. Si tiene tres cambios de signo el polinomio puede tener 3, 2, 1 o cero raíces, etc. Cualquiera que sea el número de raíces que se pueda obtener con n cambios de signo, éstas no tienen significado económico. Por otro lado, con la simple observación de la secuencia de los cambios de signo, es imposible predecir el número de raíces que se obtendrán.
3. Se han invertido \$32 000 en un negocio que, según los cálculos, proporcionará ingresos de \$7 500 el primer año, con incrementos anuales de \$500 durante cinco años. Al final de este tiempo, los activos que queden de la inversión podrían venderse en \$5 000. Si la TMAR del inversionista es 15% anual, determínese el VPN de los flujos de efectivo.

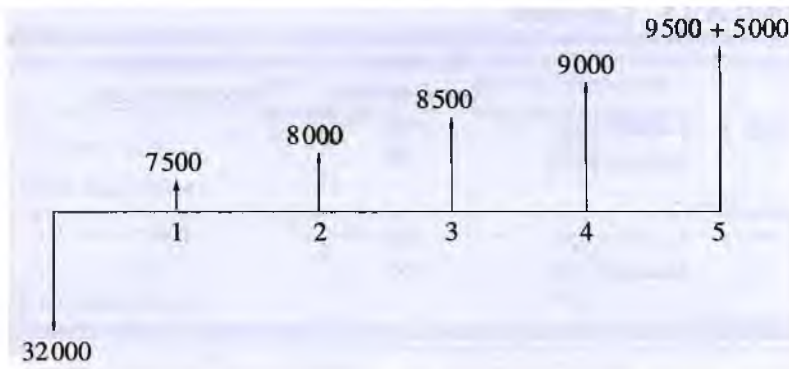
SOLUCIÓN 3A La solución consiste, simplemente, en trasladar todos los flujos de efectivo generados al tiempo presente o tiempo cero. El diagrama de flujo se muestra en la gráfica 3.7.

Si se resuelve mediante series gradiente entonces: $P = 32\,000$; $n = 5$; $A = 7\,500$, $G = 500$, $VS = 5\,000$.

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -32\,000 + 7\,500(P/A, 15\%, 5) + 500(P/G, 15\%, 5) + 5\,000(P/F, 15\%, 5) \\ &= -1485.38 \end{aligned}$$

por lo tanto, la inversión no es aceptable.

GRÁFICA 3.7



SOLUCIÓN 3B El cálculo se puede replantear como sigue:

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -32\,000 + 7\,500(P/A, 15\%, 4) + 500(P/G, 15\%, 4) + (9\,500 + 5\,000) \\ &\quad (P/F, 15\%, 5) \\ &= -1\,485 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN 3C Si no se utilizan series de gradiente entonces:

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -32\,000 + 7\,500(P/F, 15\%, 1) + 8\,000(P/F, 15\%, 2) \\ &\quad + 8\,500(P/F, 15\%, 3) + 9\,000(P/F, 15\%, 4) \\ &\quad + (9\,500 + 5\,000)(P/F, 15\%, 5) \\ &= -1\,485 \end{aligned}$$

No hay que olvidar que el uso de tablas con cifras redondeadas produce una ligera diferencia en los resultados. Sin embargo, la conclusión es la misma: no se acepte la inversión.

4. Una empresa metalmecánica ha crecido en los últimos años y ha sido financiada a partir del segundo con \$100 millones anuales durante dos años y con \$50 millones al siguiente año. La TMAR de la empresa es de 20% y en todos los préstamos la financiera siempre ha cobrado 12% de interés anual. Determinése la TMAR mixta del año 1 al 4, si la aportación inicial de la empresa fue de \$900 millones.

SOLUCIÓN En este tipo de problemas no hay más que una vía para solucionarlos y consiste en calcular, por año, el promedio ponderado de la TMAR (véase la tabla 3.5).

TABLA 3.5

		Aportación (en millones)	Aportación como fracción del total	Interés anual
Año 1	Capital propio	900	1.0	0.20 = 0.2
	Financiamiento	0	0	0 = 0
				TMAR mixta, año 1 = 0.2 o 20%

TABLA 3.5 *Continuación*

		Aportación (en millones)	Aportación como fracción del total	Interés anual
Año 2	Capital propio	900	0.9	0.20 = 0.18
	Financiamiento	100	0.1	0.12 = 0.012
TMAR mixta, año 2 = 0.192 o 19.2%				
Año 3	Capital propio	900	0.857	0.20 = 0.1714
	Financiamiento	150	0.143	0.12 = 0.01716
TMAR mixta, año 3 = 0.1854 o 18.54%				

Procediendo de igual manera se calcula que la TMAR mixta del año 4 es de 18.25%.

- La empresa del problema 4 ha pronosticado un crecimiento sostenido en los siguientes años, por lo que la financiera acordó seguir apoyándola. Sin embargo, se le informa a la empresa que, dado que su nivel de endeudamiento crece rápidamente, el interés aumentará en dos puntos porcentuales por cada incremento en un rango de 5%, de su nivel de endeudamiento, según se muestra en la tabla 3.6.

TABLA 3.6

Nivel de endeudamiento	Interés del préstamo
0 - 15%	12%
15.1 - 20%	14%
20.1 - 20%	16%
25.1 - 20%	18%
30.1 - 20%	20%
35.1 - 40%	22%

Si la financiera no está dispuesta a apoyar más allá de 40% del capital total de la empresa, determínese el nivel de endeudamiento donde se obtiene una TMAR mínima. Supóngase que en el año 4 se pide prestada la cantidad necesaria para alcanzar la TMAR mínima.

SOLUCIÓN Como el año 4 es el último durante el cual se pide un financiamiento, es necesario analizar cuál es la cantidad máxima que se debe pedir ese año. Constrúyase una tabla que determine la TMAR mixta, con incrementos de \$50 millones en el apoyo financiero. Obsérvese que de las tablas construidas, la columna “Aportación como fracción del total” automáticamente proporciona el nivel de endeudamiento. Este nivel fue de 14.3% en el año 3 (véase la tabla 3.7).

TABLA 3.7

	Aportación (en millones)	Aportación como fracción del total	Interés anual
Capital propio	900	0.818	0.20 = 0.1636
Financiamiento	200	0.182	0.14 = 0.0255
			TMAR mixta = 0.1891 o 18.91%
Capital propio	900	0.78	0.20 = 0.1560
Financiamiento	250	0.22	0.16 = 0.0352
			TMAR mixta = 0.1912 o 19.12%
Capital propio	900	0.75	0.20 = 0.15
Financiamiento	300	0.25	0.16 = 0.014
			TMAR mixta = 0.19 o 19.0%

Se observa que el mínimo está exactamente en un nivel de endeudamiento de 15.09%, es decir, antes de que aumente el interés. Por lo tanto, la aportación máxima de la empresa = 100 - 15.09 = 84.91%.

La cantidad total de ese nivel de endeudamiento =

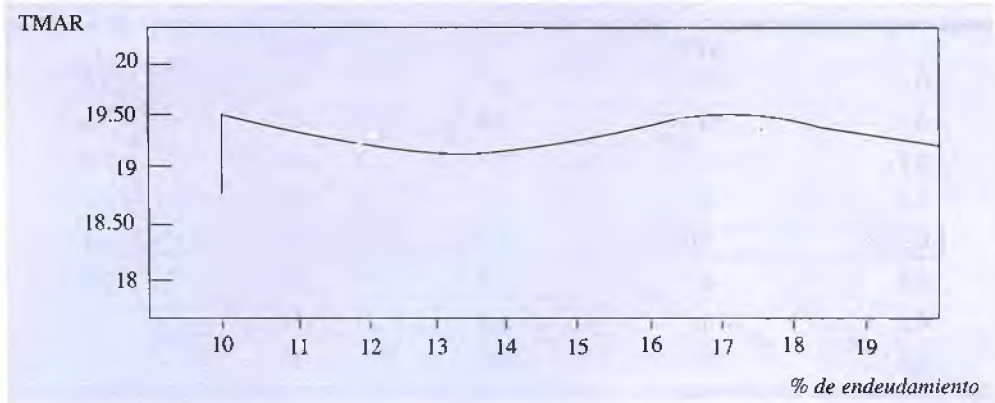
$$= \frac{900}{1 - 0.1509} = 1059.9$$

Cantidad de la deuda = 1059.9 - 900 = 159.9

	\$	% aportación	Interés
Capital propio	900	0.8491	0.20 = 0.1698
Financiamiento	159.9	0.1508	0.14 = 0.0180
			0.1878 o 18.78

Si se hace una gráfica del nivel de endeudamiento y la TMAR, resulta la gráfica 3.8.

GRÁFICA 3.8



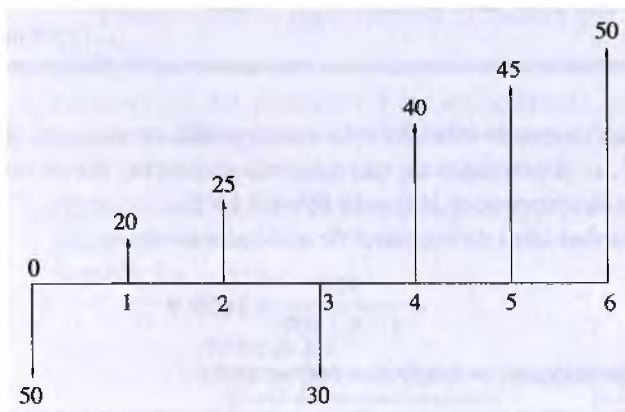
Con 15.1% de endeudamiento se tendría:

	% aportación	Interés
Capital propio	0.8490	0.20 = 0.1698
Financiamiento	0.1510	0.14 = 0.0211
		0.1909 o 19.09

Por lo tanto, el préstamo necesario en el año 4, para alcanzar la TMAR mínima es de \$159.9 millones.

6. Calcúlese la TIR del diagrama de flujo de efectivo mostrado en la gráfica 3.9.

GRÁFICA 3.9



En este polinomio, con aparentemente dos cambios de signo, podría esperarse la obtención de dos raíces positivas.

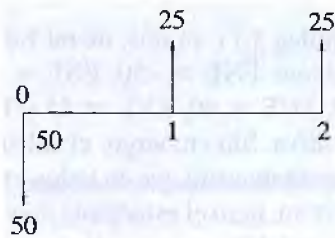
$$+50 = \frac{20}{(1+i)} + \frac{25}{(1+i)} + \frac{30}{(1+i)} + \frac{40}{(1+i)} + \frac{45}{(1+i)} + \frac{50}{(1+i)}$$

Sin embargo, al calcular el VPN en un rango de 0% a 200% se encuentran los siguientes valores:

<i>i</i>	VPN	<i>i</i>	VPN	<i>i</i>	VPN
0	100	0.7	-26	1.5	-38
0.1	50	0.8	-29	1.6	-39
0.2	21	0.9	-31	1.7	-39
0.3	3	1	-33	1.8	-40
0.3224	0.004	1.1	-34	1.9	-40
0.4	-8	1.2	-36	2.0	-41
0.5	-16	1.3	-37		
0.6	-22	1.4	-37		

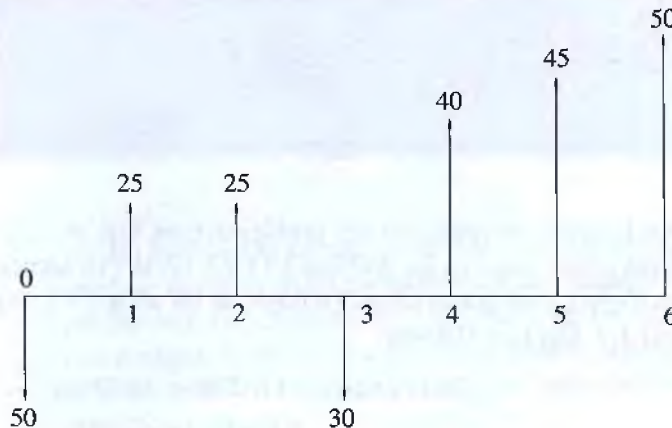
De la fórmula se deduce que los valores de VPN decrecen hasta el límite de -50 , ya que cuando la i es tan grande y la suma de los FNE de los años 1 a 6 es tan pequeña, el único valor no afectado por el interés es el que está en el periodo cero, que es precisamente -50 . Se puede pensar que los FNE de los años 1 y 2 son tan pequeños que si se analizara o calculara la TIR sólo para los años 0, 1 y 2, esto no sería posible ni matemáticamente ni en la práctica empresarial, puesto que las ganancias de $\text{FNE} = 20$ y $\text{FNE} = 25$ no son suficientes para compensar la inversión inicial de $\text{FNE} = -50$. Por lo tanto, una condición indispensable para que exista una TIR real es que las ganancias futuras sean iguales o mayores a la inversión inicial. Si son iguales, el diagrama de flujo resultante es la gráfica 3.10.

GRÁFICA 3.10

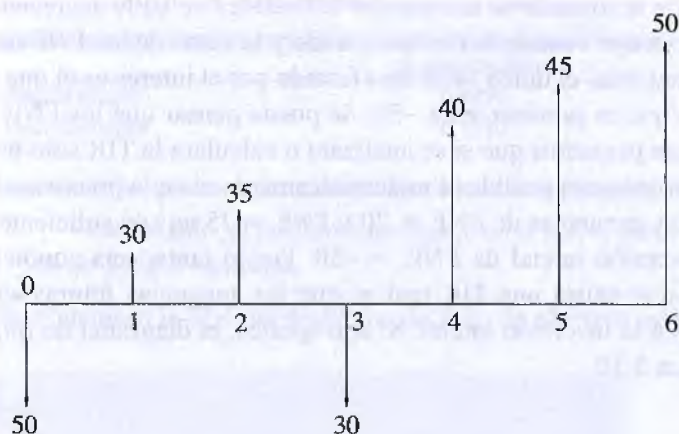


La TIR de este diagrama es 0%. Los flujos se modificaron para hacer una nueva observación de la TIR, y quedaron según las gráficas 3.11 y 3.12.

GRÁFICA 3.11

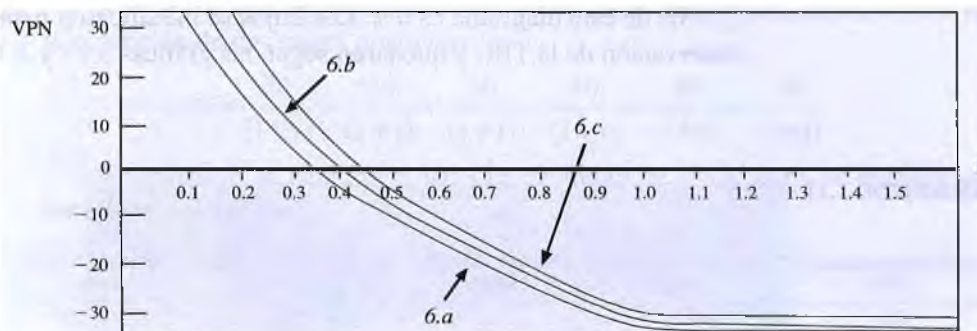


GRÁFICA 3.12



Si se dividiera el flujo de la gráfica 3.11 en dos, de tal forma que el primer diagrama tuviera los siguientes valores: $FNE = -50$, $FNE = 30$, $FNE = 35$; y el segundo diagrama: $FNE = -30$, $FNE = 40$, $FNE = 45$ y $FNE = 50$ ambos tendrán una raíz (una TIR) real positiva. Sin embargo, el cálculo de la TIR para los tres diagramas de la siguiente figura muestra que en todos existe una sola TIR. Los cálculos del VPN ya no se muestran, pero el estudiante puede realizarlos para verificar el resultado (véase la gráfica 3.13).

GRÁFICA 3.13



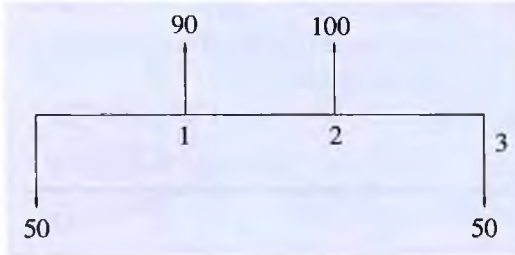
Por lo tanto, el resultado del problema 6 es $TIR = 32.2$. Obsérvese en el diagrama cómo, tanto en las gráficas 3.11 y 3.12, la TIR aumenta ligeramente, lo cual es lógico, pues aumentaron los flujos de los años 1 y 2 respecto de la gráfica original 3.9. Las tres TIR son:

De la gráfica 3.11: $TIR = 35.329\%$

3.12: $TIR = 43.83\%$

7. Encuéntrense las i del diagrama de flujo mostrado en la gráfica 3.14.

GRÁFICA 3.14



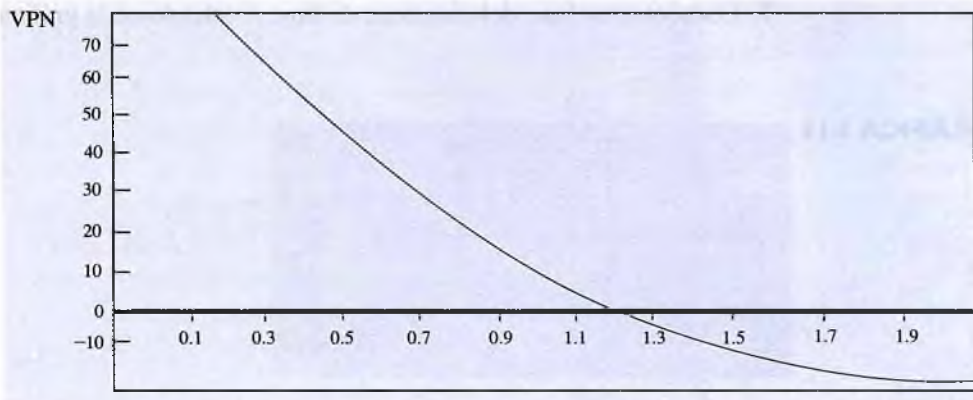
SOLUCIÓN Se plantea la ecuación y por tanteos se encuentra i .

$$50 = \frac{90}{(1+i)^1} + \frac{100}{(1+i)^2} - \frac{50}{(1+i)^3} \quad i = 145\%$$

$i\%$	VPN	$i\%$	VPN
0.1	77	1.1	10
0.2	66	1.2	7
0.3	56	1.3	4
0.4	47	1.4	1.2
0.5	40	1.5	-1.2
0.6	33	1.6	-3
0.7	27	1.7	-5
0.8	22	1.8	-7
0.9	18	1.9	-9
1.0	13.75	2.0	-11

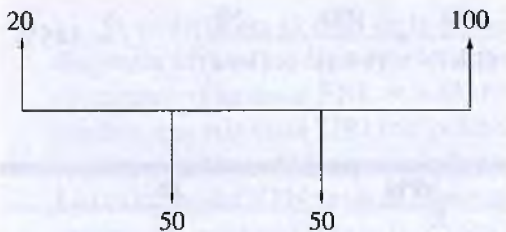
En la solución de este problema se encuentra un aspecto especial sobre los cambios de signo en los polinomios. Aquí, aparentemente, debe haber dos raíces porque hay dos cambios de signo, pero en los cálculos sólo se encuentra una raíz positiva. Es evidente que, al aumentar la tasa, el valor del VPN se hace más negativo con un límite en -50 , que es el valor del flujo en el periodo cero (véase la gráfica 3.15).

GRÁFICA 3.15



8. Encuentre la i del diagrama de flujo mostrado en la gráfica 3.16.

GRÁFICA 3.16



SOLUCIÓN La ecuación para el cálculo del VPN es:

$$+20 - \frac{50}{(1+i)^1} - \frac{50}{(1+i)^2} + \frac{100}{(1+i)^3} = 0$$

Los valores calculados del VPN para diferentes valores de i son:

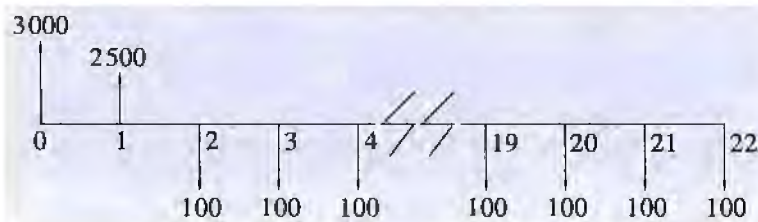
i	VPN	i	VPN
0.1	8	1.1	-4.3
0.2	1.48	1.2	-3.66
0.3	-1.2	1.3	-2.9
0.4	-5.0	1.4	-2.2
0.5	-6.0	1.5	-1.62
0.6	-6.3	1.6	-0.93
0.7	-6.34	1.7	-0.29
0.8	-6.0	1.8	-0.32
0.9	-5.5	1.9	-0.91
1.0	-5.0	2.0	-1.48

Las dos raíces encontradas son $i = 23.09\%$, $i = 174.75\%$.

9. Una persona ganó \$3 000 en su primera apuesta en la lotería. Quince días más tarde volvió a jugar y ganó otros \$2 500. Entusiasmada por su buena suerte decidió apostar \$100 cada 15 días en forma constante durante cierto tiempo. Luego de 21 apuestas consecutivas quincenales sin obtener premio alguno, decidió no apostar más. Determine la tasa de rendimiento que obtuvo esta persona al incursionar en el mundo del juego.

SOLUCIÓN El diagrama de flujo del problema se muestra en la gráfica 3.17.

GRÁFICA 3.17



La ecuación para el cálculo es la siguiente:

$$3000 + \frac{2500}{(1+i)} = 100 \left[\frac{(1+i)^{21} - 1}{i(1+i)^{21}} \right] \frac{1}{(1+i)}$$

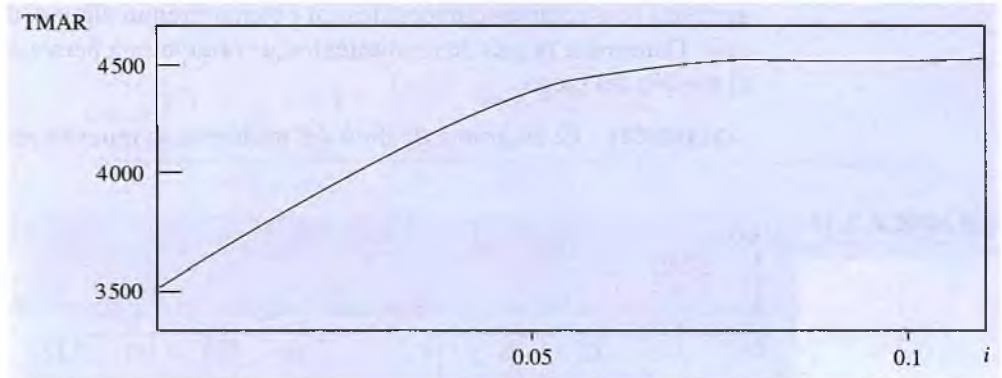
Sin embargo, no hay una i positiva que haga cumplir la igualdad. Por lo tanto, no hay una tasa de rendimiento, como podrá comprobarlo el estudiante, si es que quiere ver el problema de las apuestas como una inversión que puede proporcionar pingües ganancias con un poco de suerte (gráfica 3.18).

Hay una respuesta teórica-práctica de por qué la ecuación planteada no tiene una raíz positiva: la suma descontada de flujos futuros de un signo único no es suficiente para igualar la suma descontada de los flujos de signo contrario. Esto es, si se analiza el problema con signos contrarios, quedaría como si se realizara una fuerte inversión, cuyas ganancias no serían suficientes para recuperar la inversión hecha. Es obvio que en situaciones de este tipo, en las cuales las inversiones no se recuperan, no hay una tasa de rendimiento para esa inversión. Por lo tanto, una condición indispensable para el cálculo de tasas de rendimiento, es que las inversiones hechas sean recuperadas sin ganancia extra cuando menos, en cuyo caso, la tasa de rendimiento sería cero.

En el problema 9, en apariencia, la inversión se recupera, pero a pesar de eso no hay una tasa de rendimiento. Si se observa el problema con cuidado, no hay tal recuperación de lo invertido, pues primero se obtiene ganancia y luego se invierte, cuando la recuperación implica primero invertir y después ganar. Situaciones como las planteadas en este problema hacen que el método de la TIR no

sea muy recomendable para evaluar las bondades de las inversiones. Al contrario, el método del VPN proporciona resultados concretos, sin importar el número de cambios de signo que puedan tener los elementos de un polinomio.

GRÁFICA 3.18

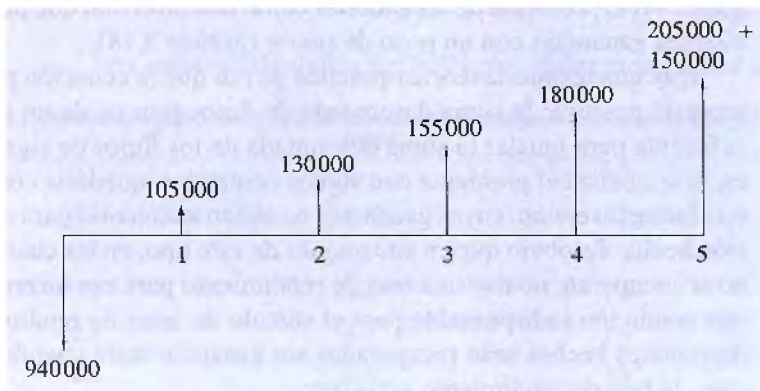


10. Un estudio de factibilidad arrojó las siguientes cifras: inversión inicial \$940 000; beneficio neto el primer año, \$105 000 con incremento de \$25 000 en cada uno de los años siguientes; valor de salvamento \$150 000 al final del año 5.

La inversión se plantea para un periodo de cinco años. Si la TMAR considerada es de 6% anual, determínese la conveniencia económica de hacer la inversión por medio de la TIR.

SOLUCIÓN El diagrama de flujo del problema se muestra en la gráfica 3.19.

GRÁFICA 3.19



El cálculo de la TIR es (cifra en miles):

$$940 = \frac{105}{(1+i)^1} + \frac{130}{(1+i)^2} + \frac{155}{(1+i)^3} + \frac{180}{(1+i)^4} + \frac{355}{(1+i)^5}$$

Aquí no hay una tasa de rendimiento de la inversión, pues la suma de flujos descontados de las ganancias a una tasa cero es de \$925, cantidad que no es suficiente para recuperar la inversión inicial de \$940. Esto comprueba una vez más las limitantes del método de la TIR en su utilización como herramienta de evaluación, pues en el problema planteado no puede dar un resultado numérico. Sin embargo, si se utiliza el método del VPN, el resultado es:

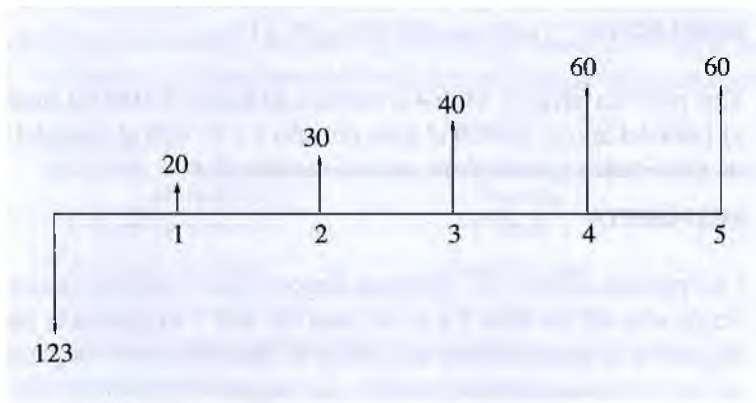
$$\text{VPN} = -940 + \frac{105}{(1.06)^1} + \frac{130}{(1.06)^2} + \frac{155}{(1.06)^3} + \frac{180}{(1.06)^4} + \frac{205+150}{(1.06)^5} = -187$$

Éste es un resultado numérico que se interpreta como una pérdida de \$187, si es que se desea ganar la tasa de referencia de 6%. Es claro que si se quiere ganar más rendimiento, por ejemplo una TMAR = 10%, el valor del VPN se hará más negativo y viceversa. Recuérdese que van aparejados el valor del VPN y el valor de la TMAR. Si se gana más en el VPN la TMAR es menor y a TMAR más pequeña, el valor del VPN aumenta.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcúlese la tasa de interés de la gráfica 3.20.

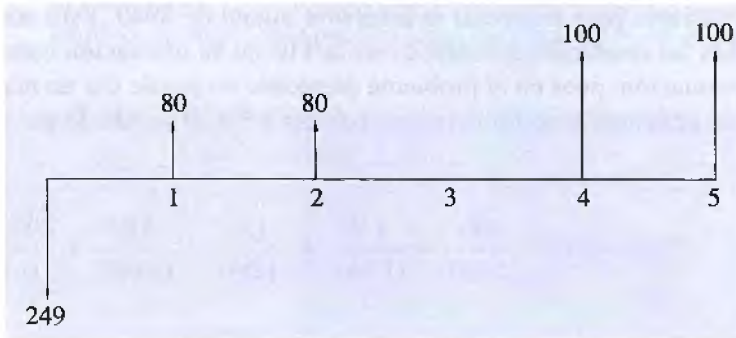
GRÁFICA 3.20



RESPUESTA $i = 17.1\%$.

2. Encuentre la tasa de interés de la gráfica 3.21.

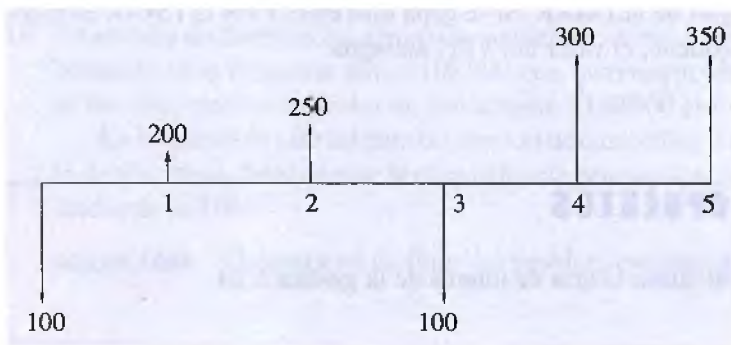
GRÁFICA 3.21



RESPUESTA $i = 13\%$.

3. Por medio del método gráfico calcule las i de la gráfica 3.22.

GRÁFICA 3.22



RESPUESTA Tiene una sola TIR = 191.11%.

4. Una persona invierte \$8 464 a cambio de recibir \$3 000 al final del año 1, \$3 500 al final del año 3, \$4 000 al final del año 4 y \$5 000 al final del año 5. ¿Cuál es la tasa de interés que recibirá por su inversión?

RESPUESTA $i = 20\%$.

5. Una persona invirtió \$3 150 en un negocio que le produjo ganancias de \$500 cada fin de año, de los años 1 a 6. Al final del año 7 su ganancia fue de \$400, al final del año 8 la ganancia fue de \$300 y al final del año 9 la ganancia fue de \$200, momento en que decidió retirarse del negocio. Al final del año 9 también vendió todo lo que quedaba del negocio en \$80. Determine la tasa de ganancia anual que obtuvo esta persona por la inversión que realizó durante nueve años.

RESPUESTA 5.43%.

6. El departamento de finanzas de una empresa ha puesto en práctica el plan Navidad Feliz para sus empleados. Consiste en ahorrar quincenalmente \$500, empezando el 15 de enero y terminando el 31 de noviembre. El 15 de abril, con el pago de utilidades por parte de la empresa, se ahorrarán \$1 000 adicionales. Pero, el 31 de agosto y 15 de septiembre, por el gasto de la escuela de los hijos, no se efectuará ningún depósito. Si la empresa, por esta serie de aportaciones, se compromete a dar \$12 860 a cada ahorrador el 15 de diciembre de cada año, ¿cuál es la tasa de interés quincenal que está pagando? ¿Cuál es la tasa de interés efectiva anual que se paga?

RESPUESTA Interés quincenal = 1.25%, interés efectivo anual = 34.7%.

7. Después de analizar económicamente un proyecto se obtuvieron las siguientes cifras: inversión inicial, \$310 000; ganancia neta anual de \$130 000 cada año durante cinco años; valor de salvamento de los activos al final del quinto año, \$160 000. Las aportaciones de dinero para la inversión inicial fueron: accionistas 60%, TMAR = 43%, banco A 20%, interés que cobra el banco, 45%; banco B 20% de la inversión y una tasa de interés por el préstamo de 49%.

Calcúlese la TMAR mixta y determine la conveniencia económica de la inversión por el VPN y TIR.

RESPUESTA TMAR mixta = 44.6%; VPN = -39.33.

8. Una persona contrató su servicio telefónico domiciliario y en el momento del contrato adquirió unas acciones de la empresa de \$1 200. Esta persona no cobró los intereses en ningún periodo; después de ocho años un comprador le ofrece \$3 350 por las acciones. Si decide vender las acciones, ¿qué tasa de interés anual habrá ganado a lo largo de los ocho años?

RESPUESTA $i = 13.7\%$ anual.

9. Una constructora decidió edificar unos condominios para venderlos una vez terminados. El programa de desembolsos e ingresos se muestra en la tabla 3.8.

TABLA 3.8

Actividad	Periodo	Monto
Compra de terreno	Inicial	\$1 000 000
Permisos y servicios	Fin del 6o. mes	100 000
Cimentación y estructura	Fin del 12o. mes	250 000
Construcción de cuatro niveles	Fin del 18o. mes	160 000
Acabados y terminación	Fin del 24o. mes	432 000

Los ingresos pueden obtenerse de dos formas: vender de contado los condominios a una inmobiliaria por \$2 500 000 o hacerse cargo de la venta de cada

departamento a particulares a un plazo de 10 años. Si la decisión es venderlo a plazos a particulares, ¿cuál es el ingreso anual uniforme que deberá recibirse cada fin de año, durante los próximos diez años, a partir de la terminación de la construcción, para que resulte indiferente esta opción o vender todo de contado?

Considérese que en el periodo de construcción el interés se capitaliza semestralmente.

RESPUESTA Deberán recibirse \$616 663.

10. Una institución de crédito prestó a una empresa 20 millones de pesos (mdp) con la facilidad de que la empresa pagaría la deuda como pudiera y que la institución de crédito le avisaría cuando la deuda estuviera saldada. La empresa realizó ocho pagos mensuales por 1.37 mdp cada mes, de los meses 1 al 8. Luego, por problemas económicos, suspendió los pagos de los meses 9 al 15. A partir del mes 16 y hasta el mes 30, la empresa pagó 1.2 mdp mensuales. Al momento en que la empresa hizo el pago al final del mes 30, la institución de crédito le comunicó que si pagaba 3 mdp al final del mes 31, consideraría que la deuda estaba saldada. Determine el interés efectivo anual que está cobrando la institución de crédito por este tipo de préstamos.

RESPUESTA 3% mensual e interés efectivo anual de 42.57%.

11. El Departamento de Alumbrado Público de una ciudad tiene tres propuestas mutuamente exclusivas para instalar el servicio, cada una con diferente tecnología. Los datos de muestran en la tabla 3.9.

TABLA 3.9

Año	(Cifras en millones)		
	A	B	C
0	-2 500	-3 100	-2 850
1	+520	+300	+600
2	+520	+400	+600
3	+520	+500	+600
4	+520	+600	-300
5	+520	+700	+700
6	+520	+700	+700
7	+520	+700	+700

Si la TMAR que se aplica es de 10% anual, seleccione una alternativa por el método del VPN.

RESPUESTA Selecciónese A VPN = \$31.36.

12. Calcule el VPN del problema 1, si la TMAR es de 15%.

RESPUESTA VPN = \$7.51.

13. Encuentre el VPN del problema 3, si la TMAR es de 8%.

RESPUESTA VPN = \$679.

14. El parque de diversiones infantiles Boredkingdom está considerando cinco propuestas para nuevas instalaciones con qué divertir a los niños. Los datos que ha logrado recabar la empresa se muestran en la tabla 3.10.

TABLA 3.10

Propuesta	(En millones)	(Cifras en millones)
	Inversión	Beneficio anual (años 1 a 5)
A	-1.8	0.6
B	-1.3	0.57
C	-0.5	0.2
D	-3.2	0.99
E	-2.1	0.75

Si el periodo de planeación es de cinco años y la TMAR de Boredkingdom es de 10%, determine la mejor propuesta con base en el cálculo del VPN.

RESPUESTA B, VPN = \$0.86 es la mejor opción.

15. Para la compra de un automóvil existen dos planes: el primer plan es comprarlo de contado a un precio de \$125 000. El segundo plan consiste en dar un enganche de 30% del valor del auto, pagar 24 mensualidades de \$5 073.32 cada una, además del pago de dos anualidades de \$10 000 cada una, la primera al final del mes 12 y la segunda al final del mes 24. Si se compra el auto a plazos, ¿cuál es la tasa de interés efectiva anual que se cobra por financiamiento?

RESPUESTA Interés mensual de 4%, interés efectivo anual de 60.1%.

16. Dos alternativas mutuamente exclusivas, cada una con vida útil de ocho años presentan los siguientes pronósticos de flujo de efectivo (véase la tabla 3.11).

TABLA 3.11

Años	A	B
0	-675	-9000
1-4	200	400
5-8	350	310

Encuentre la TIR de cada alternativa por el método gráfico.

RESPUESTA $TIR_A = 31.2\%$, $TIR_B = 39.5\%$.

17. A un exitoso hombre de negocios se le ha presentado un proyecto de inversión que consiste en una aportación inicial de \$829.5 millones con ganancias de \$100 millones durante el primer año y un incremento de \$50 millones en cada uno de los años sucesivos.
- a) ¿Cuántos años será necesario mantener el negocio con ganancias en aumento para que la TMAR de este hombre sea de 18% anual?
- b) Si el inversionista exige más rendimiento al negocio y eleva su tasa de ganancia a 25%, vuélvase a responder el inciso a), pero con la TMAR = 25%.

RESPUESTA a) 7 años, b) 10 años, considerando la capitalización anual de la inversión.

18. De las dos siguientes propuestas mutuamente exclusivas, con una TMAR de 12% y para un periodo de seis años determínese a) el VPN, b) la TIR de cada una (véase la tabla 3.12).

TABLA 3.12

Años	F	G
0	-675.5	-788.3
1	0	400
2	0	300
3	0	200
4	450	100
5	450	50
6	450	0

RESPUESTA a) $VPN_F = \$93.88$, $VPN_G = \$42.17$; b) $TIR_F = 15\%$, $TIR_G = 15\%$.

19. Una constructora desea adquirir una revolvedora móvil de mezcla para utilizarla en sus construcciones. El periodo de planeación es de cinco años y la TMAR de la constructora es de 8% anual. ¿Cuál revolvedora debe seleccionarse si se calcula el VPN? (véase la tabla 3.13).

TABLA 3.13

	R1	R2
Costo inicial	2 600	3 400
Beneficio anual (años 1 a 5)	460	740
Costo de mantenimiento anual (años 1 a 5)	100	140
Valor de salvamento	1 300	1 500

RESPUESTA $VPN_{R1} = -\$278$; $VPN_{R2} = \$16.7$; R2 es una buena selección.

20. El propietario del Café Internet *Free Chating* invirtió \$160 000 en la compra y acondicionamiento de un pequeño local. Al final del primer año invirtió \$120 000 en la compra de 10 PC. El negocio funcionó muy bien, pues al final del año 2 las ganancias fueron de \$70 000, al final del año 3 ganó \$85 000 y al final del año 4 ganó \$100 000. Ante tal situación, el propietario realizó una inversión adicional por \$130 000 al final del año 5 para una ampliación de las instalaciones. Sin embargo, las ganancias ya no fueron las esperadas y los ingresos netos fueron de sólo \$40 000 en cada uno de los años 6 al 11, momento en que cerró el negocio y vendió todas las PC como chatarra en \$20 000. Con una TMAR = 7% anual *a)* determine por medio del VPN si fue conveniente el negocio durante los 11 años, *b)* determine la tasa de rendimiento anual que ganó durante cada uno de los 11 años.

RESPUESTA *a)* $VPN = -\$12 581.2$; *b)* TIR = 6% anual.

21. La compañía de TV por cable Multialienation pretende instalarse en la zona oriente del país con los siguientes datos monetarios: inversión inicial en la primera etapa del proyecto \$10 000 millones; inversión en la segunda etapa del proyecto al final de cuatro años \$10 000 millones. Ingresos anuales por venta de membresías, \$2 000 millones el primer año y aumento de \$500 millones en los años restantes hasta el año 8, después del cual los ingresos permanecerán constantes. Si se planea para un periodo de 12 años, determine el VPN de la inversión con una TMAR de 15% anual.

RESPUESTA $VPN = \$4 629$ millones.

22. Una institución educativa ha invertido \$328 130 en equipos de impresión. Su proyecto consiste en reproducir textos que se impartirían en la escuela y venderlos a bajo costo a sus estudiantes. Se quiere hacer un tiraje anual de 25 000 ejemplares al principio de cada ciclo escolar. Se calcula que al término del primer semestre se haya vendido 70% de los ejemplares y al final del segundo se hayan agotado los inventarios de textos, un ciclo que se repetiría año con año. Cada texto tiene un precio de \$8 y los costos de producción son de \$3.5 por ejemplar. Calcule la

TIR de la inversión de la escuela para un periodo de cinco años, si los equipos de impresión tienen un valor de salvamento de \$20 000 al final de los cinco años.

RESPUESTA TIR = 20.49% anual.

23. Se compró un televisor con valor de \$1 000 y se acuerda pagarlo en 12 mensualidades iguales de \$132.70, que se comenzarán a cubrir un mes después de la compra. ¿Cuál es la tasa de interés mensual que se cobra?

RESPUESTA La tasa es de 8%.

24. Al comprar un equipo electrodoméstico cuyo valor es de \$715.40 se acordó liquidar en 24 mensualidades iguales de \$40, que se comenzarán a pagar un mes después de la compra. Según el cliente, al final de los meses 12 y 24 puede hacer un pago adicional de \$50, es decir, pagaría \$90. Si la tienda mantiene la misma tasa de interés que en el primer plan, ¿a cuánto ascenderían las 24 mensualidades iguales con la segunda forma de pago?

RESPUESTA La nueva mensualidad sería de \$36.37.

25. El plan de pago para comprar un auto que cuesta \$27 000 consiste en la aportación de 36 mensualidades iguales en las que se carga un interés de 1% mensual. El primer pago se hace un mes después de la compra. Una persona, amiga del gerente de la tienda automotriz, compra el auto pero acuerda que pagará la primera mensualidad al final del cuarto mes después de la adquisición, por lo que terminará de pagarlo 39 meses después de haberlo comprado. Si éste fue el trato, ¿cuál es la verdadera tasa de interés que cobró el gerente a su amiga en la venta del auto?

RESPUESTA 0.813% mensual.

26. Una empresa de productos metálicos necesita una bodega para distribuir productos a una zona muy alejada de la fábrica y tiene dos opciones para disponer de la bodega. La primera opción es rentar una bodega por \$700 al año, los cuales se pagan por adelantado cada año. La segunda opción es comprar la bodega en \$2 500, pero en este caso la empresa tendría que aportar el costo de los pagos de impuesto predial y mantenimiento de las instalaciones, lo cual asciende a \$100 por año y estos pagos se efectúan cada fin de año. Para un periodo de seis años, determine cuál es la tasa de interés que haga indiferentes a ambas alternativas, es decir, determine un interés que haga que el VPN de ambas alternativas sea igual.

RESPUESTA 19%.

27. Una empresa paraestatal de enorme expansión ha fijado una TMAR propia de 11.5% y ha podido aportar hasta 53.7% del capital total de la empresa, que as-

ciende a \$25 000 millones. Hasta ahora ha recibido financiamiento de los bancos mostrados en la tabla 3.14.

TABLA 3.13

Banco	% aportación	Interés
Squeezer National Bank	18.5	8.0
Saving Lost Bank	5.1	7.1
Loan Shark Bank	22.7	12.4

Esta empresa piensa elevar su capital a \$28 750 millones mediante un financiamiento adicional, pero el trato es que, por cada 5% de aumento en financiamiento sobre el capital total actual, la tasa del préstamo se elevará en 1.5 puntos porcentuales sobre su TMAR mixta actual. Si la empresa ha calculado que el porcentaje de rendimiento que se obtendrá en los años siguientes es de 11.1%, ¿cuál es el endeudamiento máximo a que puede llegar, adicional a su deuda actual, para no tener problemas financieros en el futuro?

RESPUESTA \$2 500 millones que elevaría la TMAR mixta a 11.097%.

28. Un hombre que planeó probar suerte en el hipódromo de su ciudad natal, apostó \$200 cada fin de mes durante tres años. Los únicos premios que obtuvo fueron de \$5 000 en el mes 35 y de \$6 500 en el 36. Si este hombre considera que su incursión en el mundo de las apuestas es una inversión, a) ¿cuál fue la tasa de rendimiento anual que obtuvo durante los tres años? b) Si hubiera obtenido los premios en los meses 17 y 18, ¿cuál sería su tasa de rendimiento mensual?

RESPUESTA a) 35.67% anual; b) 2.58% mensual.

29. Evil Designer Co., empresa fabricante de armamento, invirtió \$1 500 millones en la compra de equipo para producir un cañón láser de largo alcance. El primer año las ganancias netas por la venta del novedoso producto fueron de \$800 millones, pero estas ganancias disminuyeron en \$100 millones anuales hasta hacerse cero en el noveno año. Ante la nula demanda del cañón por el advenimiento de la paz, se decidió vender el equipo que lo fabricaba en \$300 millones al final del décimo año. Si la TMAR de la empresa es de 12% de interés anual, ¿de cuánto es el VPN de la inversión?

RESPUESTA VPN = \$1 123.55.

30. El conocido gourmet D. A. Davis Senna planea invertir en un restaurante de lujo. Su aportación inicial sería de \$350 000 y el local tendría una capacidad para atender a 250 personas diarias. Se calcula que la ganancia neta promedio que proporcionará cada cliente es de \$10. Las instalaciones del restaurante durarán

siete años en buen estado y al final de ese tiempo podrían venderse en \$55 000. Si el señor Senna hace una planeación para siete años, ¿cuál es la asistencia promedio diaria que debe tener el restaurante para que pueda ganar su TMAR de 10% anual? Considérese que el negocio abre todo el año.

RESPUESTA Deberá atender a 18.1 personas/día en promedio.

31. Un grupo de buzos decidieron rescatar al galeón Santa Elena, hundido en el siglo XVI en aguas del Caribe, del cual se decía, llevaba un enorme cargamento de oro cuando fue atacado y hundido por piratas. Los buzos adquirieron una embarcación a un costo de \$105 000 dólares e iniciaron la exploración con un gasto mensual de \$5 000 dólares, que se cubrió por adelantado cada mes durante 14 meses. Al inicio del séptimo mes, además del gasto de \$5 000, en su búsqueda del galeón se vieron en la necesidad de comprar un equipo especial de dragado; este equipo tuvo un costo de \$48 000 dólares. No fue sino hasta el final del mes 13, después de iniciada su aventura, que encontraron lo que buscaban. El hallazgo consistió en 60 kg de oro en lingotes, el cual vendieron de inmediato a un precio de \$4 000 dólares el kilogramo. También encontraron una buena cantidad de joyas, que vendieron poco a poco a coleccionistas. Dos meses después del hallazgo la venta de las joyas ascendía a \$102 000 dólares; al mes siguiente se hizo otra venta de joyas por \$87 000 dólares, y el resto de las joyas se vendieron al final del sexto mes después del hallazgo por \$40 000 dólares. Si se toma esta aventura como una inversión, ¿cuál fue la tasa de rendimiento mensual que se obtuvo?

RESPUESTA El TIR mensual = 6.666%.

32. En México, mucha gente participa en las llamadas *tandas*, un sistema que consiste en reunir a cierto número de personas, quienes periódicamente aportan una cantidad fija de dinero. En forma secuencial, cada una de ellas recibe el total de las aportaciones del grupo. Supóngase que se reúnen 30 personas y que cada quincena cada una de ellas aporta \$1 000, de forma tal que en el primer periodo de aportación una recibe \$30 000. Del mismo modo cada una de las demás, y durante 29 quincenas, recibirá la misma cantidad. La última persona en cobrar también recibe \$30 000. Si se considera un interés de 1% capitalizado quincenalmente, calcule la diferencia de los VPN entre la primera y la última persona en cobrar.

RESPUESTA A este interés, la última persona en cobrar recibe \$7 521 menos que la primera a su valor equivalente en el presente.

33. Un laboratorio de investigación desarrolló un dispositivo de ultrasonido para detectar cáncer de páncreas en su primera etapa, con una precisión de 96%. Ahora está considerando rentar el dispositivo al hospital *Sure Slay* por \$400 000 durante el primer año, con incrementos en la renta de \$40 000 cada año. Es decir, al final del segundo año cobraría \$440 000, al final del tercer año cobraría \$480 000, etc., y haría un contrato de renta por nueve años. El laboratorio de investigación ha

calculado que invirtió un total de 2 millones de pesos en el desarrollo del dispositivo. a) Con una TMAR de 20% anual determine si es conveniente para el laboratorio rentar el dispositivo en las cantidades señaladas durante nueve años. b) Sin embargo, el gerente de ventas de la empresa dice que, como es la primera vez que se va a utilizar el dispositivo, hay incertidumbre sobre la demanda en su uso, por lo que sugiere que la cantidad inicial demandada debe disminuir, pero que se debe mantener el aumento anual constante de \$40 000. Determine la mínima cantidad que se debe cobrar el primer año para que aún sea conveniente para el laboratorio la renta del dispositivo durante los próximos nueve años.

RESPUESTA a) VPN = \$69 720; b) A = \$382 702.26.

34. Una compañía minera ha hecho exploraciones durante cierto tiempo, en la búsqueda de alguna veta aurífera. Finalmente, al cabo de 27 meses de iniciadas las actividades encontró un yacimiento. Los datos de sus costos se muestran en la tabla 3.15.

TABLA 3.15

Mes	Concepto	Costo (en millones)
0	Compra de equipo	102
1-15	Mantenimiento mensual de la exploración	21
16-20	Mantenimiento mensual de la exploración	25.5
20	Equipo adicional	62.8
21-27	Mantenimiento mensual de la exploración	26.5
28	Evaluación del yacimiento	10.8
29	Costo de instalaciones de extracción y procesamiento	1 005.0

Las estimaciones hechas por expertos señalan que es posible obtener una cantidad mensual de metal con un valor de \$32 millones, por un periodo de ocho años a partir del mes 30; al cabo de los ocho años la veta se agotaría. El valor de salvamento de todas las instalaciones y equipo se estima en 250 millones. Determine la TIR anual de la inversión a lo largo de los 10 años y cinco meses del negocio minero.

RESPUESTA TIR anual = 45.9%, 3.2% mensual.

35. El equipo de fútbol de tercera fuerza Ballenatos de Melaque ha tenido tres desastrosas temporadas y los propietarios aseguran que en vez de ganar perdieron, debido a lo cual desean vender el equipo. Durante el balance surgieron los datos consignados en la tabla 3.16.

TABLA 3.16

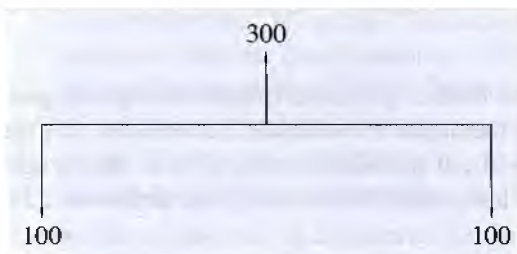
Gastos (cifras en millones)	
Compra del equipo a principio de 1988	1 500
Sueldo mensual de jugadores durante 1988	325
Adquisición de refuerzos al inicio de 1989	450
Sueldo mensual del equipo en 1989	389
Adquisición de más refuerzos al inicio de 1990	300
Sueldo mensual del equipo en 1990	428
Sin transmisión por TV en 1990	000
Ingresos (cifras en millones) a fin de año	
Asistencia al estadio 1988	3 500
Derechos de transmisión de los partidos sólo en el país de origen en 1989	4 750
Asistencia al estadio 1989	2 600
Asistencia al estadio en 1990	1 100
Derechos de transmisión de los partidos a Europa en 1988	8 000

Si la TMAR de los propietarios del Ballenatos es de 8% mensual, determínese si fue económicamente rentable tener al equipo durante 1988-1990.

RESPUESTA No lo fue, pues se ganó una TIR de 7.825% menor a la TMAR de 8%.

36. Calcúlese la(s) TIR del siguiente diagrama de flujo en la gráfica 3.23.

GRÁFICA 3.23



RESPUESTA TIR = 161.5.

37. Un constructor de naves industriales hizo el siguiente contrato: construir una planta con un valor de \$275 000; obtuvo un anticipo de \$200 000 al momento de firmar el contrato y cobrará \$75 000 exactamente un año después, al entregar la planta terminada. Los gastos del constructor están calculados en \$25 000 cada fin

de mes durante el año que dura la construcción (12 desembolsos de fin de mes).
¿Cuál es la tasa de rendimiento que ganó el constructor por este contrato?

RESPUESTA 2.575% mensual.

38. Una persona invierte \$1.5 millones en un negocio. Al final del primer año gana \$0.7 millones, al final del segundo año gana \$0.4 millones. Al concluir el tercer año pierde \$0.3 millones y al final de los años cuatro, cinco y seis su ganancia se mantiene constante en \$0.47 millones por año. Al final del sexto año vende las instalaciones en \$0.35 millones. Determínese la o las tasas de rendimiento que obtuvo esta persona por su inversión durante los seis años.

RESPUESTA 16.69%.

39. Se tienen los siguientes flujos de efectivo de dos alternativas de inversión:

Año	0	1	2	3	VS
A	-1 000	600	500	100	200
B	-1 000	300	200	100	X

Calcúlese el VS de la alternativa B para que con una $i = 10.73\%$, ambas alternativas sean iguales desde el punto de vista económico.

RESPUESTA \$900.

40. Una compañía automotriz vende un auto de contado por \$40 000. Un plano alternativo de compra es mediante el pago de 24 mensualidades congeladas de \$2 116, que se empezarán a pagar un mes después de la compra. Ante una economía con tasas de interés fluctuantes, el vendedor corre el riesgo de que suban las tasas de interés y él ya no pueda elevar la mensualidad de \$2 116. El vendedor tiene la certeza de que durante los primeros siete meses de pago, la tasa de interés del mercado será de 1.5% mensual. ¿Cuál es la tasa de interés mensual que puede haber en el mercado durante los meses 8 al 24, para que resulte indiferente comprar el auto por \$40 000 de contado o con 24 mensualidades congeladas de \$2 116?

RESPUESTA 2.55%.

41. Se invierten \$2 500 en un banco. Hasta pasados 12 meses se efectúa el primer retiro por \$450, al final del mes 14 se retiran \$425, al final del mes 16 se retiran \$400, etc., es decir, cada retiro sucesivo disminuye \$25 respecto del retiro anterior. Los retiros continúan cada dos meses hasta el mes 30, cuando se pueden retirar \$255.

¿Cuál es la tasa de rendimiento efectiva anual de la inversión? La tasa de interés que paga el banco se capitaliza bimestralmente.

RESPUESTA 20.24% anual o 3.1197% bimestral.

42. Determine la o las tasas de interés que tiene el siguiente flujo de efectivo:

Año	0	1	2	3	4
FE	50	-200	200	-100	50

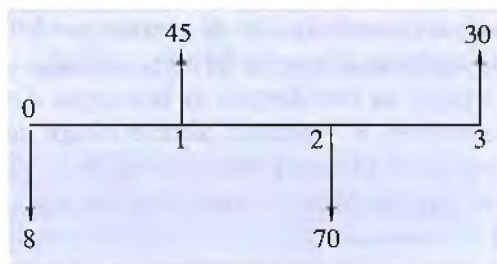
Si la TMAR fuera de 50%, ¿aceptaría recibir y pagar los flujos descritos en los periodos respectivos?

RESPUESTA Las tasas son de 0% y de 176.93%. Con una TMAR de 50% no se aceptaría invertir porque el VPN = -14.19.

43. Se invierten \$1 000 en un banco. Hasta el final del octavo periodo se retiran \$400; al final del noveno periodo se retiran \$350; al final del periodo 10 se retiran \$300; al final del periodo 11 se retiran \$250 y en cada uno de los periodos, del 12 al 17, se retiran \$200 al final de cada uno de ellos. Calcule la tasa de rendimiento por periodo que se obtuvo por la inversión de \$1 000, considerando los 17 periodos.

RESPUESTA 8.32%.

44. Del siguiente diagrama de flujo, determínese la o las raíces que puedan tener las ecuaciones que representen esos flujos de efectivo:



RESPUESTA 56.5 y 234.4%.

45. Se tienen los siguientes flujos de efectivo para los proyectos A y B:

	A	B
Inversión	-1 000	-1 000
FE año 1	600	300
año 2	500	200
año 3	300	-1 000

Determinese la tasa de rendimiento en la cual los proyectos son indiferentes como inversión, es decir, tienen el mismo VPN.

RESPUESTA 10.73%.

46. La gerencia de explotación de una compañía petrolera recibió los siguientes datos sobre un pozo petrolero: inversión en equipo en el tiempo cero de \$15 853 dólares. Gastos de exploración al final del primer semestre de \$20 000 dólares. Gastos de instalación para la extracción de crudo de \$20 000 dólares, al final del primer año. Los ingresos se calculan en \$20 000 dólares, al final de cada uno de los años del 2 al 7, cantidad que disminuirá a \$15 000 dólares al final del año 8, a \$10 000 dólares al final del año 9 y a \$5 000 dólares al final del año 10, momento en que se abandonaría el pozo. Si la compañía petrolera explotara comercialmente este pozo, determine la tasa de rendimiento anual que ganaría por la inversión.

RESPUESTA 26.23% anual.

47. Se tiene el siguiente flujo de efectivo:

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8
FNE	-100	20	100	100	50	50	50	50	-350

¿Entre cuáles valores debe estar la TMAR del inversionista para que la inversión sea aceptada?

RESPUESTA Si la tasa de rendimiento está entre 3.1326 y 48.1748% el VPN es positivo.

48. Una persona compró un edificio de departamentos por \$150 122.11. Durante el primer año recibió mensualmente una renta de \$24 000. Para el segundo año elevó la renta y recibió 12 mensualidades de \$30 000 cada una. Para el tercer año volvió a incrementar la renta y recibió cada mes y durante 12 meses \$36 000. Como la elevación de la renta cada año le causaba muchos problemas, decidió vender el edificio al final del tercer año en \$1 000 000. ¿Cuál fue la tasa de rendimiento que ganó con la compraventa del edificio durante cada uno de los tres años que lo tuvo?

RESPUESTA 558% anual.

49. Encuentre unos flujos de efectivo tales que den origen a las tasas de rendimiento de 10 y 50%.

RESPUESTA $(1+i)^2 - 2.6(1+i) + 1.65 = 0$.

50. Una persona compró un terreno hace dos años en \$180 000. A los cinco meses gastó \$40 000 en la limpieza y acondicionamiento del terreno. A los 10 meses gastó \$90 000 en construir la “obra negra” de su casa. A los 18 meses gastó \$65 000 en acabados de lujo. A los 24 meses gastó \$60 000 en muebles. La casa quedó tan atractiva y bien acondicionada que después de amueblarla encontró un comprador que le ofreció \$843 765 por la casa ya amueblada. Si vendiera la casa en ese momento, determine la tasa de rendimiento anual que el dueño ganaría por toda la inversión a lo largo de los dos años.

RESPUESTA 60.1% anual.

51. Una compañía aseguradora ofrece seguros para la educación de los hijos. Un contrato de este tipo contiene los siguientes términos: pago de \$1 423.23 cada año durante 10 años. Al final del año 11 se recibirá, para la educación de un hijo, \$3 600; al final del año 12 se recibirán \$4 000, etc., es decir, la aseguradora ofrece un incremento de \$400 al año para cubrir las crecientes necesidades de la educación de un hijo. El seguro cubre un periodo de 10 años de educación. Determinese la tasa de interés anual que paga la aseguradora por este tipo de seguros.

RESPUESTA 13.38% anual.

52. Un inversionista puede comprar en \$300 000 un edificio que se renta. Los ocupantes actuales tienen firmado un contrato por los siguientes 10 años, y la percepción total anual por conceptos de rentas es de \$48 000 durante cada uno de los 10 años. Los costos de mantenimiento son de \$13 500, y se incrementará \$1 500 al año, es decir, serán de \$15 000 al final del año 2, de \$16 500 al final del año 3, etc. La propiedad podría venderse al final de los 10 años, al menos por su valor de adquisición. Si el inversionista comprara el edificio, ¿cuál es la tasa de rendimiento anual que ganaría por el periodo de los 10 años?

RESPUESTA 9.62% anual.

53. Una empresa requiere de un local para instalar sus oficinas. Puede rentar un local por \$63 000 al año, que se paga por adelantado, es decir, la primera renta se paga en el periodo cero y la última en el periodo $n - 1$. La alternativa es comprar el local por \$400 000, en cuyo caso los costos de mantenimiento serían de cero al final de los años 1 y 2. A partir del final del tercer año el mantenimiento tendrá un costo de \$7 000 al año, con un incremento de \$500 cada año, es decir, costará \$7 500 al final del cuarto año, \$8 000 al final del año 5, etc. El local podría venderse en \$200 000 al final de los 10 años. ¿Cuál debe ser la tasa de interés para que ambas alternativas sean indiferentes?

RESPUESTA 13.90% anual.

54. Se tienen los siguiente flujos de efectivo para dos proyectos, ambos con una inversión de \$1 000:

Año	1	2	3
FE de A	700	500	300
FE de B	200	400	1 000

También existen dos inversionistas. Calcule la TMAR que hará que los dos proyectos sean indiferentes para los inversionistas. Si el inversionista 1 tiene una TMAR de 8%, ¿cuál es el proyecto que debería seleccionar?

RESPUESTA 8.8. Seleccionaría B.

55. Una empresa necesita cierto equipo y tiene dos alternativas para tenerlo disponible. La primera alternativa es rentarlo por \$63 250 al año, que se pagan por adelantado durante cuatro años. La otra alternativa es comprarlo por \$250 000, en cuyo caso tendría que pagar los costos de mantenimiento que ascienden a \$10 000 al final de los años 1 y 2, y son de \$15 000 al final de los años 3 y 4. El equipo podría venderse en \$100 000 al final del cuarto año. Determinése el interés que haga indiferentes a ambas alternativas.

RESPUESTA 10% anual.

COSTO ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE (CAUE) Y ANÁLISIS INCREMENTAL

OBJETIVO GENERAL

- ◆ El estudiante conocerá y aplicará los métodos para tomar decisiones económicas en problemas de reemplazo de equipo; sin pago de impuestos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ◆ El estudiante conocerá y aplicará el método CAUE (costo anual uniforme equivalente) en problemas de reemplazo de equipo.
- ◆ El estudiante conocerá y aplicará el análisis incremental en problemas de reemplazo de equipo.

Costo anual uniforme equivalente y análisis incremental

Costo anual uniforme equivalente (CAUE): conceptos y aplicaciones

Las situaciones que se pueden presentar al interior de una empresa para tomar decisiones económicas son muy diversas. En el capítulo anterior se mostraron las técnicas para tomar decisiones respecto de las inversiones que producen ingresos. En ocasiones es necesario seleccionar la mejor alternativa desde el punto de vista económico, pero no existen ingresos en el análisis. Algunas de las situaciones donde sólo se presentan costos para el análisis económico son:

1. Seleccionar entre dos o más equipos alternativos para un proceso industrial o comercial, que elabora una parte de un producto o servicio. El equipo no elabora un producto o servicio final que se pueda vender para obtener ingresos.
2. Seleccionar entre dos o más procesos alternativos para el tratamiento de contaminantes producidos por una industria. Es forzoso instalar el proceso de tratamiento, ya que así lo exige la ley, pero esa inversión no producirá ingresos.
3. Se requiere reemplazar un sistema de procesamiento manual de datos por un sistema computarizado. O bien, se requiere sustituir el procesamiento de datos, que actualmente se realiza con computadoras personales, por un procesamiento en red. La inversión que este cambio requiere no producirá ingresos; no obstante, son inversiones necesarias en muchas industrias y negocios.

El objetivo de este capítulo es mostrar las técnicas utilizadas para tomar decisiones cuando sólo existen datos de costos en el análisis, o cuando es preciso tomar decisiones para reemplazar equipos o sistemas actuales por otros nuevos, desde luego, con una inversión extra.

Si se acepta como válida la “conducta racional” del inversionista, en el sentido de que su objetivo es siempre ganar más dinero; o su contraparte, incurrir en los menores costos, pues esto le proporcionará más dinero, entonces se tiene una primera base para tomar decisiones acertadas y bajo las condiciones planteadas. Asimismo, se deben responder dos preguntas:

- ¿Cuál de las alternativas disponibles tiene un costo menor? Si el problema es elegir de entre varias y sólo se tienen costos en el análisis. La segunda pregunta es:
- ¿Se obtiene alguna ganancia monetaria por reemplazar el equipo (o sistema) actual de producción de algún bien (o servicio), dado que el reemplazo implica una inversión adicional?

Antes de contestar estas preguntas se presentan algunos conceptos nuevos que se utilizan en este capítulo.

Valor de salvamento

Los conceptos *valor de salvamento* (VS), *valor de rescate* (VR) o *valor de recuperación* (VR) son sinónimos que significan el valor de mercado de un activo, en cualquier momento de su vida útil. A su vez, valor de mercado significa el valor monetario al que puede ser vendido un activo en el año n .

Un activo siempre tiene una vida útil determinada (excepto un terreno cuya vida útil es infinita), es decir, llega un momento en que el activo ya no puede ser utilizado para los fines que fue elaborado. Si la vida útil de un activo es muy larga, y al analista o tomador de decisiones le interesa un periodo mucho más corto de planeación, puede “cortar” artificialmente el tiempo a fin de realizar un análisis en el periodo de planeación que es de su interés.

La determinación del valor de salvamento puede tener varios aspectos. Si se está determinando sobre un activo que ya se posee y se desea reemplazar, entonces el valor de salvamento es el valor monetario que se puede obtener por la venta de ese activo en el mercado, en el momento de tomar la decisión, y es relativamente sencillo calcular el valor de salvamento. Si por el contrario, el activo no se posee, se pretende adquirir y el horizonte de análisis es por ejemplo de siete años, entonces la toma de una decisión deberá estimar, con ciertas bases, cuál será el valor de mercado del activo al término de siete años, a partir del momento en que se adquiera. Las bases para esta determinación pueden ser la intensidad de uso que se le vaya a dar al activo y la vida fiscal del mismo. Un valor de salvamento estimado en el futuro siempre tendrá cierto grado de imprecisión. Por otro lado, está la forma en que debe ser considerado el valor de salvamento dentro de un problema de toma de decisiones. El valor de salvamento siempre será un ingreso; sin embargo, es distinto el valor de salvamento de un activo que ya se tiene, del valor de salvamento de un activo que está por comprarse.

Si el problema está analizado en cuanto al reemplazo de un equipo que ya se tiene, entonces la suposición implícita es que, al realizar el reemplazo, se vende la máquina que está en uso, lo cual provoca un ingreso que disminuye el desembolso inicial que debe realizarse al comprar el equipo nuevo.

Si el problema es seleccionar una alternativa, por ejemplo la de menor costo, de entre varias que se tengan disponibles, entonces el valor de salvamento también representa un ingreso, pero éste se obtendrá hasta el final del periodo de análisis que declara el problema cuando al “cortar” artificialmente el tiempo se supone que el activo se vende y se obtiene un ingreso. El valor de salvamento al final del periodo de análisis puede ser cero, pero si el valor de salvamento no es cero y no se considera que se vende, equivale a suponer que el inversionista abandonaría un activo que aún tiene cierto valor y que le puede proporcionar un ingreso, es decir, omitir la consideración del valor de salvamento cuando éste tiene un valor monetario al final del periodo de análisis es una consideración errónea al momento de tomar la decisión.

Vida útil del activo

La *vida útil* puede definirse simplemente como el periodo (expresado usualmente en años), que un activo sirve o está disponible en la actividad para la que fue diseñado. Sin embargo, un activo puede estar en servicio muchos años y tener diferentes propietarios, de manera que, para efectos de tomar decisiones económicas, la vida útil de un activo debe considerarse como el número de años que ese activo estará en servicio para el propietario que tomará la decisión económica sobre ese activo, incluyendo el hecho de que un inversionista compre un activo usado. Ese activo habría tenido una vida útil para su anterior propietario, pero con ciertos costos de operación y mantenimiento. Para el nuevo propietario tendrá otra vida útil, así como otros costos de adquisición, operación y mantenimiento.

Alternativas mutuamente exclusivas

En ingeniería económica, alternativa es una posibilidad de inversión sobre la cual se determinan todos los flujos de efectivo implicados, durante el tiempo en que la inversión le resulte útil y productiva al inversionista. Así, una alternativa es un curso de acción para invertir, por lo que la alternativa más sencilla es no hacer nada, es decir, no invertir.

Cuando en un problema se declara que las alternativas bajo análisis son mutuamente exclusivas significa que, al seleccionar una de ellas, las demás automáticamente quedan excluidas como posibilidad de inversión. Por ejemplo, una empresa necesita una tapadora de frascos y tiene varias alternativas; al seleccionar una de ellas ya no tendrá necesidad de adquirir otra tapadora. Parece evidente que cuando se menciona la palabra “alternativas”, significa que cualquiera de ellas cumple, al menos, con las expectativas y necesidades del comprador. Es decir, si alguna no cumpliera con las necesidades del comprador no sería una alternativa. En el ejemplo de la tapadora de frascos, el comprador puede requerir de una tapadora de botellas de plástico, con sello térmico, con diámetro mínimo de la tapa de 1 pulgada y con capacidad para tapar 75 frascos/min. Las alternativas consideradas deben cumplir al menos con esas especificaciones; alguna o varias alternativas pueden excederlas, pero si no tienen el mínimo, entonces no pueden ser consideradas como alternativas.

Acuerdos de signos

Cuando se utiliza el método de costo anual uniforme equivalente (CAUE) la mayoría de los datos serán costos, a los que usualmente se les representa con un signo negativo. Sin embargo, en este tipo de problemas se acuerda asignar un signo positivo a los costos y un signo negativo a los ingresos, con la única idea de no utilizar tantos signos negativos en los cálculos. Finalmente, la intención del inversionista siempre será incurrir en los menores costos, y es mucho más sencillo para el estudiante seleccionar la alternativa que presente el menor valor de CAUE, pues significará la alternativa de menor costo en lugar de seleccionar la alternativa con el “menor valor negativo”.

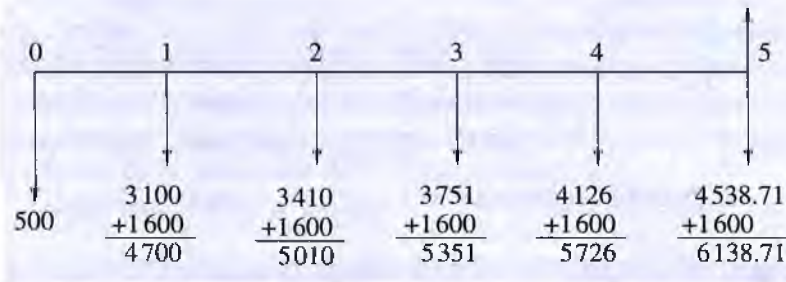
Método del costo anual uniforme equivalente (CAUE)

EJEMPLO 4.1 Se tienen dos alternativas mutuamente exclusivas para un nuevo proceso de producción. La primera alternativa es semiautomática, con una inversión inicial de \$1 500. Los costos de mano de obra son elevados y ascienden a \$3 100 al final del primer año; se espera que se incrementen 10% al año, siempre respecto del costo obtenido en el año previo. Los costos de mantenimiento son de \$1 600 al año. El equipo se puede vender en \$300 al final del periodo de análisis de cinco años. El proceso alternativo, mucho más automatizado, tiene un costo inicial de \$6 300, pero los costos de mano de obra son de tan sólo \$900 al final del primer año y también tendrán incrementos anuales de 10% sobre el valor obtenido en el año previo. Los costos de mantenimiento son de \$2 800 al año. El equipo se puede vender en \$1 100 al final de su vida útil de cinco años. Con una TMAR = 10% anual, selecciónese la mejor alternativa desde el punto de vista económico.

SOLUCIÓN En problemas de este tipo donde sólo hay costos, tanto de diferente magnitud como por diversos conceptos, en cada uno de los años, en ambas alternativas, es difícil decidir cuál es la mejor de ellas. Es necesario agrupar las cifras en un número conciso que ayude a tomar la decisión. Se empieza por dibujar el diagrama de flujo de ambas alternativas:

Proceso semiautomático:

GRÁFICA 4.1



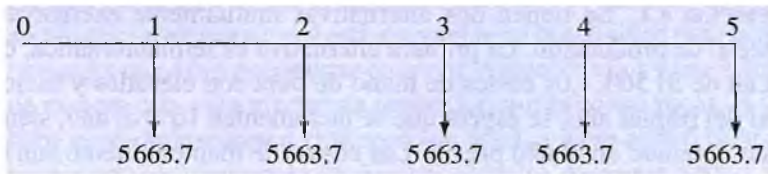
Las cantidades monetarias del diagrama deben expresarse como una sola cantidad equivalente. Obténgase inicialmente el valor presente (VP) de los costos. Hay que tomar en cuenta el acuerdo de signo:

$$VP_{sa} = +1500 + \frac{4700}{(1.1)^1} + \frac{5010}{(1.1)^2} + \frac{5351}{(1.1)^3} + \frac{5726.1}{(1.1)^4} + \frac{6138.71 - 300}{(1.1)^5} = 21469.89$$

$$CAUE_{sa} = 21469.89 (A/P, 10\%, 5) = 5663.7$$

Expresando este resultado en un diagrama se tiene:

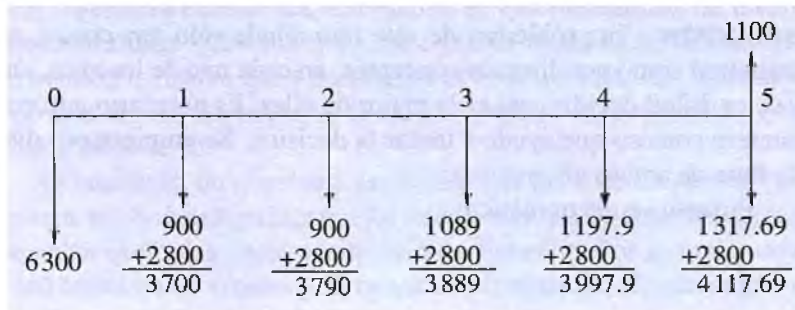
GRÁFICA 4.2



El diagrama original fue transformado, con costos distintos, a un diagrama exactamente equivalente, pero expresado como una anualidad igual. Los costos se expresaron de dos formas: como el valor presente de los costos y después como una serie uniforme de costos a lo largo del periodo de análisis de cinco años.

Proceso automático:

GRÁFICA 4.3

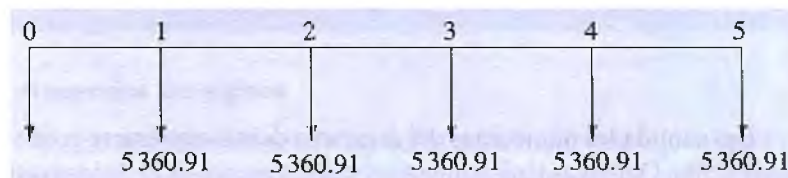


$$Vp_a = +6300 + \frac{3700}{(1.1)^1} + \frac{3790}{(1.1)^2} + \frac{3889}{(1.1)^3} + \frac{3997.9}{(1.1)^4} + \frac{4117.69 - 1100}{(1.1)^5} = 20322.1$$

$$CAUE_a = 20322.1 (A/P, 10\%, 5) = 5360.91$$

El diagrama equivalente es:

GRÁFICA 4.4



El resultado indica que se debe seleccionar la alternativa automatizada, pues tiene un menor costo anual. Es necesario realizar varias observaciones. La primera es que calcular sólo el valor presente de los costos es suficiente para tomar una decisión válida. La pregunta es: ¿por qué se debe realizar un cálculo extra para obtener una anualidad a partir del valor presente de los costos?

Para efectos de tomar una decisión, sería suficiente calcular el valor presente de los costos, sin embargo, quien toma una decisión de este tipo, por lo general, también elabora un presupuesto de gastos, en este caso, por la adquisición y operación de nuevos equipos.

Al calcular el CAUE, automáticamente se tiene el presupuesto anual de costos (sin considerar inflación).

Ahora queda claro por qué el método lleva ese nombre. Se calcula a partir de una serie de costos de distinto monto y concepto, se transforma a una sola cantidad que por ser un costo anualizado es uniforme y además está calculado a su valor equivalente.

Puede existir la situación complementaria del método donde no sólo existen costos, sino también ingresos. Además, se desea expresar ambas cantidades como una anualidad. Si existen ingresos en el problema, entonces se omite el acuerdo de signos, y los ingresos son positivos y los costos negativos. Si éste fuera el caso, ya no se hablaría de costo anual uniforme equivalente, sino de *beneficio anual uniforme equivalente* (BAUE).

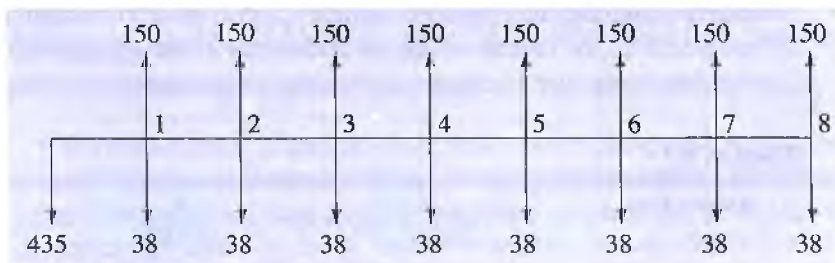
EJEMPLO 4.2 Una estación ferroviaria actualmente carga y descarga los costales de grano (trigo, maíz y frijol) de forma manual y está considerando la posibilidad de utilizar bandas transportadoras. Esto provocaría un ahorro de mano de obra equivalente a \$150 000 al año. A cambio de esto, es necesario invertir \$435 000 y, además, habrá costos de mantenimiento de los transportadores por \$38 000 al año. Con una $TMAR = 15\%$, un periodo de análisis de ocho años y un valor de salvamento de cero para los transportadores al final de ese periodo, determínese la conveniencia económica de su instalación.

SOLUCIÓN Aunque existe una inversión y unos ahorros traducidos como beneficios o ingresos y además hay costos de mantenimiento, no se puede considerar como una inversión tradicional porque en esta situación no se pagan impuestos.

Para tomar decisiones en casos como éste, el BAUE puede ser una herramienta útil, si además de la decisión se desea presupuestar.

Diagrama de flujo en miles:

GRÁFICA 4.5



$$BAUE = -435\,000 (A/P, 15\%, 8) + 150\,000 - 38\,000 = \$15\,060.2$$

$$TIR = 19.59\%$$

El resultado del BAUE indica que deberá sustituirse el acarreo manual de costales por una banda transportadora. Si se desea interpretar el problema como una inversión, es posible calcular la TIR, que resulta tener un valor de 19.59% y al ser mayor que la TMAR de 15% conduce a la misma decisión de instalar las bandas transportadoras.

Análisis incremental

Las situaciones de inversión que se pueden presentar en la vida cotidiana son muy diversas. Ya se mostraron los métodos para tomar decisiones cuando existe una sola alternativa de inversión, que son el VPN y la TIR. En general, este tipo de inversiones se efectúan en instalaciones industriales que producen bienes o servicios. También se han presentado métodos de toma de decisiones económicas cuando se consideran varias alternativas a la vez, y el problema bajo análisis sólo contiene datos de costos como la técnica del CAUE; asimismo, cuando la situación de decisión presenta beneficios (ingresos o ahorros) y costos, entonces es posible utilizar el BAUE.

Estos métodos son útiles si las inversiones se efectúan en el interior de las empresas y los objetivos del análisis son tomar decisiones y presupuestar un beneficio o un costo anual. Calcular un CAUE o un BAUE para una sola alternativa, sin ningún otro objetivo, no tiene sentido.

Existen otros tipos de problemas para los cuales los métodos presentados hasta ahora no parecen ser los más adecuados para tomar la mejor decisión de inversión.

EJEMPLO 4.3 Supóngase que existe un inversionista o un grupo de ellos, que desean instalar una escuela de estudios universitarios. Después de realizar una minuciosa investigación de mercado sobre este tipo de estudios, concluyen que la demanda es muy elevada y sólo tienen \$7 millones para invertir. La universidad aún no está construida y tienen varias opciones en cuanto a las instalaciones para diferentes capacidades de población estudiantil.

De manera inicial se presentan tres alternativas mutuamente exclusivas, es decir, al construir una de ellas ya no será posible edificar otra universidad. Los beneficios se han calculado con base en las características de mantenimiento del edificio y en la población estudiantil que se podría atender. La TMAR de los inversionistas es 7% anual. El problema de los inversionistas es determinar el tamaño óptimo de la universidad que se debe construir. Los datos son los siguientes (datos en miles):

TABLA 4.1

Alternativa	A	B	C
Inversión	\$4500	\$7000	\$6000
Beneficio anual	643	1000	870

El periodo de análisis es de 10 años.

SOLUCIÓN En primer lugar debe calcularse el VPN de cada alternativa para descartar aquellas que no presenten rentabilidad.

$$VPN_A = -4500 + 643(P/A, 7\%, 10) = 16$$

$$VPN_B = -7000 + 1000(P/A, 7\%, 10) = 24$$

$$VPN_C = -6000 + 870(P/A, 7\%, 10) = 110.51$$

Si cada una de las opciones de inversión es independiente, según el criterio del VPN, cualquiera es atractiva como inversión. Pero el problema para los inversionistas es distinto. Si se sabe que construyendo la universidad de menor inversión, ya se tiene una rentabilidad, dado que el $VPN > 0$, la pregunta sería: ¿es conveniente, desde el punto de vista económico, incrementar la inversión de \$4 500 a \$6 000 (miles de pesos) o aun aumentarla hasta \$7 000, dadas las expectativas de ganancia de cada inversión adicional?

Como ya se determinó que la alternativa de menor inversión, la A, por sí misma es rentable, se toma como punto de comparación. A partir de esta referencia se analiza si a los incrementos de la inversión corresponde el suficiente incremento en ganancias. Como el objetivo es la comparación de cada una de las alternativas en orden creciente de inversión, para realizar el análisis incremental conviene hacer un ordenamiento de las alternativas, de menor a mayor inversión, tal y como se muestra en la tabla 4.2 (en miles):

TABLA 4.2

Alternativa	Inversión	Beneficio anual
A	\$4500	643
C	6000	870
B	7000	1000

Como ya se sabe que la alternativa A es rentable, dado que $VPN_A = 16$, analícese ahora si el incremento de inversión de \$4 500 a \$6 000, es decir, si aumentando la inversión $\$6\,000 - 4\,500 = \$1\,500$, la ganancia extra de $\$870 - 643 = 227$ es económicamente conveniente a la tasa de referencia de 7%. Este análisis se puede expresar como la obtención de $\Delta VPN_{C:A}$, léase VPN incremental de C respecto de A.

$$\Delta VPN_{C:A} = -(6000 - 4500) + (870 - 643)(P/A, 7\%, 10) = 94$$

El resultado indica que es conveniente realizar la inversión extra de \$1 500, puesto que el VPN de los incrementos es positivo. Aquí es necesario señalar dos cosas: la primera es que en la forma de cálculo siempre se deben restar las cifras de la alternativa de mayor inversión de las de menor inversión. Por ejemplo, se debe restar $6\,000 - 4\,500$ y no $4\,500 - 6\,000$. El siguiente aspecto es que para aceptar un incremento de la inversión se sigue el criterio normal de decisión del VPN, es decir, acéptese cualquier inversión cuyo $VPN \geq 0$.

Dado que se aceptó incrementar la inversión a \$6 000, el siguiente paso es calcular el nuevo incremento en VPN, al pasar la inversión de \$6 000 a \$7 000, pero ahora se toma como referencia a la última alternativa cuya inversión fue aceptada, es decir *C*. En caso de que no se hubiera aceptado incrementar la inversión a *C*, es decir, en caso de que $\Delta\text{VPN}_{C,A} < 0$, entonces se tendría que analizar el incremento de *A* hasta *B*, es decir, de \$4 500 a \$7 000. Por lo tanto:

$$\Delta\text{VPN}_{B,C} = -(7\,000 - 6\,000) + (1\,000 - 870)(P/A, 7\%, 10) = -87$$

En este caso, el resultado es que no debe aceptarse incrementar la inversión de \$6 000 a \$7 000, pues el incremento de las ganancias no compensa el incremento de la inversión extra.

La conclusión es que la máxima inversión que debe realizarse es *C* con \$6 000. Ésta es la misma conclusión que se obtuvo al analizar las alternativas en forma independiente, ya que $\text{VPN}_C = \$110.51$, que es el mayor valor de VPN de las tres alternativas.

Ahora supóngase que se presenta una nueva alternativa *D*, cuyos datos son: inversión \$8 190 y beneficio anual \$1 182. Se calcula el VPN de la alternativa por sí misma (en miles):

$$\text{VPN}_D = -8\,190 + 1\,182(P/A, 7\%, 10) = \$111.87$$

Este valor es ligeramente superior al VPN de la alternativa *C* que es \$110.51. Desde el punto de vista de alternativas independientes debería seleccionarse *D*, por presentar el mayor VPN de todas las alternativas. Ahora analícese lo que sucede con el análisis incremental.

Para analizar el incremento de inversión hasta \$8 190 se toma como punto de comparación la última alternativa con un VPN incremental positivo, es decir, la alternativa *C*, de forma que (en miles):

$$\Delta\text{VPN}_{D,C} = -(8\,190 - 6\,000) + (1\,182 - 870)(P/A, 7\%, 10) = 1.3$$

Como dice la regla, acéptese cualquier inversión cuyo $\text{VPN} \geq 0$, entonces debe aceptarse el incremento de inversión hasta \$8 190 (miles), es decir, acéptese *D*.

La conclusión que se puede obtener es que el método de VPN sigue siendo válido para seleccionar la mejor alternativa dentro de un grupo de ellas, ya sea que las alternativas sean independientes o mutuamente exclusivas. En el ejemplo se tienen cuatro alternativas. Al calcular el VPN considerando a las alternativas independientes resultó que se debe seleccionar *D*, ya que presenta el mayor $\text{VPN} = \$111.87$ de todas las alternativas. Cuando se aplica el análisis incremental resulta que también debe invertirse en la alternativa *D*, lo cual indica que los resultados de ambos métodos son congruentes.

Tal vez la única duda es: ¿por qué la alternativa *B* se debe aceptar si las alternativas se consideran independientes, ya que $\text{VPN}_B = \$24$, y se rechaza su inversión con análisis incremental? La razón es que si no existiera más alternativa de inversión

que B , debería invertirse en ella porque $VPN_B > 0$, pero si no es la única alternativa y se compara dentro de un grupo de ellas, entonces debe rechazarse porque existen alternativas mejores que B .

Recuérdese la “conducta racional” de la inversionista; siempre tomará la alternativa que le proporcione la mayor ganancia, y cuando B se compara con C y D , B no es la que otorga la mayor ganancia.

Secuencia de pasos a seguir para realizar el análisis incremental

Para facilitar la explicación de los pasos a seguir se toman las cifras del ejemplo que se ha presentado.

1. Ordenar las alternativas de menor a mayor inversión. En el ejemplo, significa la construcción de una tabla similar a la 4.2, en el orden A, C, B, D .
2. Aplíquese el criterio de selección por VPN a la alternativa de menor inversión.
3. Si el criterio de selección es favorable ($VPN \geq 0$), ir al paso 4. Si el criterio de selección es desfavorable ($VPN < 0$), continuar aplicando el mismo criterio a la(s) siguiente(s) alternativa(s) en orden creciente de inversión, hasta encontrar una con $VPN \geq 0$. Si ninguna cumple con el criterio de selección de VPN se deben rechazar todas las alternativas. Al encontrar una, es preciso ir al paso 4. En el ejemplo $VPN_A = \$16$.
4. Al encontrar una alternativa con criterio de VPN favorable, tomarla como punto de comparación para analizar los incrementos de inversión y beneficios con la alternativa que le sigue en inversión. En el ejemplo $\Delta VPN_{C,A} = 94$.
5. Acéptese realizar el incremento de inversión si $\Delta VPN > 0$. En el ejemplo, se acepta incrementar la inversión a C , \$6 000.
6. Tómese como base para el siguiente análisis de incremento de inversión la alternativa con mayor inversión cuyo $\Delta VPN > 0$. En el ejemplo, C es la base para la siguiente comparación de incrementos: $\Delta VPN_{B,C} = -87$.
7. Si $\Delta VPN < 0$ recházese el incremento de inversión. Repetir los pasos 5 y 6 hasta agotar el análisis de todas las alternativas: $\Delta VPN_{D,C} = 1.35$.
8. Acéptese invertir en la alternativa de mayor inversión que haya presentado un $VPN \geq 0$.

Sin embargo, si se considera que este procedimiento es muy tedioso, existe una forma más simple de obtener los mismos resultados y tomar las mismas decisiones. Considérese los mismos valores individuales de los VPN de cada alternativa:

$$VPN_A = \$16$$

$$VPN_B = \$24$$

$$VPN_C = \$110.51$$

$$VPN_D = \$111.87$$

Ahora proceda en la misma secuencia de decisión. Dado que $VPN_A = 16$, es decir, tiene un valor positivo, se toma como referencia para compararla con la alternativa C , que es la que le sigue en inversión:

$$\Delta VPN_{C:A} = VPN_C - VPN_A = 110.51 - 16 = 94.51$$

como el resultado fue positivo, la alternativa C se compara con la alternativa B , que es la que le sigue en inversión:

$$\Delta VPN_{B:C} = VPN_B - VPN_C = 24 - 110.51 = -86.51$$

como el resultado fue negativo, se sigue tomando a C para compararla con la alternativa D que es la que le sigue en inversión, y dado que ya se eliminó a B :

$$\Delta VPN_{D:C} = VPN_D - VPN_C = 111.87 - 110.51 = 1.36$$

como se observa, los resultados numéricos y las decisiones son los mismos. Algunos estudiantes pueden preguntarse: ya que $\Delta VPN_{D:C} = 1.36$, es decir, que los VPN de las alternativas D y C casi son iguales, y que aún puede darse el caso de que la diferencia fuera cero, entonces debería invertirse en C y no en D , ya que C tiene menor inversión y no vale la pena elevar la inversión hasta D , porque la ganancia incremental es mínima. Esto es erróneo.

El porqué se debe invertir en D y no en C es que un inversionista siempre buscará invertir la mayor cantidad de dinero, siempre que gane la $TMAR = 7\%$ que él mismo ha fijado.

Si sólo invirtiera \$6000 en vez de \$8190, la diferencia de \$2190 la tendría que invertir en otra alternativa con menor ganancia. Si la hipotética alternativa donde invirtiera los \$2190 generara una ganancia mayor a 7%, entonces invertiría no sólo los \$2190 sino los \$8190 en esa nueva alternativa, pero a falta de datos en el problema sobre una alternativa de inversión adicional, se concluye que se debe invertir en D porque es la alternativa de mayor inversión en la que, al menos, está ganando su $TMAR = 7\%$.

Uso de CAUE y análisis incremental en decisiones de reemplazo de equipo

Se ha presentado la aplicación del CAUE para seleccionar la mejor de entre varias alternativas de inversión, y cuando los datos disponibles son costos en su mayoría. También se determinó que el CAUE es sólo una forma de expresar el resultado de la decisión, ya que la obtención del valor presente de los costos del problema conduce a seleccionar la mejor alternativa económica, analizando la conveniencia de elevar la inversión a cambio de la elevación de las ganancias (o ahorros). Esta técnica se utilizó para analizar inversiones productivas, esto es, aquellas donde se invierte y se produce un ingreso directo debido a esa inversión.

También se demostró que el análisis incremental conduce a tomar la misma decisión que la técnica del valor presente neto, ya sea que las alternativas sean independientes o mutuamente exclusivas.

Existe otro tipo de problemas en ingeniería económica, para los cuales son útiles las técnicas de CAUE y de análisis incremental: decisiones de reemplazo de activo.

Todo tipo de activos (excepto los terrenos), adquiridos por cualquier empresa productora de bienes o servicios deben ser reemplazados en algún momento de su vida. No importa que el activo tenga una vida larga, como los edificios, éstos también deben ser reemplazados. El problema que se analiza es: ¿cuándo debe ser reemplazado un activo desde el punto de vista económico?

Un activo puede ser reemplazado por dos causas principales: obsolescencia tecnológica o deterioro. La obsolescencia tecnológica, en general, se refiere al hecho de que en el momento en que se piensa en el reemplazo se sabe de la existencia de, al menos, un equipo alternativo disponible en el mercado que supera al que actualmente está en uso, ya sea porque tiene una mayor eficiencia de producción, disminuye costos como mano de obra, mantenimiento o piezas rechazadas, genera más ventas porque produce con mejor calidad, o simplemente porque ya no se necesita el equipo que está en uso.

En cuanto a la necesidad de reemplazo por deterioro, implica que el activo actual ha sido tan utilizado que sus costos de mantenimiento, la calidad que produce y los paros en su funcionamiento son tan altos que es necesario reemplazarlo. Es probable que no exista en el mercado una mejor tecnología disponible, pero el reemplazo es necesario porque el equipo en uso está casi inservible.

Todo reemplazo requiere de una inversión adicional, la cual se espera que sea compensada con la disminución o eliminación de los problemas que presenta el activo en uso, básicamente se desea disminuir los costos, así como elevar la producción y la calidad.

Siempre se encontrará que la vida residual del activo en uso es más corta que la vida residual del activo nuevo, lo cual es lógico. El problema de vidas desiguales se resuelve con el concepto de vida útil, que significa el número de años que el propietario piensa mantener en uso al activo, o el número de años del periodo de análisis que desea fijar el tomador de la decisión, es decir, el tomador de la decisión puede “cortar” artificialmente el tiempo para efectos de la planeación económica que está efectuando y, dependiendo del enfoque con que resuelva el análisis del reemplazo, deberá estimar el valor del salvamento del activo usado, ya sea en el tiempo cero, es decir, su valor de mercado en el momento del reemplazo, o estimar el valor de salvamento al final del periodo de análisis, el cual puede ser cero. Para el activo nuevo, deberá estimar el valor de salvamento al final del periodo de análisis.

Cualquiera que sea el enfoque del análisis del reemplazo, la suposición implícita es que el activo usado puede seguir operando, al menos, hasta el final del periodo de análisis. Los datos históricos de costos y el precio de adquisición del activo usado tampoco son importantes para tomar la decisión de reemplazo, lo único que cuenta para la decisión son los datos de costos que presente a partir del tiempo cero, o del momento en que se decide si debe ser reemplazado; a esto se llama *costos hundidos*.

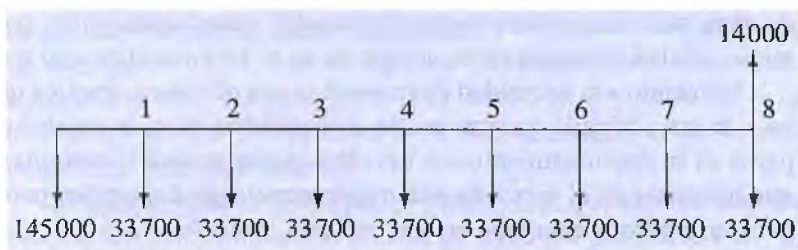
EJEMPLO 4.4 Se tiene una máquina blister que fue comprada hace cuatro años. Los costos anuales de operación de la máquina son de \$60 800. El valor de la máquina usada en el mercado es de \$1 000, y su valor de salvamento al final de ocho años también se estima en \$1 000. Como genera un alto porcentaje de desperdicio de envase se ha pensado en reemplazarla por una máquina nueva, la cual tiene un costo de \$145 000, se ha calculado que reducirá los costos de operación a tan sólo \$33 700 anuales y tiene un valor de salvamento de \$14 000 al final de ocho años.

La TMAP de la empresa es 10%. Para un periodo de análisis de 8 años, determínese la conveniencia económica del reemplazo.

SOLUCIÓN Los problemas de reemplazo se pueden resolver de tres formas distintas. Todas llevan al mismo resultado numérico y, por lo tanto, a la misma decisión. El diagrama de flujo es el siguiente:

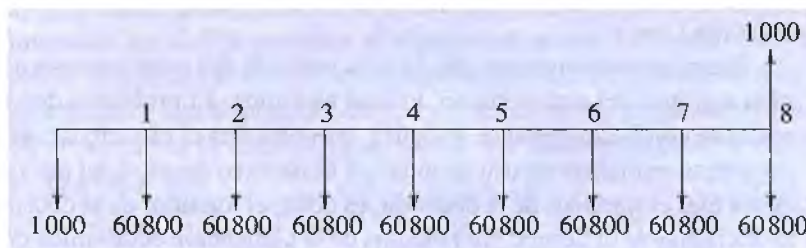
Máquina nueva:

GRÁFICA 4.6



Máquina usada:

GRÁFICA 4.7



MÉTODO 1 Se analiza por medio del CAUE, suponiendo que actualmente no se posee ningún activo, ni el usado ni el nuevo. Esto lleva a una selección de entre dos alternativas. ¿Qué es preferible desde el punto de vista económico? Comprar un equipo usado con un valor de adquisición de \$1 000, costos anuales de \$60 800 y valor de salvamento de \$1 000 al final de ocho años; o comprar un equipo nuevo con las mismas funciones, pero con un costo inicial de \$145 000, costos anuales de \$33 700 y valor de salvamento de \$14 000 al final de ocho años.

$$CAUE_N = \$145\,000(A/P, 10\%, 8) - 14\,000(A/F, 10\%, 8) + 33\,700 = \$59\,655.17$$

$$CAUE_U = \$1\,000(A/P, 10\%, 8) - 1\,000(A/F, 10\%, 8) + 60\,800 = \$60\,900$$

Se acepta reemplazar la máquina usada, pues la nueva tiene un CAUE menor, lo cual significa que va a existir un ahorro anual equivalente a la diferencia de los CAUE. En la solución del CAUE del activo usado es importante distinguir que la primera cantidad de \$1 000, al estar multiplicada por $(A/P, 10\%, 8)$, automáticamente indica que se refiere al valor que tiene el activo usado en el mercado en este momento, pues el factor muestra que se desea anualizar una cantidad que está en el presente. En tanto, la segunda cantidad de \$1 000, al estar multiplicada por el factor $(A/F, 10\%, 8)$ indica que es el valor de salvamento del activo usado. Asimismo, al multiplicar por ese factor se quiere anualizar una cantidad que está en el futuro más lejano del horizonte de análisis (ocho años en el problema).

De esta manera, *anualizar* significa expresar como una anualidad, cantidad uniforme o serie uniforme, una cantidad que puede estar en el presente o en el futuro, y esto es lo más común en los problemas de CAUE, pues lo que se busca es precisamente expresar todos los datos del problema como una anualidad o serie uniforme de dinero.

También es necesario notar que la solución planteada en el método 1 indica que la cantidad de \$33 700, así como \$60 800, se suman directamente en la solución, porque ya están expresadas como cantidades uniformes en el enunciado del problema, y como la solución exige expresar todas las cantidades como series uniformes, pues basta sumarlas directamente.

Una solución alternativa al mismo método 1 es la siguiente:

$$\begin{aligned} \text{CAUE}_N &= [145\,000 + 33\,700(P/A, 10\%, 8) - 14\,000(P/F, 10\%, 8)] (A/P, 10\%, 8) \\ &= \$59\,655.17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CAUE}_U &= [1\,000 + 60\,800(P/A, 10\%, 8) - 1\,000(P/F, 10\%, 8)] (A/P, 10\%, 8) \\ &= \$60\,900 \end{aligned}$$

Si se multiplica cada término dentro de los corchetes por $(A/P, 10\%, 8)$, se verá que al multiplicar:

$$33\,700(P/A, 10\%, 8)(A/P, 10\%, 8) = 33\,700$$

lo cual explica por qué es posible sumar directamente en la primera solución \$33 700, así como \$60 800.

MÉTODO 2 Es el mismo método de CAUE, pero se supone que se posee el activo usado, lo cual es la realidad si se piensa reemplazar una máquina usada. Esto modifica dos cálculos en el CAUE. Primero, disminuye la inversión inicial en el activo nuevo al vender el usado al momento del reemplazo. Segundo, como ya se posee el activo ya no se invierte en su compra. El análisis es entonces: si no se efectúa el reemplazo, cuál es el CAUE por mantener el activo usado siete años más:

$$\text{CAUE}_U = \$60\,800 - 1\,000(A/F, 10\%, 8) = \$60\,712.55$$

Al calcular el CAUE del activo nuevo habrá que disminuir la inversión inicial mediante la venta del activo usado al momento del reemplazo:

$$CAUE_N = (145\,000 - 10\,000)(A/P, 10\%, 8) - 14\,000(A/F, 10\%, 8) + 33\,700 = \$59\,467.72$$

De nuevo, el CAUE de la máquina nueva es menor, por lo que debe realizarse el reemplazo. Ahora obsérvese la diferencia de costos de CAUE obtenida por ambos métodos:

$$\text{MÉTODO 1} \quad CAUE_N = CAUE_\mu = -59\,655.17 - 60\,900 = -\$1244.83$$

$$\text{MÉTODO 2} \quad CAUE_N = CAUE_\mu = 59\,467.72 - 60\,712.55 = -\$1244.83$$

Como la diferencia de costos es exactamente la misma, esto demuestra que ambos métodos son equivalentes, no sólo en la decisión tomada sino en los datos numéricos que se refieren a la diferencia de costos. Lo único que se debe cuidar en ambos métodos es realizar adecuadamente las consideraciones del valor de salvamento del activo usado.

Para realizar una comparación adecuada, siempre se deben restar las cifras de la alternativa de mayor inversión, menos las cifras de la alternativa de menor inversión, por eso siempre se debe restar el CAUE de la alternativa nueva menos el CAUE de la alternativa en uso. El valor negativo obtenido de la diferencia de los CAUE significa el ahorro que se obtendrá al realizar el reemplazo del equipo.

De la misma forma, si la diferencia de CAUE, que siempre es el CAUE de la alternativa de mayor inversión menos el CAUE de la alternativa de menor inversión, arrojará un resultado positivo. Además, indicaría que el CAUE de la nueva alternativa es mayor que el CAUE de la alternativa del activo usado y, numéricamente, representa el costo anual adicional que se tendría si se reemplaza el equipo usado por el nuevo.

MÉTODO 3 Se utiliza el análisis incremental. La consideración es que actualmente se posee un activo con un valor de \$1 000, y se desea incrementar la inversión hasta \$145 000. A cambio de eso, se reducirán los costos de operación de \$60 800 a \$33 700. El cálculo es el siguiente:

$$\Delta VPN_{N:U} = (145\,000 - 1\,000) - (60\,800 - 33\,700)(P/A, 10\%, 8) + (14\,000 - 1\,000)(P/F, 10\%, 8)$$

$$\Delta VPN_{N:U} = 6\,641.09$$

Una solución alternativa es calcular el VPN de ambas alternativas y restar las cantidades; en todos los casos, a la alternativa de mayor inversión se le resta la alternativa de menor inversión. No hay que olvidar que en el cálculo del VPN ya no se cambian los signos:

$$VPN_U = -1\,000 - 60\,800(P/A, 10\%, 8) + 14\,000(P/F, 10\%, 8) = -324\,897.0055$$

$$VPN_N = -145\,000 - 33\,700(P/A, 10\%, 8) + 14\,000(P/F, 10\%, 8) = -318\,255.9095$$

$$VPN_N - VPN_U = -318\,255.9095 - (-324\,897.0055) = 6\,641.096$$

Obsérvese el manejo de cifras y signos. Los \$1 000 de la inversión inicial se restan, ya que se supone que se tiene una inversión actual de \$1 000 en el activo usado y se pretende elevar la inversión. Los \$1 000 del valor de salvamento representan la condición que se tendría al final de ocho años si se mantuviera trabajando al activo usado.

El Δ VPN es positivo, lo cual indica que los ahorros que producirá la compra de la máquina nueva superan la inversión necesaria. Esto también se observa en el hecho de que el CAUE de la máquina nueva es menor que el CAUE de la máquina usada. Si se anualiza el VPN obtenido:

$$A = 6\,641.09 (A/P, 10\%, 8) = \$1\,244.83$$

es decir, es exactamente la misma diferencia anual de costos que se ahorraría por el reemplazo. Obsérvese que el ahorro de costos significa ingresos y en el VPN incremental ya se están anualizando esos ahorros en forma de ganancias.

El resultado nos lleva a la conclusión de que los tres métodos son equivalentes para tomar decisiones y en resultados numéricos.

Aun si se obtiene la TIR incremental el resultado es Δ TIR = 11.2% que es superior a la TMAR = 10%. Por lo tanto, también por este método se llegaría a tomar la misma decisión.

El hecho de calcular una TIR incremental a partir de un problema de CAUE, indica que si el resultado del análisis es reemplazar el equipo usado, entonces existe una rentabilidad económica de acuerdo con lo que se plantea en los conceptos de VPN y TIR.

En el caso específico del problema, si las diferencias de CAUE por cualquiera de los tres métodos presentados es de \$1 244.83, esto significa que al incrementar la inversión de \$1 000, que es el valor del activo usado al momento de tomar la decisión (t_0), hasta \$145 000, y con ello obtener ahorros anuales de 60 800 – 33 700, esto equivale a obtener una TIR de 11.2% anual durante los ocho años del horizonte de análisis. Por lo tanto, deberá aceptarse el reemplazo del equipo usado.

Comparación de alternativas con vida útil distinta

Uno de los problemas aún no resueltos en forma satisfactoria por la ingeniería económica es la comparación entre dos o más alternativas con vida útil distinta.

Considérese el siguiente ejemplo:

EJEMPLO 4.5 La tabla 4.3 contiene los siguientes datos para decidir cuál máquina elegir si la tasa de interés es de 10%.

TABLA 4.3

	A	B
Inversión inicial	700	800
Costo anual de mantenimiento	72	60
Vida útil	5	7
Valor de salvamento	40	35

SOLUCIÓN Para este problema se han propuesto dos tipos de solución, pero ninguno es satisfactorio:

- a) Determine el CAUE con base en la vida útil de cada una de las alternativas. En este caso, el cálculo es:

$$\text{CAUE}_A = 72 + 700(A/P, 10\%, 5) - 40(A/F, 10\%, 5) = \$250.1$$

$$\text{CAUE}_B = 60 + 800(A/P, 10\%, 7) - 35(A/F, 10\%, 7) = \$220.6$$

Esta solución tiene la desventaja de que si se hacen planes, por ejemplo, para cinco años, el VS del equipo *B* está calculado para el año 7 y tendría que calcularse para el año 5 si se desea hacer una comparación razonable. Si, por el contrario, se está planeando para siete años y se llegara a seleccionar el equipo con menor vida, deberá preverse con qué equipo se cubrirá la diferencia faltante de dos años (dos en este caso).

- b) Calcule el CAUE para la menor vida útil de ambos equipos. En el ejemplo que sigue, se calculará para cinco años en ambas alternativas.

$$\text{CAUE}_A = 72 + 700(A/P, 10\%, 5) - 40(A/F, 10\%, 5) = \$250.1$$

$$\text{CAUE}_B = 60 + 800(A/P, 10\%, 5) - 35(A/F, 10\%, 5) = \$265.3$$

Si se planea para un periodo de cinco años se sabe que ambos equipos durarán al menos este tiempo, pero se tiene la desventaja de que el VS del equipo *B* está dado para el año 7. Además, si se está planeando para un periodo de cinco años surge la misma desventaja mencionada en el párrafo anterior.

No corresponde a este texto mostrar cómo calcular valores de salvamento en diferentes periodos. En todo caso, el método es el mismo, cualquiera que sea el año de esta determinación. Lo que se está proponiendo por razones prácticas es eliminar un problema teórico sin solución satisfactoria, simplemente igualando la vida útil de las alternativas por medio de recalculando su valor de salvamento en el mismo periodo y fijar un horizonte de planeación similar a la vida útil de las alternativas bajo análisis.

La recuperación de capital (RC)

Cuando se adquiere un bien, por ejemplo un auto, y se vende después de un año, se recuperará cierto porcentaje de su valor original. Este porcentaje disminuye conforme aumenta el número de años después de los cuales se hace la venta. La cantidad recibida se llama *recuperación de capital* y disminuye con el paso de los años, es decir, se recuperará cada vez menos capital conforme el bien sea más viejo. La forma de expresar la recuperación de capital (RC) es por medio del CAUE, se anualiza la inversión inicial menos el valor de salvamento (véase el siguiente ejemplo):

EJEMPLO 4.6 En la tabla 4.4 se muestran los datos sobre la compra y venta de un automóvil: valor de adquisición = 35 000 y valores de salvamento al final del año n .

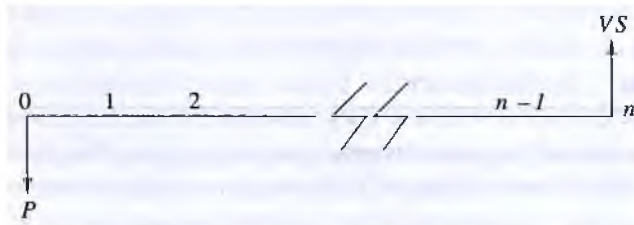
TABLA 4.4

Año	VS
1	30000
2	25000
3	20000
4	15000
5	10000
6	5000

Con una $i = 7\%$ calcúlese la RC para los años 1 y 6.

SOLUCIÓN Un diagrama general de este problema se ejemplifica con la gráfica 4.8.

GRÁFICA 4.8



Como la inversión inicial P siempre será mayor que el VS, aunque la P sea un desembolso se toma con signo positivo. El cálculo de la RC consiste en anualizar P y VS, por lo tanto, el RC_n para $n = 1, \dots, 6$ es:

$$RC_1 = 35\,000(A/P, 7\%, 1) - 30\,000(A/F, 7\%, 1) = \$7\,450$$

Una forma alternativa de cálculo es:

$$RC = (P - VS) (A/P, i, n) + VS i \quad 4.1$$

por lo tanto:

$$RC_1 = (35\,000 - 30\,000) (A/P, 7\%, 1) + 30\,000(0.07) = \$7\,450$$

Otra forma alternativa de cálculo es:

$$RC = (P - VS) (A/F, i, n) + P i \quad 4.2$$

por lo tanto:

$$RC_1 = (35\,000 - 30\,000) (A/F, 7\%, 1) + 35\,000(0.07) = \$7\,450$$

empleando las fórmulas 4.1 y 4.2 se tiene para $n = 2, \dots, 6$:

$$RC_2 = (35\,000 - 25\,000) (A/P, 7\%, 2) + 25\,000(0.07) = \$7\,281$$

$$RC_2 = (35\,000 - 25\,000) (A/F, 7\%, 2) + 35\,000(0.07) = \$7\,281$$

$$RC_3 = (35\,000 - 20\,000) (A/P, 7\%, 3) + 20\,000(0.07) = \$7\,116.5$$

$$RC_3 = (35\,000 - 20\,000) (A/F, 7\%, 3) + 35\,000(0.07) = \$7\,116.5$$

$$RC_4 = (35\,000 - 15\,000) (A/P, 7\%, 4) + 15\,000(0.07) = \$6\,954$$

$$RC_4 = (35\,000 - 15\,000) (A/F, 7\%, 4) + 35\,000(0.07) = \$6\,954$$

$$RC_5 = (35\,000 - 10\,000) (A/P, 7\%, 5) + 10\,000(0.07) = \$6\,797.5$$

$$RC_5 = (35\,000 - 10\,000) (A/F, 7\%, 5) + 35\,000(0.07) = \$6\,797.5$$

$$RC_6 = (35\,000 - 5\,000) (A/P, 7\%, 6) + 5\,000(0.07) = \$6\,644$$

$$RC_6 = (35\,000 - 5\,000) (A/F, 7\%, 6) + 35\,000(0.07) = \$6\,644$$

El resultado sólo confirma que se recupera menos capital conforme se vende un bien más viejo o, desde otro punto de vista, que adquirir un bien y venderlo muy rápido representa mayor costo que conservarlo por un cierto número de años sin tomar en cuenta los costos de mantenimiento.

Equivalente capitalizado

Hay situaciones donde se puede suponer que si se deposita cierta cantidad inicial de dinero es posible retirar o disponer cada cierto periodo sólo de los intereses provenientes del depósito durante un tiempo indeterminado. Expresado en términos más concretos: se deposita una cantidad en un banco que paga anualmente un interés, i , de forma que la cantidad generada anualmente sea $A = Pi$. Si se retira anualmente sólo A , la inversión inicial P queda intacta a perpetuidad y, por lo tanto, también se puede disponer de A eternamente. A la A se le llama *equivalente capitalizado*.

EJEMPLO 4.7 Un hombre rico ha dejado como herencia \$100 millones para el mantenimiento perpetuo de una escuela de educación primaria que lleva su nombre. Si la herencia se deposita en un banco que paga 10% de interés anual y el testamento declara que sólo se podrá disponer anualmente de los intereses generados, ¿con cuánto podrá contar la escuela cada año para su mantenimiento?

SOLUCIÓN Datos del problema:

$$P = 10\,000\,000; i = 10\% \text{ anual}; A = ?$$

$$A = Pi$$

$$A = 10\,000\,000 \times 0.1 = \$1\,000\,000 \text{ disposición anual para la escuela.}$$

La alternativa hacer nada

Una situación adicional que se puede presentar en el análisis incremental es la inclusión en el análisis de la alternativa *hacer nada*, lo cual significa que se tiene el dinero para emprender hasta la alternativa de mayor inversión, pero en el caso de que ninguna de las alternativas y/o sus incrementos de inversión sean económicamente atractivos, entonces no se elige ninguna de las opciones. De hecho, ésta es la primera alternativa que debe evaluarse, lo cual significa que: se cuenta con cierta cantidad de dinero y es posible invertirlo a una tasa de rendimiento igual a la TMAR; a partir de aquí, empieza el análisis del primer incremento de inversión.

Sin embargo, esto es una redundancia, puesto que si se invierte el capital a la TMAR de referencia, el $VPN = 0$. Es redundante porque se rechazarán las alternativas con $VPN < 0$, lo que significa que si todas las alternativas tuvieran un $VPN < 0$ se elegiría la alternativa *hacer nada*, que también implica *ganar nada*.

RESUMEN

En este capítulo se presentaron las técnicas de análisis que, teniendo la misma base, poseen una aplicación totalmente distinta; es decir, la base general de cualquier método de evaluación es el uso de la fórmula básica de interés capitalizado, sin embargo, aquí se muestran métodos para análisis exclusivamente de costos, como el método de CAUE y aquellos para analizar alternativas con diferente monto de inversión, como el análisis incremental. De aquí se puede derivar una tercera técnica llamada TIR incremental, en la que sin haber ingresos como datos en el problema, es posible calcular una tasa de rendimiento.

Por otro lado, se presentó el problema de vidas útiles distintas para alternativas mutuamente exclusivas, con una solución distinta a lo tradicional propuesta por el autor, quien sostiene que este tipo de problemas es ficticio, ya que en la práctica se deben o se pueden ajustar las vidas útiles de distintas inversiones, con un simple ajuste en el valor de salvamento. Por lo tanto, los problemas que se presentan con la vida útil distinta derivan en ajustar el valor de salvamento para encontrar una solución razonable y aceptable.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Hay tres propuestas mutuamente exclusivas para un nuevo proceso de teñido en una fábrica textil. Los datos económicos se presentan en la tabla 4.5.

TABLA 4.5

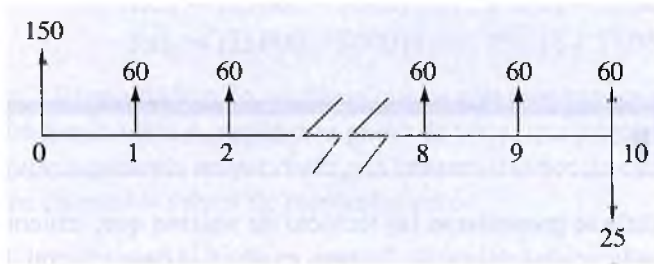
	A	B	C
Inversión inicial	150	172	162
Costo de producción (años 1–10)	60	48	51
Valor de salvamento	25	33	48

Para un horizonte de planeación de 10 años y con una TMAR de 8% anual, determínese la alternativa más conveniente por medio del CAUE.

SOLUCIÓN 1.A El diagrama de flujo presenta tres alternativas (véanse las gráficas 4.9, 4.10 y 4.11).

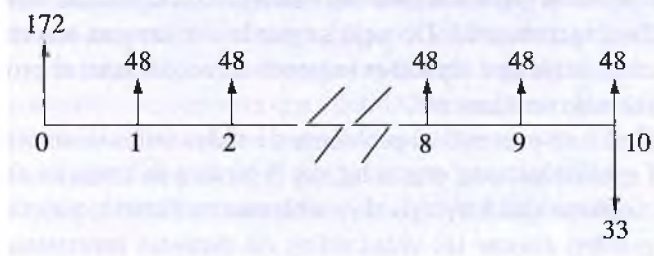
Alternativa A (diagrama)

GRÁFICA 4.9



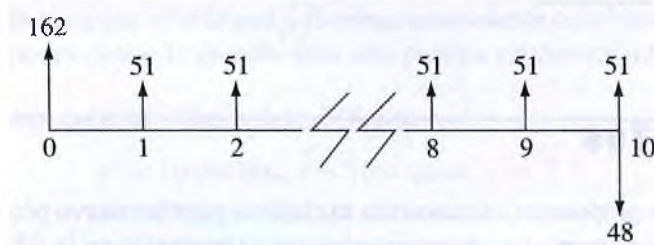
Alternativa B (diagrama)

GRÁFICA 4.10



Alternativa C (diagrama)

GRÁFICA 4.11



Es preciso pasar todo al presente y después anualizar:

$$CAUE_A = [150 + 60(P/A, 8\%, 10) - 25(P/F, 8\%, 10)] (A/P, 8\%, 10) = \$80.6$$

$$CAUE_B = [172 + 48(P/A, 8\%, 10) - 33(P/F, 8\%, 10)] (A/P, 8\%, 10) = \$71.3$$

$$CAUE_C = [162 + 51(P/A, 8\%, 10) - 48(P/F, 8\%, 10)] (A/P, 8\%, 10) = \$71.8$$

SOLUCIÓN 1.B Anualizar directamente:

$$CAUE_A = 150(A/P, 8\%, 10) + 60 - 25(A/F, 8\%, 10) = \$80.6$$

$$CAUE_B = 172(A/P, 8\%, 10) + 48 - 33(A/F, 8\%, 10) = \$71.3$$

$$CAUE_C = 162(A/P, 8\%, 10) + 51 - 48(A/F, 8\%, 10) = \$71.8$$

Seleccionar *B* por tener el costo anual más bajo. Recuérdese que en este tipo de análisis los costos son positivos y los ingresos negativos, como el valor de salvamento.

2. Se tienen dos alternativas mutuamente exclusivas para adquirir una planta de energía eléctrica. En la tabla 4.6 se presentan los datos económicos.

TABLA 4.6

	Diesel	Gasolina
Inversión inicial	\$80 500	\$77 000
Mantenimiento anual	5 300	5 300
Vida útil	10	9
Valor de salvamento	10 500	5 000

- a) Para un periodo de siete años y con una TMAR de 12% anual, determínese la mejor alternativa por medio del CAUE.
- b) Realice la misma determinación para nueve años.

SOLUCIÓN A Los problemas que se plantean en esta forma tienen varias carencias en el planteamiento. Si las vidas son como el problema de 10 y nueve años, respectivamente, no se fija un periodo determinado de análisis, dando oportunidad al estudiante a que resuelva este aspecto como mejor le plazca, es decir, fijando él mismo un horizonte de tiempo de nueve, 10 o de un múltiplo de este número de años, aunque esto origine una elección distinta de alternativas según el periodo fijado. En otros problemas, una alternativa tiene una vida tal que es un múltiplo de la segunda, por ejemplo, 10 y cinco años, con lo cual se simplifica el análisis, pues si el horizonte de planeación son 10 años se repiten los datos de la alternativa de cinco años por dos veces y asunto concluido. En general, tanto el planteamiento como el horizonte de planeación se restringen a esta solución simplista y no convincente.

En realidad, cuando se evalúan alternativas de este tipo, se fija un horizonte de tiempo determinado, independientemente de la vida útil de las alternativas bajo análisis. La vida de éstas se iguala al horizonte de tiempo del problema, simplemente ajustando el valor de salvamento de las mismas, es decir, en cualquier tipo de problema está implícito que el valor de salvamento se calculó al término de la vida útil, de manera que si se desea conocer este valor para un periodo menor al de la vida útil, debe haber más datos en el problema (y de hecho existen en la realidad) para hacer el ajuste correctamente. En este texto se plantearán los problemas en esta forma, por lo que en el problema 2 faltarían datos que se pueden declarar como sigue:

El valor de salvamento de cualquier alternativa y para cualquier periodo se calcula como:

$$P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) t = \text{valor de salvamento en el periodo } n$$

Por lo tanto, para la máquina diesel, su valor de salvamento en el año 7 es:

$$VS_{(diesel-7)} = 80\,500 - \left(\frac{80\,500 - 10\,500}{10} \right) 7 = 31\,500$$

y para la máquina de gasolina:

$$VS_{(gas-7)} = 77\,000 - \left(\frac{77\,000 - 5\,000}{9} \right) 7 = 21\,000$$

En esta forma se puede igualar la vida útil de las alternativas con el horizonte de análisis del problema, de una manera muy cercana a como se resuelven los problemas reales. Esta forma de cálculo para el VS generalmente no se aplica. En otras ocasiones esta determinación puede estar calculada en el número de piezas producidas por el equipo, kilómetros recorridos en el caso de vehículos, horas trabajadas, etcétera.

Con estos datos, la solución del problema es:

$$CAUE_{diesel} = 80\,500(A/P, 12\%, 7) + 5\,300 - 31\,500(A/F, 12\%, 7) = \$19\,816$$

$$CAUE_{gas} = 77\,000(A/P, 12\%, 9) + 5\,800 - 21\,000(A/F, 12\%, 7) = \$20\,590$$

Para un periodo de siete años selecciónese la alternativa diesel.

SOLUCIÓN B Para nueve años, el VS del diesel es:

$$VS_{(diesel-9)} = 80\,500 - \left(\frac{80\,500 - 10\,500}{10} \right) 9 = 17\,500$$

Para la máquina de gasolina, el $VS = 5\,000$ (dato del problema):

$$CAUE_{diesel} = 80\,500(A/P, 12\%, 9) + 5\,300 - 17\,500(A/F, 12\%, 9) = \$19\,225$$

$$CAUE_{gas} = 77\,000(A/P, 12\%, 9) + 5\,800 - 5\,000(A/F, 12\%, 9) = \$19\,914$$

Para un periodo de nueve años, selecciónese la alternativa diesel. De hecho, según el esquema planteado, para cualquier año siempre será preferible la alternativa de diesel sobre la de gasolina, lo cual muestra la consistencia del enfoque.

3. En una fábrica de troquelados se tiene una máquina obsoleta cuyos costos de operación ascienden a \$61 500 al año. Sus costos de mantenimiento son \$8 100, pero se espera que aumenten a \$300 en cada uno de los años sucesivos. En la actualidad, es posible vender la máquina usada como desecho en sólo \$300 y dentro de seis años ya no tendría ningún valor. Hay una máquina nueva que se puede adquirir por \$118 294, con lo cual bajarían los costos de producción a \$40 000/año por disminución del material defectuoso, y su costo anual de mantenimiento sería de \$5 000. Este equipo nuevo tiene un valor de salvamento estimado en \$28 000 al final de su vida útil de seis años. Para este periodo y con una $TMAR = 7\%$, determínese la conveniencia económica del reemplazo calculando la TIR incremental.

SOLUCIÓN En este tipo de problemas no hay ingresos sino costos. Sin embargo, dado que la nueva máquina produce determinados ahorros que deben ser tomados como beneficios, la TIR se calcula como el incremento en beneficios que produce el incremento de la inversión. La inversión actual es, de hecho, el valor de mercado que tiene la máquina usada (\$300) y sobre esto hay un incremento de inversión que es el costo de la máquina nueva. El problema tiene la particularidad de que los flujos de los costos anuales no son constantes, lo cual hace que año con año se deban calcular los incrementos en beneficios. En las tablas 4.7 y 4.8 se establecen los datos:

Máquina usada

TABLA 4.7

Año	Inversión	Costo anual	Mantenimiento	Total
0	300			300
1		61 500	8 100	69 600
2		61 500	8 400	69 900
3		61 500	8 700	70 200
4		61 500	9 000	70 500
5		61 500	9 300	70 800
6		61 500	9 600	71 100
VS	0			

Máquina nueva

TABLA 4.8

Año	Inversión	Costo anual	Mantenimiento	Total
0	118294			
1		40000	5000	45000
2		40000	5000	45000
3		40000	5000	45000
4		40000	5000	45000
5		40000	5000	45000
6		40000	5000	45000
VS	28000			

Los flujos incrementales se obtienen restando la alternativa de mayor inversión de la de menor inversión, por lo que el cálculo de la TIR incremental queda de la siguiente manera:

$$118294 - 300 = 29600(P/A, i, 6) + 300(P/G, i, 6) + (28000 - 0)(P/F, i, 6)$$

Esta forma de calcular la TIR incremental viene de la definición de TIR como *TIR es la i que hace que la suma de los flujos descontados sea igual a la inversión inicial.*

Por tanteos se encuentra que $TIR_{incremental} = 12\%$; por lo tanto, se acepta el reemplazo.

- Un hombre de negocios tiene varias opciones para invertir en un local ubicado en un gran centro comercial. Tanto el tipo de negocio que puede instalar como sus ganancias probables se muestran en la tabla 4.9.

TABLA 4.9

Negocio	Inversión	Beneficio anual (años 1-10)
Tienda de ropa	160000	57000
Agencia de viajes	130000	22000
Electrodomésticos	350000	192000
Librería	225000	89000
Mueblería	510000	273000
Regalos	145000	35500

La inversión incluye el terreno y tiene un valor de salvamento de 25% del costo inicial en cada tipo de negocio al final de 10 años. La TMAR es de 25% anual: a) Si se cuenta con \$510 000 y sólo se puede instalar un negocio, determínese por análisis incremental cuál es el más conveniente. b) Si cuenta con \$510 000 pero debe instalar un número de negocios tal que agote el máximo de dinero, ¿cuáles debe instalar?

SOLUCIÓN A El primer paso de solución es hacer una nueva tabla con ordenamiento de las inversiones de la menor a la mayor y calculando el VS de cada alternativa como se muestra en la tabla 4.10.

TABLA 4.10

Negocio	Inversión	Beneficio anual (años 1-10)	VS $1 - 0.25$
1. Agencia de viajes	130 000	22 000	32 500
2. Regalos	145 000	35 500	36 500
3. Tienda de ropa	160 000	57 500	40 500
4. Librería	225 000	89 000	56 500
5. Electrodomésticos	350 000	192 000	87 500
6. Mueblería	510 000	273 500	115 500

Se analiza la primera alternativa para observar si por sí misma es rentable.

$$\begin{aligned} \text{VPN}_1 &= -130\,000 + 22\,000(P/A, 25\%, 10) + 32\,500(P/F, 25\%, 10) \\ &= -\$47\,948 \end{aligned}$$

Como $\text{VPN} < 0$ se rechaza y se analiza la segunda alternativa por sí misma.

$$\begin{aligned} \text{VPN}_2 &= -145\,000 + 35\,500(P/A, 25\%, 10) + 36\,250(P/F, 25\%, 10) \\ &= -\$14\,336 \end{aligned}$$

Se analiza la tercera alternativa por sí misma.

$$\begin{aligned} \text{VPN}_3 &= -160\,000 + 57\,500(P/A, 25\%, 10) + 40\,000(P/F, 25\%, 10) \\ &= \$49\,629 \end{aligned}$$

Se acepta invertir en la tercera alternativa, puesto que su $\text{VPN} > 0$ y se toma como referencia para compararla con la siguiente de mayor inversión (cifras en miles):

$$\begin{aligned} \Delta\text{VPN}_{4,3} &= -(225 - 160) + (89 - 57.5)(P/A, 25\%, 10) + \\ &\quad (56.25 - 40)(P/F, 25\%, 10) = 49.23 \end{aligned}$$

Como se acepta invertir en la cuarta alternativa porque su VPN incremental respecto de la alternativa aceptada anteriormente fue mayor que cero, ahora se le toma como referencia para compararla con la de mayor inversión (cifras en miles):

$$\Delta\text{VPN}_{5;4} = - (350 - 225) + (192 - 89) (P/A, 25\%, 10) + (87.5 - 56.25) (P/F, 25\%, 10) = 246.16$$

Se vuelve a aceptar y se toma como referencia para la siguiente comparación:

$$\Delta\text{VPN}_{6;5} = - (510 - 350) + (273 - 192) (P/A, 25\%, 10) + (115 - 87.5) (P/F, 25\%, 10) = 132.20$$

Por análisis incremental, si se tienen \$510 000 se tomaría la alternativa seis. Recuerdese que en este análisis no se toma la que tenga el mayor VPN, ya que los valores no son el VPN de cada alternativa sino sus incrementos de inversión y de ganancia. Así, para seleccionar una alternativa basta que su VPN incremental sea positivo, sin importar su magnitud, además de que las alternativas son mutuamente exclusivas.

SOLUCIÓN B Si se tienen \$510 000 y se pueden elegir varias alternativas, entonces hay que obtener el VPN de cada una en forma individual y seleccionar la mezcla de ellas cuya suma de los VPN sea mayor, sin que sobrepasen el capital disponible, ya que esto garantiza la maximización de las utilidades del inversionista:

(Cifras en miles):

$$\text{VPN}_1 = 130 + 22(P/A, 25\%, 10) + 32.5(P/F, 25\%, 10) = -\$47.9$$

$$\text{VPN}_2 = -145 + 35.5(P/A, 25\%, 10) + 36.25(P/F, 25\%, 10) = -\$14.3$$

$$\text{VPN}_3 = -160 + 57.5(P/A, 25\%, 10) + 40(P/F, 25\%, 10) = \$49.6$$

$$\text{VPN}_4 = -225 + 89.0(P/A, 25\%, 10) + 56.25(P/F, 25\%, 10) = \$98.8$$

$$\text{VPN}_5 = -350 + 192.0(P/A, 25\%, 10) + 87.5(P/F, 25\%, 10) = \$668.8$$

$$\text{VPN}_6 = -510 + 273.0(P/A, 25\%, 10) + 115.0(P/F, 25\%, 10) = \$477.2$$

En caso de poder invertir en más de un negocio se tomaría la librería y la tienda de ropa, cuya inversión es $160 + 350 = \$510$, con un VPN acumulado de $668.8 + 49.6 = \$718.4$, que supera con mucho al $\text{VPN} = 477.2$ de invertir \$510 en la alternativa seis.

Es probable que el estudiante se pregunte por qué con el análisis incremental si se tienen \$510 se debe invertir en 6 y por qué cambia la decisión cuando no se utiliza el análisis incremental. La respuesta es que cuando los proyectos son

mutantes exclusivos, es decir, sólo se puede aceptar uno, siempre se debe intentar invertir la mayor cantidad de dinero con rentabilidad, lo cual hace elegir la alternativa 6. Si se eligiera la 5, implicaría sólo invertir \$350 y con el resto \$160, *hacer nada*; esto es, ganar un VPN de cero, en tanto que al invertir en 6 no se tiene dinero ocioso, sino que se gana la TMAR de 25% y algo más, pero en una inversión mucho mayor. Cuando las alternativas no son mutuamente exclusivas, es decir, cuando se pueden hacer tantas inversiones como alcance el dinero, el criterio a seguir es tomar las inversiones rentables cuya suma de VPN sea mayor. De ahí el cambio de decisión.

5. Una empresa en expansión necesita una computadora de alta capacidad para el procesamiento de la información. Una compañía le ofrece dos planes de adquisición. El plan de arrendamiento consiste en el pago por adelantado de \$100 000 durante cinco años, al cabo de los cuales se puede comprar la computadora por cierta cantidad; en este plan, el comprador no paga mantenimiento anual por el uso del equipo. En el plan de compra se hace un desembolso inicial de \$330 000 y además el comprador tendría que pagar el mantenimiento anual del equipo que asciende a \$25 000 cada fin de año. Con una TMAR de 10% anual y con el plan de arrendamiento, ¿cuál es la cantidad máxima que se debe pagar al final de cinco años por la computadora, para que ambos planes sean indiferentes?

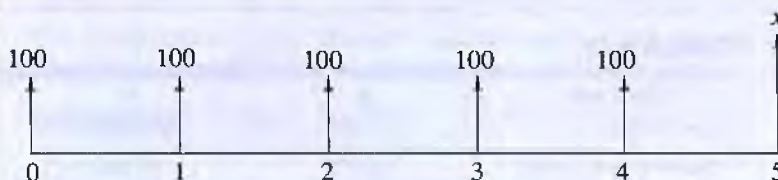
SOLUCIÓN Éste es un problema al que algunos autores le llaman punto de equilibrio por el hecho de que el costo anual de cada alternativa debe igualarse, sin embargo queda una incógnita en alguno de los miembros de la igualdad, que es justamente la pregunta que se hace en el problema.

Un aspecto interesante es la declaración del enunciado del problema en cuanto al pago de arrendamiento *por adelantado*. Para efectos de solución, el primer pago por adelantado se considera una inversión, el segundo pago como una cantidad de fin de periodo en el año uno etc. (véase una mayor explicación en el capítulo 5).

Para resolver el problema se plantean las ecuaciones de costos de ambos planes y se igualan, como se muestra en las gráficas 4.12 y 4.13.

Arrendamiento (cifras en miles):

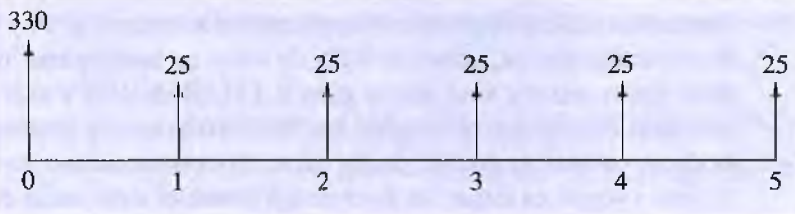
GRÁFICA 4.12



$$VP_A = 100 + 100(P/A, 10\%, 4) + x(P/F, 10\%, 5)$$

Compra:

GRÁFICA 4.13



$$VP_C = 330 + 25(P/A, 10\%, 5)$$

Para ser indiferentes ambos planes, $VP_A = VP_C$

Por lo tanto, el pago por la computadora al final del año 5 es \$12 522.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Se invirtieron \$15 000 en el sistema de refrigeración de una planta. Se han calculado los costos de mantenimiento en \$600 el primer año, y que aumentarán a razón de \$300 al año durante un periodo de ocho años. Si la TMAR de esta empresa es de 10% anual, determínese el CAUE del sistema de refrigeración.

RESPUESTA CAUE = \$4312.

2. Las canchas deportivas de un club social tienen un costo de mantenimiento anual de \$12 000. Como se considera que el costo es alto se ha pensado en cambiar algunos materiales en la construcción de las canchas con una inversión de \$25 500, con lo cual, el costo de mantenimiento, se asegura, disminuirá a \$6 762 anuales. Si la TMAR que se considera es de 10% y se planea para un periodo de siete años, determine la conveniencia de hacer la inversión adicional.

RESPUESTA Tiene el mismo costo anual la instalación actual que la propuesta.

3. Se tienen tres procesos alternativos para el troquelado de unas piezas. Las características de los procesos se muestran en la tabla 4.11.

TABLA 4.11

Proceso	A	B	C
Costo inicial	\$13 500	\$10 000	\$15 250
Mantenimiento anual	\$5 200	\$5 600	\$4 973

Si la TMAR es de 5% y el periodo de análisis es de 10 años, determínese el proceso más conveniente por medio del CAUE.

RESPUESTA Selecciónese *B* con un CAUE = \$6 895.

4. Una compañía de mantenimiento industrial tiene dos alternativas para realizar los trabajos de pintura: manual y automático. En la tabla 4.12 se presentan los datos de las alternativas.

TABLA 4.12

	Manual	Automático
Inversión	\$0	\$100 000
Capacitación (en año 0)	\$300	\$100
Prestaciones sociales/hombre	\$3 000/año	\$1 200/año
Seguro contra accidente/hombre	\$1 000/año	\$4 350/año
Mano de obra	\$4 200/año	\$4 200/año
Número de trabajadores	6	2

Si se está planeando para un periodo de cuatro años y la TMAR = 6%, ¿qué alternativa debe seleccionarse? Utilice el método de CAUE.

RESPUESTA Seleccione el proceso automático CAUE = \$48 389.

5. Un hombre compró un auto en \$21 000 a principios de 1983. Los costos de mantenimiento fueron de \$250 durante los tres primeros años (1983-1985). En los años siguientes el costo de mantenimiento aumentó a razón de \$50 cada año. Al final del año 1991 vendió el auto en \$5 000. Si la TMAR = 10% anual, ¿cuál fue el costo anual por tener el auto?

RESPUESTA CAUE = \$3 619.

6. Un hombre ahorró \$225 000 para su retiro en un banco que paga 10% de interés anual. Este hombre pensó que si sólo retiraba cada año los intereses podría vivir el resto de su vida. Sin embargo, al cabo de 12 años se vio obligado a retirar \$78 863 de su cuenta de ahorros. Si desea seguir disfrutando de la misma cantidad anual de los primeros 12 años, ¿durante cuántos años podrá hacerlo hasta extinguir su fondo de ahorros?

RESPUESTA 11 años.

7. En la tabla 4.13 se presentan los datos económicos de tres alternativas mutuamente exclusivas para un proceso de secado industrial:

TABLA 4.13

	A	B	C
Inversión	17 000	22 000	20 500
Mantenimiento anual	3 500	3 100	2 750
Valor de salvamento	2 000	5 500	3 000
Vida útil (años)	5	5	7

Si se está planeando para un periodo de cinco años y la tasa de interés que se aplica es de 8% anual, ¿qué alternativa debe seleccionarse?

RESPUESTA Seleccione C con CAUE = \$7374.

8. Una empresa productora de cristal debe colocar un sistema anticontaminante en su área de fundición. Tiene dos alternativas, cuyos datos se muestran en la tabla 4.14.

TABLA 4.14

Sistema A		Sistema B	
Costo del sistema	560	Costo del sistema	620
Cambio mensual de filtro	60	Cambio bimestral de filtro	75
Limpieza semestral de ductos	110	Limpieza trimestral de ductos	70
Ahorro de combustible/mes	20	Ahorro de combustible/mes	15
Valor de salvamento	100	Valor de salvamento	120

Si la TMAR de la empresa es de 15% y se planea para un periodo de seis años, determínese por CAUE cuál es la alternativa más atractiva desde el punto de vista económico.

RESPUESTA Selecciones B con un CAUE = \$700.

9. El poderoso grupo industrial Omega terminó los estudios de inversión para instalar una nueva empresa que fabricará partes automotrices. Aún no se decide el tamaño de la empresa. Los datos se muestran en la tabla 4.15.

TABLA 4.15

Capacidad anual instalada	Inversión (millones)	Beneficio anual (millones) (años 1-10)
100 00 piezas	3 600	620
140 00 piezas	4 050	720
180 00 piezas	5 000	885
220 00 piezas	5 500	977

La TMAR de Omega es de 12% y se planea la inversión para 10 años. Por análisis incremental determínese si es conveniente invertir hasta \$5 500 millones.

RESPUESTA Inviértase \$5 500 millones.

10. Una compañía constructora proyecta un edificio comercial para rentar locales. No ha determinado cuántos niveles tendrá el edificio, ya que a cada nivel adicional construido no corresponde un ingreso proporcional, pues cambian los impuestos y la cimentación es distinta. En la tabla 4.16 se presentan los datos.

TABLA 4.16

Niveles construidos	Inversión (millones)	Beneficio anual (millones) (años 1-7)
1	1 100	200
2	1 800	330
3	2 500	470
4	3 600	670
5	4 800	895
6	5 300	985

Cualquiera que sea el número de niveles, el edificio tendría un valor de salvamento de 20% desde la inversión hasta el final de los siete años. Si la TMAR de la constructora es de 10% anual, determínese por análisis incremental cuál es el número óptimo de niveles que deben ser construidos.

RESPUESTA Constrúyanse cinco niveles.

11. El procesamiento de datos en una empresa textil se hace actualmente por procedimientos manuales. Para ello, cuentan con 12 empleados con un promedio salarial anual de \$10 500. En temporada de ventas altas es necesario trabajar tiempo extra. Se ha calculado que se paga en promedio 12% del sueldo anual en tiempo extra a todos los empleados del departamento. Se contempla la posibilidad de adquirir una computadora para procesar toda la información. Los datos del equipo son: valor de adquisición \$77 000; se requerirán cinco empleados con un sueldo promedio anual de \$17 500 cada uno, ya no se pagará tiempo extra y tendría un valor de salvamento nulo al final de su vida útil. Para un periodo de análisis de cinco años, determínese la tasa de rendimiento incremental de la sustitución si el mantenimiento anual del equipo asciende a \$15 800.

RESPUESTA TIR = 40%.

12. La administración de una futura escuela privada está indecisa sobre cuál es el número óptimo de salones que debe construir. Cada nivel de la edificación sólo puede contener cuatro salones con capacidad de 35 alumnos cada uno. La aportación anual de la colegiatura por alumno es de \$512 y se supone que, independientemente del número de salones, éstos siempre se llenarán en su totalidad. Los costos de construcción se muestran en la tabla 4.17.

TABLA 4.17

Número de salones	Costo (en miles)
1	90 000
2	170 000
3	249 000
4	310 000
5	400 000
6	483 000
7	559 000
8	605 000
9	697 000
10	771 000
11	855 000
12	925 000

Si la TMAR de la escuela es de 8% y el periodo de planeación es de seis años, determínese por análisis incremental cuál es el número óptimo de salones que deben construirse.

RESPUESTA Constrúyanse 4, 8 o 12 salones.

13. La compañía B-B (*Bit-Byte*) desea instalar una red de cómputo en su edificio administrativo. Se tienen cinco alternativas topológicas para su instalación, cuyos datos se establecen en la tabla 4.18.

TABLA 4.18

Características	Árbol	Bus	Estrella	Anillo	Malla
Server-Modem	9 500	10 000	9 000	8 700	9 400
Cableado	6 050	3 500	5 700	3 600	7 250
Núm. de terminales	18	14	15	13	17
Costo por terminal	2 200	2 200	2 200	2 200	2 200

(Continúa)

TABLA 4.18 Continuación

Características	Árbol	Bus	Estrella	Anillo	Malla
Costo anual de energía	5 600	5 100	5 200	5 800	6 000
Mantenimiento anual	2 200	2 100	1 900	1 700	2 400
VS	3 100	1 000	1 800	2 050	2 800

Si la TMAR de B-B es de 8% anual, determínese por CAUE qué topología debe seleccionarse para la red, si ésta se planea para un periodo de 10 años.

RESPUESTA Selecciónese topología de anillo, CAUE = \$13 453.

14. Una empresa transnacional cuenta con una cartera de inversiones diversificadas para instalar industrias en diferentes países. Los datos de los estudios realizados se muestran en la tabla 4.19.

TABLA 4.19

País	Inversión (millones de dólares)	Beneficio anual (millones de dólares)
Costa Rica	60	9.0
República Dominicana	48	7.0
Brasil	71	10.9
Argentina	63.5	9.5
Venezuela	54.8	8.4
Puerto Rico	69	10.7

Las inversiones se están planeando para un periodo de nueve años. Se ha calculado que el VS de las inversiones sea de 35% de su valor original, cualquiera que sea el país donde esté la industria. Si la TMAR de la transnacional es de 10% anual, determínese por análisis incremental en qué país debe invertir.

RESPUESTA Selecciónese Puerto Rico.

15. Elpidio Rueda, propietario de un vehículo de transporte colectivo de capacidad reducida, piensa adquirir un microbús para elevar de manera considerable sus ingresos actuales. El vehículo que ahora posee tiene un valor en el mercado prácticamente nulo. A pesar de esto, le proporciona ingresos por \$20 440 al año. Si compra un microbús tiene que hacer una inversión de \$67 500, pero sus ingresos netos se elevarían a \$42 000 al año. Debido a la intensidad de uso, el microbús tiene una vida de sólo cinco años, al término de los cuales puede ser vendido en \$7 500. Determínese la tasa de rendimiento de la inversión.

RESPUESTA 20% anual.

16. El investigador Anófeles del Río pidió un enorme presupuesto en la institución donde labora para desarrollar un medicamento contra la adicción al tabaco. La inversión en equipo de investigación fue de \$98 500. El sueldo de los investigadores se contabilizó al final del primer año en \$122 000 durante ese año. Al inicio del segundo año se compró equipo adicional por \$87 800 y se contrató a más personal, con lo que el monto de los sueldos aumentó a \$163 000 por año, manteniéndose constante hasta el final del cuarto año, durante el cual, al no obtener ningún resultado, se concluyó la investigación. La institución que lo apoyó vendió los equipos en \$75 000, pero hasta el final del quinto año de iniciados los trabajos. Si la TMAR considerada es de 7% anual, ¿cuál fue el CAUE durante los cuatro años que duró el esfuerzo de Anófeles?

RESPUESTA CAUE = \$189 177.

17. Un hombre compró un auto por \$30 000 al inicio del año 1. Al final de cada uno de los dos primeros años gastó \$280 en el mantenimiento de su auto. Al final del tercer año chocó el auto y la reparación, junto con el mantenimiento de ese año, fue de \$690. Al final del cuarto año el mantenimiento costó \$350 y al final del quinto este costo ascendió a \$400. Si logró vender el auto al final del sexto año por \$8 000, determínese, con una TMAR = 13%, el CAUE que tuvo este hombre por conservar el auto durante los seis años.

RESPUESTA CAUE = \$6 888.

18. Para el departamento de secado de una empresa de muebles esmaltados es posible adquirir un equipo Alfa a un costo de \$187 000, que tiene un costo anual de mantenimiento de \$22 000 y un valor de salvamento de \$40 000 al final de su vida útil de seis años. El equipo alternativo Kappa tiene un costo de adquisición de \$180 000, y sus costos anuales de mantenimiento son de \$12 000 el primer año, con incrementos anuales de \$5 000. La vida útil que da el fabricante a este equipo es de nueve años, con un valor de salvamento de \$15 000 al final de ese periodo. La TMAR es de 8% anual. Si se desea tomar una decisión sólo para seis años, ¿cuál debe ser el valor de salvamento del equipo Kappa al final de seis años para que las alternativas resulten indiferentes desde el punto de vista económico?

RESPUESTA El VS de Kappa a los seis años debe ser \$39 026.

19. Se tienen tres procesos opcionales para producir un artículo (véanse los datos en la tabla 4.20).

TABLA 4.20

	Ghimel	Beth	Thaw
Inversión	6000	9000	7000
Mantenimiento anual	438	610	550
Vida útil (años)	7	10	9
VS	1 800	0	700

El valor de salvamento de la inversión disminuye 10% del valor original cada año en los tres procesos. Así, para el proceso Ghimel, al cabo del año 1, su VS será de \$5 400, al final del año 2 será de \$4 800, etc. Si la TMAR es de 7% anual y se está planeando para un periodo de seis años, determínese cuál es la mejor alternativa por medio del CAUE.

RESPUESTA Selecciónese Ghimel, CAUE = \$1 361.

20. Al excéntrico millonario Lothiman Gacheaux le vendieron grandes extensiones de terreno en la tierra de Malkuth, en el extremo sur del Medio Oriente, a un costo de \$1 200 millones de dólares. Con la idea de encontrar petróleo gastó \$420 millones en exploraciones cada año, durante los tres primeros años. Cualquier estudioso de este tema sabe que en Malkuth no hay oro negro sino plomo, así que Lothiman encontró un gran yacimiento de plomo, del cual obtuvo ganancias netas de \$500 millones al final de los años 4, 5, 6 y 7. Cansado de esta aventura, vendió los terrenos y el yacimiento por \$300 millones al final del año 7. Si la TMAR es de 9% anual, ¿cuál fue el CAUE del señor Gacheaux en sus andanzas durante siete años por las tierras de Malkuth?

RESPUESTA CAUE = \$168.

21. La empresa Akasha, fabricante de la fibra óptica Fohat, desea aumentar su producción. Cuenta con tres procesos mutuamente exclusivos, cuyos datos se muestran en la tabla 4.21.

TABLA 4.21

	Hamsa	Adin	Pimander
Inversión inicial	133 000	127 500	138 700
Metros producidos por año	31 416	25 920	35 000
Costo anual de producción	36 300	25 850	36 980
Vida útil (años)	27	30	33

Cada metro de fibra puede venderse en \$1.35. El valor de salvamento de los equipos disminuye 3% de su valor inicial con cada año de uso. Se planea para un periodo de 25 años, pues se supone que después de ese tiempo la demanda de la fibra Fohat disminuirá por el desarrollo de nuevas tecnologías. La TMAR de Akasha es de 5% anual. Por medio de análisis incremental determínese cuál es la mejor alternativa.

RESPUESTA Selecciónese Pimander.

22. Una pequeña editorial imprime actualmente sus textos por medio del antiguo sistema *master-print*. A pesar de lo obsoleto del equipo sus ganancias ascienden

a \$112 000 al año. El gerente de la empresa, el señor Noleo Bueno, desea comprar un nuevo equipo de impresión que costaría \$516 700, con lo cual sus ganancias netas ascenderían a \$220 000 al año. La máquina usada tiene un costo actual cero en el mercado y se estima que el nuevo equipo puede venderse por 10% del costo original al final de su vida útil de ocho años. La TMAR que aplica el señor Noleo para este tipo de análisis es de 13% anual. Si está haciendo una planeación para un periodo de ocho años, determinese por medio de la TIR incremental la conveniencia económica del reemplazo.

RESPUESTA TIR incremental = 14.1% aceptar el reemplazo.

23. El conocido líder transportista, el señor Máximo Octopus, tiene actualmente una pequeña flota de varios vehículos que desea incrementar. Se le presentan las alternativas mutuamente exclusivas de la tabla 4.22.

TABLA 4.22

Vehículos	Inversión total	Ganancia anual
Dos camiones de pasajeros foráneos	460 000	96 000
Tres trailer de 30 toneladas cada uno	1 400 000	352 000
Cuatro taxis	75 000	18 000
Tres microbuses	147 000	33 000
Cuatro Thorton de 12 toneladas cada uno	1 058 000	280 000
Seis camiones suburbanos	837 600	222 000

Se estima que cualquier vehículo tiene una vida útil de siete años, con un valor de salvamento de 14% de su valor original al final de ese periodo. Si el señor Octopus hace una planeación para siete años y su TMAR es de 15% anual:

- Determinese cuál es la mejor compra calculando la TIR incremental.
- Si se cuenta con \$1 400 000 y las alternativas no son mutuamente exclusivas, ¿cuál es la mejor compra?

RESPUESTA a) Cómprase cuatro Thorton, b) Cómprase cuatro taxis, tres microbuses y cuatro Thorton.

24. Una universidad privada de gran prestigio desea abrir un nuevo campus en otra ciudad. Existe indecisión acerca de cuáles son las licenciaturas que debe ofrecer. Hay que tomar en cuenta que las del área de ciencias sociales sólo tienen laboratorios de computación, a diferencia de las licenciaturas de ingeniería y medicina. Por estadísticas realizadas en la institución se han calculado el matriculado y los costos de instalación que se presentan en la tabla 4.23.

TABLA 4.23

Licenciatura	Inversión en laboratorios (millones)	Matriculado por año	Beneficio anual por estudiante
Administración	\$ 3	880	\$ 6 500
Medicina	72.0	260	14 000
Turismo	1.0	700	5 100
Ingeniería química	42.0	275	10 800
Ingeniería industrial	68.0	290	10 000
Contaduría	2.9	1 300	5 900

La inversión en terreno y aulas construidas es de \$150 millones, cualquiera que sea el tipo y número de licenciaturas aprobadas. La TMAR de la universidad es de 6% anual y se planea para un periodo de 15 años. El valor de salvamento de la inversión inicial total (incluida construcción y laboratorios) al final de los 15 años es de 20%. Si el dinero no es una limitante para la universidad, ¿cuáles licenciaturas debe impartir?

RESPUESTA No deben impartir medicina ni ingeniería industrial.

25. Se tiene un proceso de liofilizado de vitaminas, cuyo costo de operación actual es de \$125 000 al año y se espera que continúe así en forma indefinida. Un liofilizador alternativo que se puede adquirir por \$238 138, puede disminuir los costos a \$120 000 el primer año, a \$100 000 el segundo, a \$80 000 el tercero y a \$70 000 de los años cuarto al octavo. El nuevo equipo podrá venderse en \$25 000 al final de su vida útil de ocho años. Si se planea para este periodo, determínese la tasa de rendimiento incremental de la inversión.

RESPUESTA 9% anual.

26. En la tabla 4.24 se presentan alternativas mutuamente exclusivas para construir un club deportivo privado:

TABLA 4.24

Alternativa	Inversión (millones)	Beneficio anual (años 1-10)
1	235	35
2	300	45
3	210	31
4	280	38
5	315	47

El valor de salvamento de cada alternativa es de 15% de la inversión inicial en esa alternativa. Si se planea para un periodo de 10 años y la TMAR es de 8% anual, determínese por análisis incremental qué alternativa debe seleccionarse.

RESPUESTA Seleccionese la alternativa 1.

27. Se tienen dos alternativas mutuamente exclusivas para adquirir una máquina ro-ladora de placas de acero: la máquina *A* tiene un costo inicial de \$630 000 y sus costos de operación son de \$35 000 el primer año, con aumentos de \$15 000 en cada uno de los años subsecuentes. La máquina *B* tiene un costo de adquisición de \$600 000, así como costos de operación de \$100 000 durante el primer año y una disminución de \$12 000 en cada uno de los años siguientes. Ambas máquinas tienen una vida útil estimada en seis años y un valor de salvamento de 20% de su costo de adquisición. Si la TMAR es de 10% anual, determínese por CAUE qué alternativa debe seleccionarse.

RESPUESTA Seleccionese *B*, CAUE = \$195 517.

28. Se tienen tres alternativas mutuamente exclusivas para adquirir y operar un horno industrial eléctrico. Los tres hornos están diseñados para trabajar en promedio 6 000 horas/años, de forma que para obtener las horas de trabajo en su vida útil, sólo se multiplica ésta por las horas de trabajo por año. Estudie los datos de la tabla 4.25.

TABLA 4.25

	A	B	C
Inversión	360	320	405
Costo operación manual	57	50	51
Vida útil (años)	10	7	12
Horas de trabajo en vida útil	60 000	42 000	72 000

El VS de un horno se calcula con la siguiente fórmula:

$$\text{Inversión inicial} - \text{Inversión inicial} \left[\frac{\text{Horas trabajadas}}{\text{Horas de su vida útil}} \right] = \text{VS}$$

de manera que si cualquier horno trabaja toda su vida útil, su valor de salvamento es cero. La TMAR de la empresa es 10% anual. Si se desea hacer un estudio sólo para seis años, determine la mejor alternativa por medio del CAUE.

RESPUESTA Seleccionese *B*, CAUE = \$117.5.

29. En una escuela están considerando la opción de comprar o rentar un transporte para sus alumnos. Si se compra, el vehículo tendría un costo inicial de \$70 000, una

vida útil de seis años con un valor de salvamento de \$4 500 al final de ese periodo y los costos anuales de mantenimiento ascenderán a \$7 200 cada fin de año. Si el transporte se renta, el pago por este concepto se deberá hacer por adelantado y, además la escuela deberá pagar \$3 800 al final de cada año para mantenimiento menor, según lo estipula el contrato. Si la TMAR es de 12% anual, ¿cuál será la cantidad que deberá pagarse como renta y que hará indiferentes a las dos alternativas?

RESPUESTA Para un periodo de seis años \$17 742/año.

30. Debido a las constantes inundaciones que sufre el centro de la ciudad durante la época de lluvias, se ha pensado en dos posibles soluciones al problema:

- a) Cambiar la tubería de 20 pulgadas de diámetro por otra de 25 pulgadas a un costo de \$300 millones por kilómetro, ya instalada. Esta tubería tendría una vida útil de 20 años sin valor de salvamento.
- b) Instalar una tubería paralela de 10 pulgadas de diámetro a un costo de \$135 millones el kilómetro, con una vida útil de 20 años sin valor de salvamento. Esta alternativa tiene la desventaja de que la tubería actual ya sólo cuenta con una vida útil de 10 años, al cabo de los cuales tendría que ser reemplazada por otra tubería de 15 pulgadas de diámetro que costaría \$185 millones/kilómetro ya instalada.

Con cualquier alternativa, la tubería debe tenderse sobre una distancia de 7 kilómetros hasta un colector periférico al centro de la ciudad. Las autoridades de la ciudad desean hacer una planeación para 20 años y aplican una TMAR de 5% anual para este tipo de estudios. ¿Qué alternativa debe seleccionarse?

RESPUESTA Selecciónese la opción *b*).

31. Considere los siguientes cuatro proyectos mutuamente exclusivos. Utilice análisis incremental para seleccionar la mejor alternativa con un $n = 10$ años y una TMAR = 8%.

TABLA 4.26

Proyecto	Inversión	Beneficio anual	Costo anual	VS
A	1 600	630	140	210
B	1 800	492	60	180
C	978	500	100	100
D	1 390	550	120	150

RESPUESTA Seleccionar el proyecto *B*.

32. Una empresa desea adquirir un equipo para mejorar su línea de producción y tiene tres alternativas, cuyos datos son los siguientes:

TABLA 4.27

	A	B	C
Inversión inicial	2 300	2 500	2 410
Costo de operación año I	600	870	400
Incremento anual del costo de operación	50	-30	70
VS	900	680	900

Obsérvese que la alternativa *B* tiene un incremento negativo en su costo de operación anual. Para un periodo de seis años y con una $TMAR = 10\%$, determínese la mejor alternativa por medio del CAUE.

RESPUESTA Seleccionar la opción *C* con $CAUE = \$992$.

33. De las siguientes alternativas seleccione la mejor desde el punto de vista económico y por medio de análisis incremental, con una $n = 6$ y $TMAR = 9\%$.

TABLA 4.28

Alternativa	Inversión	Beneficio anual	VS
A	250	50.28	25
B	150	33.0	15
C	100	20.10	100
D	200	43.49	20
E	300	61.50	30

RESPUESTA Seleccionar la alternativa *D*.

34. Una empresa desea adquirir una máquina que no genera ingresos por sí misma, ya que forma parte del proceso de producción. Se tienen los siguientes datos en miles de pesos:

TABLA 4.29

Máquina	Inversión inicial	Costo anual de operación	VS
Alemana	960	40	100
Italiana	600	70	50
Japonesa	1 050	35	140
Americana	830	50	60

La empresa puede financiar la compra de la máquina con las siguientes fuentes de fondos:

TABLA 4.30

Fuente	TMAR	% de aportación
Banco 1	20%	50%
Banco 2	28%	22%
Empresa	24%	28%

Todas las máquinas tienen una vida útil de 10 años. Por medio de CAUE, seleccione la mejor alternativa desde el punto de vista económico y utilizando una TMAR mixta.

RESPUESTA Seleccione la máquina italiana. CAUE = 225.65.

35. Una empresa está estudiando cuatro proyectos de inversión mutuamente exclusivos. Determinése por VPN incremental cuál es el más conveniente. Utilice una TMAR = 12% y un valor de salvamento de 10% de inversión inicial.

TABLA 4.31

Año	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D
0	-95 000	-50 000	-75 000	-60 000
1	50 000	21 899	38 848.5	30 000
2	45 000	21 899	38 848.5	20 000
3	26 609	21 899	38 848.5	18 228

RESPUESTA Seleccione el proyecto C.

36. Una camioneta tiene un valor en este momento de \$3 000 y un valor de salvamento de \$900 al final de tres años, a partir de ahora. Sus gastos de mantenimiento son de \$160 por año, más gastos de operación de \$150 al final del primer año, con un aumento de \$50 por año para los dos años posteriores. Se puede rentar una camioneta similar a un costo de \$0.20 por km, más \$2.50 por día, independientemente del número de kilómetros recorridos. Se espera que la camioneta recorra un promedio de 3 000 km por año. En la renta anual reconsideran 365 días por año. Con una TMAR = 10%, determínese la decisión más conveniente desde el punto de vista económico: rentar o comprar el vehículo.

RESPUESTA Conservar el vehículo propio CAUE = \$1 291.26.

37. Una empresa tiene una máquina usada. Si se vendiera en el mercado en este momento tendría un valor de tan sólo \$15 000. Sus costos de operación y mantenimiento se espera que sean de \$25 000 al final del próximo año y se incrementarán en \$5 000 al final de cada uno de los años sucesivos. Se estima que la máquina aún tiene una vida útil de siete años más, al cabo de los cuales su valor de salvamento sería de cero. Se puede comprar una máquina nueva que sustituya a la usada, a un costo de \$60 000 en este momento. El fabricante garantiza unos costos de operación y mantenimiento constantes de \$30 000 al final de cada uno de los siete años de vida útil que tiene la máquina, al final de los cuales tendría un valor de salvamento de \$15 000. Determinése la conveniencia económica del reemplazo por tres métodos distintos, si la TMAR de la empresa es 10%.

RESPUESTA $CAUE_N - CAUE_U = -\$445.91$ aceptar reemplazo.

38. Se tienen los siguientes datos:

TABLA 4.32

Alternativa	Inversión	Beneficio anual
A	610	153
B	700	155
C	540	110
D	800	170
E	920	184
F	775	180

El valor de salvamento es de 10% de la inversión inicial. Con una TMAR = 8% y $n = 6$. Determinése la mejor alternativa por análisis incremental.

RESPUESTA Seleccionar la alternativa A.

39. Con los siguientes datos, selecciónese la mejor alternativa por medio del análisis incremental. El horizonte de planeación es de 10 años y la TMAR es de 12% anual.

TABLA 4.33

Alternativa	Inversión	Beneficio anual	VS
A	-100	18.31	9.47
B	-150	20.10	8.50
C	-80	14.50	14.21
D	-250	38.50	80.50
E	-220	33.60	78.58
F	-180	25.00	10.00

RESPUESTA Seleccionar la alternativa *A*.

40. Se tienen cinco proyectos mutuamente exclusivos. El horizonte de planeación es de 10 años y la TMAR es de 11% anual. Determinése cuál es el proyecto más conveniente desde el punto de vista económico, utilizando análisis incremental. Los datos son los siguientes:

TABLA 4.34

Proyecto	Inversión	Beneficio anual	Costo anual	VS
A	1 590	632	132	210
B	1 200	490	65	180
C	980	505	108	100
D	1 400	540	115	150
E	1 936.19	733	190	290

RESPUESTA Seleccionar el proyecto *A*.

41. Para comprar un centro de maquinado se tienen dos alternativas, cuyos datos se muestran en la siguiente tabla:

TABLA 4.35

Año	A	B
0	-325	-400
1	-28	-20
2	-28	-20
3	-35	-20
4	-42	-20
5	-49	-25
6	-49	-35
7	-49	-45
8	-49	-55
VS	75	179.34

En el año cero, el signo negativo significa inversión y los signos negativos de todos los años significan costos de operación. El valor de salvamento con signo positivo es al final del año ocho. Determinése por medio de tres métodos distintos cuál es la mejor alternativa si la TMAR = 15%.

RESPUESTA $CAUE_B - CAUE_A = -\$2.7$ aceptar *B*.

42. Se desea construir un almacén para cubrir una nueva área de mercado. Luego de un minucioso análisis se obtuvieron las siguientes cifras:

TABLA 4.36

Ciudad	Costo inicial	Ingreso anual
A	\$1 000 000	\$407 180
B	1 900 000	562 476
C	1 260 000	482 377
D	1 620 000	547 771
E	1 120 000	444 794
F	1 420 000	518 419

Para un periodo de 15 años, una TMAR de 14% anual y un valor de salvamento de 10% de la inversión inicial, determínese por análisis incremental la localidad donde debe construirse el nuevo almacén.

RESPUESTA Seleccionar la ciudad *F*.

43. Una empresa está evaluando la posibilidad de reemplazar una máquina de impresión cuyo costo de mantenimiento anual es de \$27 000 y tiene un valor de salvamento, en cualquier momento en que sea vendida, de \$28 000. La empresa ha solicitado la cotización de tres máquinas de distinta tecnología para reemplazar a la máquina actual. Los datos son:

TABLA 4.37

Máquina	Americana	Japonesa	Italiana
Precio	\$300 000	\$205 000	\$236 000
VS	30 000	26 000	28 000
Costo anual de operación	8 000	11 000	10 000

La TMAR es de 6% anual y la vida útil es de 10 años para todas las máquinas. Determínese:

- La mejor alternativa por medio de CAUE.
- Compárese la máquina seleccionada con la que en la actualidad se tiene y evalúe si el reemplazo es económicamente rentable.

RESPUESTA a) Seleccionar la máquina japonesa con CAUE = \$36 840.56, b) No es conveniente el reemplazo, el VPN incremental es de -\$44 385.

44. Se desea comprar una casa de contado cuyo costo es de \$240 363.47. Al adquirirla, se pagaría el impuesto predial más el mantenimiento de la casa, lo cual arroja un costo adicional de \$2 000 cada fin de año. Al final de 10 años, la casa podría venderse en \$100 000. La casa también puede rentarse por \$24 000 pagaderos

al final del primer año, con la advertencia del dueño de que la renta subirá cada fin de año, durante 10 años para compensar el alza del costo de la vida. Con un interés de 12% anual, determínese el aumento anual constante que podría aplicar el dueño a la renta de la casa a partir del final del segundo año, para que resulte indiferente comprar o rentar la casa.

RESPUESTA $G = \$4\,140$.

45. Una empresa tiene dos máquinas alternativas para uno de sus procesos de producción. Los datos son los siguientes:

TABLA 4.38

	Nueva	Actual
Inversión	44 000	22 000
Costo anual de operación	7 210	9 350
Costo de reparación cada dos años	0	1 900
Costo de reparación cada tres años	2 500	0
VS	4 000	3 000

Para un periodo de análisis de ocho años y con una TMAR de 15% anual, determínese por tres métodos distintos la mejor alternativa desde el punto de vista económico.

RESPUESTA Seleccionar la actual $CAUE_B - CAUE_A = \$2\,413.31$. Seleccionar la actual.

46. Se desea reemplazar un equipo usado que fue adquirido hace cinco años y aún tiene una vida productiva de otros cinco años. En este momento tiene un valor de mercado de \$50 000. El equipo alternativo tiene un costo de adquisición de \$300 000, una vida útil de cinco años y un valor de salvamento de \$150 000 al final de este periodo. La TMAR es de 15% anual. La ventaja que presenta el equipo nuevo con respecto al usado es una diferencia en los costos de operación, tal y como se muestra en la siguiente tabla:

TABLA 4.39

Año	Equipo nuevo	Equipo usado
1	4 000	30 000
2	5 000	35 000
3	6 000	40 000
4	7 000	45 000
5	8 000	50 000

Determinese la conveniencia económica del reemplazo por tres métodos distintos. El VS del equipo usado es de cero al final de los siguientes cinco años.

RESPUESTA No conviene el reemplazo porque $CAUE_N - CAUE_U = \$19440.29$.

47. Una empresa está considerando cinco alternativas mutuamente exclusivas para un proceso productivo. Todas tienen una vida útil de ocho años y un valor de salvamento de 15% de la inversión inicial de esa alternativa. La TMAR es de 14% anual. Selecciónese la mejor alternativa desde el punto de vista económico, utilizando el VPN incremental. Los datos son los siguientes:

TABLA 4.40

	A	B	C	D	E
Inversión inicial	-15 000	-13 000	-20 000	-25 000	-22 000
Ingreso anual, años 1-4	2 800	2 000	3 000	4 900	3 500
Ingreso anual, años 5-8	3 600	3 200	3 000	5 000	4 000

RESPUESTA Seleccionar la opción A.

48. Una empresa tiene una máquina de control numérico que actualmente tiene un precio de mercado de \$85 000, costos de producción de \$137 000 por año y un valor de salvamento de \$23 000 dentro de cinco años, que es el periodo de vida útil que le queda. Debido a las constantes fallas que presenta la máquina, se ha pensado en reemplazarla por una máquina nueva con las mismas características y capacidad, y con un costo de \$195 000. Debido a que no tendrá las fallas que presenta la máquina usada, reducirá los costos de producción a \$110 000 por año y se estima que tendrá un valor de salvamento de \$55 000 al final de cinco años. Con una TMAR de 12% anual y para un periodo de cinco años, determine por los tres métodos de análisis mostrados en el texto, la conveniencia económica de reemplazo.

RESPUESTA $CAUE_N - CAUE_U = -\$1522.04$ aceptar reemplazo.

49. Una empresa está evaluando la posibilidad de reemplazar una impresora usada que en este momento tiene un valor de mercado de \$29 000, y costos anuales de operación de \$10 000 al final del primer año con incrementos de \$1 500 cada año. Es decir, al final del segundo año tendrá un costo de \$11 500, al final del tercer año su costo será de \$13 000, etc., y tendrá un valor de salvamento de \$8 000 al final de seis años. Es posible comprar una impresora nueva por \$58 000, cuyos costos de operación y mantenimiento serán constantes de \$8 106.29 a lo largo de su vida útil de seis años, con un valor de salvamento de \$17 000 al final de ese

periodo. Con una TMAR de 9% anual, determine por tres métodos distintos, la conveniencia económica de reemplazar la impresora usada para un periodo de seis años.

RESPUESTA $CAUE_N - CAUE_U = -0.00257$ aceptar reemplazo.

50. Se tiene una máquina usada cuyo valor actual en el mercado es de \$40 000, con un costo de operación de \$19 000 anuales constantes durante cada uno de los cinco años de vida útil que le restan a la máquina, al cabo de los cuales su valor de salvamento será de \$5 000. Es posible reemplazar esa máquina por una nueva que tiene un precio de adquisición de \$75 000, con una vida útil de cinco años y un costo de operación de \$10 000 en cada uno de los tres primeros años, y de \$20 000 en cada uno de los últimos dos años. Su valor de salvamento es de \$18 000 al final de cinco años. Con una TMAR de 10%, determine la conveniencia económica del reemplazo por tres métodos distintos.

RESPUESTA $CAUE_N - CAUE_U = \$1\,543.29$ no reemplazar.

51. Una compañía fabricante de jeringas desechables tiene en operación un equipo cuyo valor actual en el mercado es de \$30 000. El equipo genera ingresos de \$11 000 por año, costos de operación de \$1 500 por año, y su vida útil restante es de cinco años, con un valor de salvamento al final de su vida útil de 16.66% de su valor de mercado actual. Se desea reemplazar el equipo y se tienen tres alternativas, cuyos datos se muestran a continuación:

Alternativa	B	C	D
Inversión	38 000	45 000	60 000
Ingreso anual	12 000	16 000	10 500
Costo anual de operación	1 300	2 500	1 000
VS como % de la inversión	15%	20%	20%

Seleccione la mejor alternativa por análisis incremental entre *B*, *C* y *D*, con una TMAR de 18% anual. Una vez que se haya seleccionado, determine si es económicamente conveniente reemplazar al equipo que ya se tiene en uso, al cual se le llamará alternativa *A*. Demuestre la conveniencia del reemplazo por tres métodos distintos.

RESPUESTA Aceptar *C* y no reemplazar el equipo usado $\Delta VPN_{C-A} = -742.89$.

52. Se desea reemplazar un equipo que fue adquirido hace cinco años y aún tiene una vida útil de cinco años más. Su valor actual en el mercado es de \$65 000 y sus costos de mantenimiento y operación manual se espera que sean de \$25 000 al final del primer año, con incrementos de \$5 000 cada año de los años 2 al 5.

El equipo alternativo tiene un precio de adquisición de \$180 000, valor de salvamento de \$75 000 al final de su vida útil de cinco años y costos de operación y mantenimiento anuales de \$8 000, constantes de los años 1 al 5. Con una TMAR = 15% determine la conveniencia económica del reemplazo por tres métodos distintos.

RESPUESTA $CAUE_N - CAUE_U = -\$2431.45$ reemplazar equipo.

LA DEPRECIACIÓN Y EL FLUJO DE EFECTIVO ANTES Y DESPUÉS DE IMPUESTOS

OBJETIVO GENERAL

- ◆ El estudiante conocerá y aplicará métodos para tomar decisiones económicas, tomando en cuenta flujos de efectivo después de impuestos con y sin financiamiento.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ◆ El estudiante aprenderá y aplicará el concepto de depreciación.
- ◆ El estudiante conocerá y aplicará el estado de resultados proforma para tomar decisiones de inversión.
- ◆ El estudiante comprenderá y aplicará las cuatro formas básicas de manejar el financiamiento en una empresa.

Depreciación y amortización

La *depreciación* y la *amortización* son dos conceptos que se manejan juntos. Depreciación significa *bajar de precio*, lo cual se refiere a la utilización exclusivamente de activos fijos (exceptuando a los terrenos). La disminución del precio de un activo fijo se debe: al uso, al paso del tiempo o a la obsolescencia tecnológica. El uso de un activo, ya sea de uso intenso o no, hará que baje el precio de éste, simplemente porque ya fue utilizado. El paso del tiempo está muy ligado con la obsolescencia tecnológica, lo cual se observa fácilmente en las computadoras. Es tan rápida la obsolescencia tecnológica en estos activos, que en muy poco tiempo (no más de un año) aparecen nuevos modelos con más velocidad y capacidad, de forma que los adquiridos en el año previo tendrán un precio menor, aunque casi no hayan sido utilizados.

No hay que confundir el hecho de que en periodos de inflación elevada cualquier tipo de activo aparentemente tiene un precio mayor que su costo original, pues es bien sabido que este fenómeno es una *ilusión* ocasionada por la pérdida de poder adquisitivo del dinero debido a la inflación. Este tema se tratará más adelante.

Sin embargo, cuando se habla de depreciación fiscal se hace referencia al hecho de que el gobierno, por medio de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) en el caso de México, que corresponde al Ministerio de Hacienda o de Finanzas en otros países, permite a cualquier empresa legalmente constituida recuperar la inversión hecha en sus activos fijo y diferido, vía un mecanismo fiscal que tiene varios objetivos.

Por su parte, *amortización* es un término al cual usualmente se le asocia con aspectos financieros, pero cuando se habla de amortización fiscal su significado es exactamente el mismo que el de depreciación. La diferencia estriba en que la amortización sólo se aplica a los activos diferidos o intangibles, tales como gastos preoperativos, gastos de instalación, compra de marcas y patentes, entre otras. La compra de una patente es una inversión, pero es obvio que con el paso del tiempo y con su uso, el precio de esta patente no disminuye, se deprecia, como en el caso de los activos tangibles. Así, a la recuperación de la inversión de este activo vía fiscal se le llama *amortización*, y se aplicará gradualmente en activos diferidos. Por tal razón, depreciación y amortización son un mismo concepto, y en la práctica ocupan un mismo rubro en el estado de resultados.

El mecanismo legal mediante el cual se recupera, vía fiscal, la inversión de los activos fijo y diferido es el siguiente: la *Ley del Impuesto sobre la Renta* (LISR), establece cuáles son los conceptos deducibles de impuestos. Se entiende que los impuestos se pagan sobre la base de restar a los ingresos todos los gastos comprobables, como la mano de obra, que se comprueba con nóminas firmadas; las materias primas, cuyo gasto se comprueba con facturas, etc. A la diferencia entre ingresos y costos se le llama utilidad antes de impuestos, y es sobre esta base que se paga un porcentaje determinado como impuestos. Es claro que a mayores costos la *utilidad antes de impuestos* (UAI) será menor, y se pagará menos en impuestos.

La LISR dice expresamente que serán deducibles de impuestos los cargos de depreciación y amortización en los porcentajes que establece la propia ley. A continuación,

la LISR declara todos los conceptos que comprende el activo diferido y su porcentaje anual de recuperación, así como los porcentajes aplicables al activo fijo; en el último inciso se declara que cualquier activo fijo no mencionado en los incisos anteriores se cargará con un porcentaje de 10%, con lo que quedan incluidos todos los activos fijos que puedan existir por raros o desconocidos que sean.

Cuando se comprueba cualquier gasto, por ejemplo, pago de mano de obra, en realidad la empresa efectúa un desembolso de efectivo y transfiere dinero de la empresa al trabajador, y así, como ocurre con todos los gastos, existe una transferencia real de dinero de la empresa hacia afuera. Sin embargo, cuando se hace un cargo de depreciación (amortización) no existe tal transferencia. Lo anterior significa que de su ingreso bruto, la empresa hace el cargo de un costo sin que desembolse ningún dinero, debido a lo cual el efecto es la recuperación de ese cargo. Es obvio que la LISR permite hacer el número suficiente de cargos por este concepto para que se recupere exactamente la inversión hecha en el periodo de la inversión o tiempo cero (t_0).

Depreciación en línea recta (LR)

Se cuenta con varios métodos para determinar el cargo anual de depreciación; sin embargo, el más utilizado e incluso el único permitido, al menos por las leyes mexicanas, es el de *línea recta* (LR). Este método consiste en recuperar el valor del activo en una cantidad que es igual a lo largo de cada uno de los años de vida fiscal, de forma que si se grafica el tiempo contra el valor en libros, esto aparece como una línea recta.

No hay que confundir el procedimiento para calcular los cargos de depreciación para efectos de pago de impuestos con el que se utiliza para efectos de planeación financiera. En realidad, cuando se pagan impuestos, el cargo de la depreciación consiste simplemente en multiplicar el valor original del activo por el porcentaje autorizado por el Ministerio de Hacienda, y considerar que el activo tiene un valor de salvamento de cero. El número de años que se considera en el cálculo del cargo de depreciación se llama *vida fiscal*, en cambio, en planeación financiera es posible asignar un valor de salvamento al final de la vida útil o periodo de análisis; esta vida útil puede diferir, y con frecuencia lo hace, de la vida fiscal del mismo activo que es considerada en el pago de impuestos. La razón es que en planeación financiera es posible buscar la recuperación del valor del activo en periodos distintos de la vida fiscal.

Sea: D_t = cargo por depreciación en el año t

P = costo inicial o valor de adquisición del activo por depreciar

VS = Valor de salvamento o valor de venta estimado del activo al final de su vida útil

n = vida útil del activo o vida depreciable esperada del activo o periodo de recuperación de la inversión

Entonces se puede escribir:

$$D_t = \frac{P - VS}{n} \quad 5.1$$

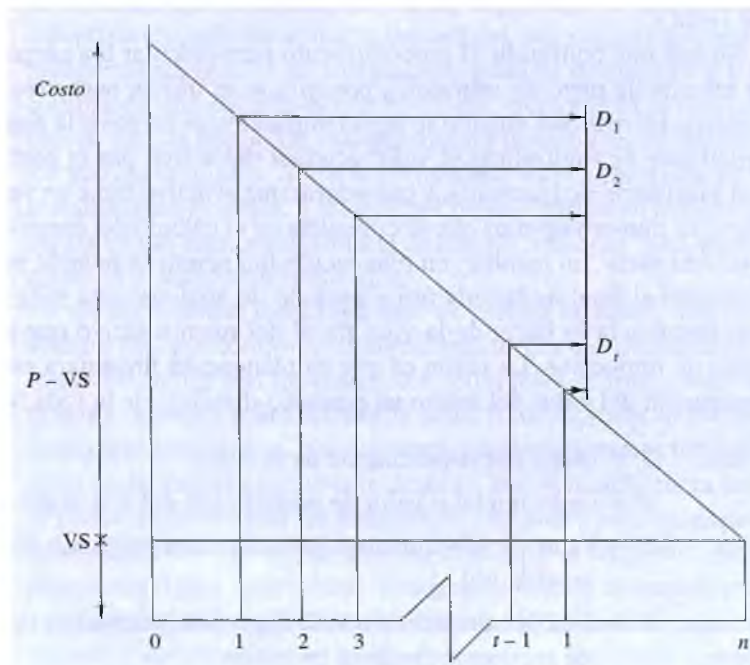
Valor de salvamento o de recuperación = (VS).

El *valor de salvamento* es aquel que obtiene la empresa en el momento de vender determinado activo, en cualquier momento de su vida útil o al final de ella. Como la venta del activo representa una recuperación parcial de la inversión original, la fórmula 5.1 es correcta desde el punto de vista de que la diferencia ($P - VS$) es lo que recuperará la empresa vía fiscal.

Valor en libros del activo

Debido a que los cargos de depreciación tienen efectos fiscales importantes deben registrarse en un libro especial (desde luego que en el siglo XXI todos los registros son electrónicos) todos los cargos que se hagan por este concepto. En primer lugar, se registra el valor inicial del activo. Como cada cargo es una recuperación de la inversión, cada vez que la empresa recupera una parte del activo, éste vale menos para el fisco. El valor del activo para el fisco se llama *valor en libros* y, desde luego, disminuye año tras año hasta hacerse cero. La gráfica 5.1 muestra un modelo de depreciación en línea recta.

GRÁFICA 5.1



El valor en libros se puede obtener como:

$$\text{Valor en libros} = \text{VL} = P - \left(\frac{P - \text{VS}}{n} \right) t \quad 5.2$$

donde: n = vida útil o vida sujeta a depreciación del activo

t = periodo durante el cual se desea conocer el valor en libros, $n \geq t$.

Obsérvese cómo el porcentaje que marca la LISR como cargo anual de depreciación (o amortización), automáticamente proporciona la vida útil del activo, es decir, si el porcentaje señalado es 10%, serán necesarios 10 años para recuperar el activo en su totalidad; si el porcentaje marcado es 50%, bastarán dos años para la recuperación de la inversión inicial, etc. La LISR ha establecido los porcentajes con base en la probable vida útil, que es el periodo durante el cual el activo puede aprovecharse de manera óptima, desde los puntos de vista tecnológico y de costos de mantenimiento. Si un determinado activo tiene una tasa muy alta de cargo de depreciación, se considera que ese activo se desgasta muy rápido por su uso, como por ejemplo un troquel, o que tecnológicamente se vuelve obsoleto en corto tiempo, como las computadoras.

En forma inversa, activos con cargos bajos de depreciación (o amortización) manifiestan que, a pesar de su uso o avances tecnológicos, el activo sigue teniendo un valor considerable con el paso de los años y que, por lo tanto, puede utilizarse de manera óptima a lo largo de su vida, que es larga como 20 años o aún más. Un ejemplo de este tipo de activos son los edificios, molinos, etcétera.

Los cargos de depreciación también se van anotando cada año en el balance general de la empresa. Uno de los objetivos de la elaboración de un balance general es reflejar, en un momento determinado, el valor monetario estimado de la empresa. Como todo el activo fijo disminuye su valor cada año por el simple paso del tiempo, en el balance se registra, año tras año, el valor de adquisición del activo menos la depreciación acumulada.

EJEMPLO 5.1 Se adquirió un activo en \$150 000 con una vida útil de cinco años. Determinése el cargo de depreciación anual y el valor en libros cada año si:

a) Se considera un valor de salvamento de cero.

SOLUCIÓN Los datos son: $P = 150\,000$; $\text{VS} = 0$; $n = 5$. De acuerdo con la fórmula 5.1 el cargo es:

$$\text{Cargo anual } (D) = \frac{\text{Valor original } (P) - \text{VS}}{\text{Vida útil } (n)}$$

$$D = \frac{P - \text{VS}}{n} = \frac{150\,000 - 0}{5} = 30\,000$$

TABLA 5.1

Año	Valor en libros	Cargo anual	Valor recuperado
0	150 000	0	0
1	120 000	30 000	30 000
2	90 000	30 000	60 000
3	60 000	30 000	90 000
4	30 000	30 000	120 000
5	0	30 000	150 000
		$\Sigma D = 150 000$	

Obsérvese cómo con la depreciación se recupera íntegramente la inversión inicial.

b) Se considera un valor de salvamento de \$30 000.

SOLUCIÓN El cargo anual es:

$$D = \frac{150\,000 - 30\,000}{5} = 24\,000$$

TABLA 5.1a

Año	Valor en libros	Cargo anual	Valor recuperado
0	150 000	0	0
1	126 000	24 000	24 000
2	102 000	24 000	48 000
3	78 000	24 000	72 000
4	54 000	24 000	96 000
5	30 000	24 000	120 000
		$\Sigma D = 120 000$	

En la tabla 5.1a obsérvese cómo el valor en libros al final de cinco años es \$30 000, que es justamente el valor de salvamento. El valor recuperado al final de cinco años también es \$120 000. Asimismo, vender el activo al final de cinco años en su valor de salvamento de \$30 000 también permite la recuperación de toda la inversión original.

Depreciación acelerada

La *depreciación acelerada* consiste en recuperar, vía fiscal, la inversión original de los activos fijo y diferido, mediante un porcentaje mayor en los primeros años a partir de la adquisición, lo cual es conveniente para la empresa pues contará con más disponibilidad de efectivo en los primeros años de operación, cuando se tiene más dificultad de crecer y estabilizarse.

En México, la SHCP establece: “Con fines de fomento económico se podrá autorizar que se apliquen porcentajes mayores a los señalados en esta ley, previa autorización escrita que declare las ramas de actividad, las regiones y los activos que gozarán de estos beneficios, así como señalar los métodos aplicables, los porcentajes máximos y su plazo de vigencia.”

La LISR establece los porcentajes de depreciación para activos fijo y diferido. Aunque no se declara concretamente cuál método de depreciación debe utilizarse, se entiende que es el de línea recta. Bajo el mismo criterio de ambigüedad, en la depreciación acelerada no se establece un método específico, el cual será determinado por la autoridad cuando sea necesario.

Con fines de ilustración, se mostrará un solo método de depreciación acelerada para analizar su influencia en la disponibilidad de efectivo en la empresa.

El método es el de la *suma de dígitos de los años* (SDA). Debemos enfatizar que en Estados Unidos se han desarrollado cuando menos otros tres métodos de depreciación acelerada, que son: saldo decreciente, saldo doble decreciente y número de unidades producidas, pero ninguno de los cuatro tiene aplicaciones concretas en el ámbito fiscal mexicano.

Método de depreciación de suma de dígitos de los años (SDA)

Bajo este método el cargo anual por depreciación se obtiene multiplicando el valor neto por depreciar ($P - VS$) por una fracción que resulta de dividir el número de años de vida útil restante entre la suma de los dígitos de los años 1 a n de la vida útil del activo (véase la fórmula 5.3).

$$D = \left[\frac{n - (t - 1)}{n(n + 1) / 2} \right] (P - VS) \quad 5.3$$

EJEMPLO 5.2 Supóngase que se compró un activo a un precio $P = 150\,000$ con una vida útil de cinco años, que se deprecia por el método de suma de dígitos de los años (SDA). Determinar el valor anual en libros y los cargos de depreciación si:

a) El valor de salvamento es de cero.

SOLUCIÓN Se le llama suma de dígitos de los años porque se suman los dígitos de su vida útil, en este caso $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ (Si $n = 6$, la suma de dígitos de los

años sería de 21 y si $n = 4$, la SDA sería 10). La inversión se recuperará en partes proporcionales de cada dígito respecto del total. De modo que en el ejemplo: en el año 1 se recuperará 5/15 del valor del activo, en el año 2 se recuperará 4/15, etc., y en el año 5 se recuperará 1/15. La suma de dígitos de los años, de acuerdo con la fórmula 5.3 es:

$$SDA = \frac{n}{2}(n+1) = \frac{5}{2}(5+1) = 15$$

En la tabla 5.2 se calcula el valor en libros y los cargos anuales de depreciación:

TABLA 5.2

Año	Cálculo de D	Cargo anual	Valor en libros	Valor recuperado
0		0	150000	0
1	5/15(150000 - 0)	50000	100000	50000
2	4/15(150000 - 0)	40000	60000	90000
3	3/15(150000 - 0)	30000	30000	120000
4	2/15(150000 - 0)	20000	10000	140000
5	1/15(150000 - 0)	10000	0	150000
		$\Sigma D = 150000$		

Obsérvese cómo la suma de los cargos anuales de depreciación es \$150 000, igual que la recuperación total de la inversión original.

b) Considérese un valor de salvamento de \$30 000.

SOLUCIÓN En este inciso, en el cálculo de D en la tabla 5.2, ahora se considera el valor de salvamento:

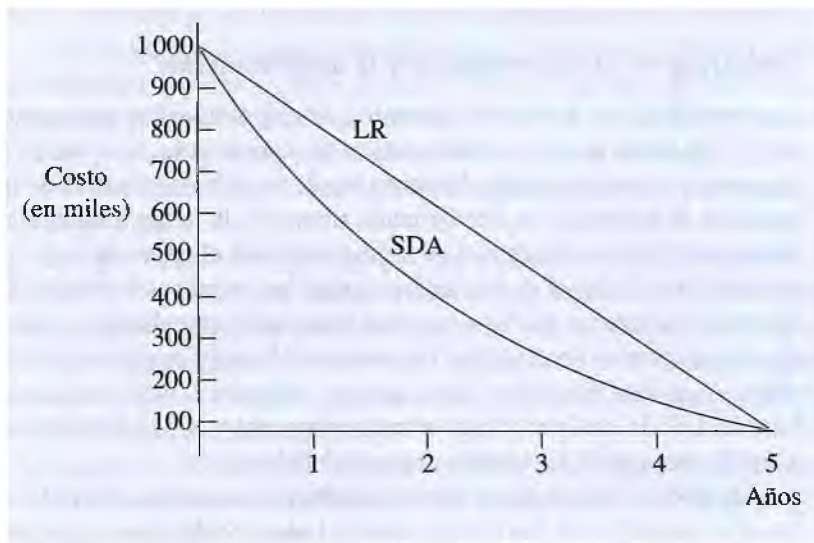
TABLA 5.2a

Año	Cálculo de D	Cargo anual	Valor en libros	Valor recuperado
0		0	150000	0
1	5/15(150000 - 30000)	40000	110000	40000
2	4/15(150000 - 30000)	32000	78000	72000
3	3/15(150000 - 30000)	24000	54000	96000
4	2/15(150000 - 30000)	16000	38000	112000
5	1/15(150000 - 30000)	8000	30000	120000
		$\Sigma D = 120000$		

En la tabla 5.2a obsérvese que la suma de los cargos de depreciación es \$120 000, así como el valor recuperado al final del quinto año es de \$120 000. Así, al vender el activo a su valor de salvamento de \$30 000 se recupera íntegramente la inversión original.

Es muy importante hacer notar que sólo son sujetas a recuperación fiscal las inversiones efectuadas sobre activos fijos y diferidos, pero se excluyen las hechas en el activo circulante, el cual por su propia naturaleza de liquidez tiene características esencialmente distintas a los activos fijos y diferidos. La LISR señala la definición de *inversiones*: “se consideran inversiones los activos fijos, los gastos y cargos diferidos y las erogaciones realizadas en periodos preoperativos. La inversión en estos bienes siempre tendrá como finalidad la utilización de los mismos para el desarrollo de las actividades de la empresa y no con la finalidad de ser enajenados dentro del curso de sus operaciones”.

GRÁFICA 5.2



En esta definición se observa claramente que mientras las inversiones en activo fijo y diferido son las que se efectúan por periodos muy largos sin ser enajenadas (cedidas o vendidas), el activo circulante es lo contrario, es decir, es un activo que entra y sale de la empresa, razón por la cual no está sujeto a recuperación vía fiscal. Eso tiene una implicación fundamental en la evaluación económica, ya que la inversión que se toma en cuenta para tal efecto, esto es, la inversión que se considera para el cálculo de la TIR (tasa interna de rendimiento) y el VPN (valor presente neto) es la inversión en activos fijo y diferido. El activo circulante jamás deberá tomarse en cuenta para cálculos de evaluación económica, ya que es una inversión volátil que tiene fluctuaciones a lo largo del tiempo y porque no se recupera vía fiscal.

En forma tradicional el activo circulante está conformado por: caja y bancos, inventarios y cuentas por cobrar. Actualmente, el concepto *caja y bancos* tiende a sustituirse por *acciones, bonos y valores*, razón por la cual esta última es una inversión con gran liquidez, pero con más rendimientos monetarios. Los inventarios, que en el pasado han representado una inversión muy fuerte, tienden a disminuir paulatinamente en volumen, gracias a técnicas de optimización en los procesos productivos y, de hecho, ya se habla de la técnica de cero inventarios que fue implantada por los japoneses y disminuye una inversión poco productiva. Si bien, tales técnicas pueden tardar en adoptarse en países en vías de desarrollo, parece que la tendencia es hacia esa dirección. Por otro lado, las cuentas por cobrar son tan grandes como el prestigio de la empresa, lo cual significa que empresas con productos de gran demanda pueden tener montos mínimos en cuentas por cobrar o muy cortos periodos de recuperación de estas cuentas, lo que hace que en este rubro pueda haber grandes fluctuaciones de una empresa a otra. Con estas aclaraciones se apoya la idea de por qué no debe considerarse al activo circulante en la evaluación económica.

Objetivos de la depreciación y la amortización

La mayoría de los gobiernos permite a los inversionistas recuperar su inversión vía fiscal, mediante un mecanismo similar al mencionado. Son varios los objetivos que se persiguen con este procedimiento legal: no sólo es el hecho de que el empresario recupere la inversión en determinado tiempo y la tenga disponible para iniciar una nueva empresa que haga crecer industrialmente al país, sino que además, si al término de la vida fiscal de sus activos todas las empresas los sustituyeran por nuevos, tendrían plantas productivas con una tecnología actualizada y serían más eficientes en sus procesos de producción. Por otro lado, la práctica generalizada de sustitución de activos con vida fiscal cero haría que se vitalizara el sector de producción de bienes intermedios, lo cual propiciará el mantenimiento y aun el crecimiento de dicho sector y, por lo tanto, del crecimiento industrial del país.

De hecho, una empresa que no sustituya sus activos fijos al término de su vida fiscal se perjudica en dos formas: por un lado, debido a que ya no puede hacer cargos por depreciación automáticamente empieza a pagar más impuestos; por otro lado, su planta productiva caerá lentamente en la obsolescencia tecnológica con un perjuicio directo para la empresa, pues los costos de mantenimiento aumentarán; asimismo, también se elevará el número de piezas defectuosas producidas y los paros por fallas del equipo, que también representan un costo extra más difícil de recuperar.

Flujo de efectivo antes y después de impuestos

Hasta este momento los temas se han abordado sólo bajo la perspectiva de evaluar económicamente diferentes propuestas de inversión, enfatizando los principios básicos que fundamentan las técnicas de análisis económico. También se ha aceptado

sin poner en duda el que en los problemas aparezca un flujo neto de efectivo (FNE), sin saber con certeza cómo se ha obtenido o cómo se ha calculado. Simplemente se ha aceptado que hay una ganancia de efectivo o un costo, con los cuales se procede a efectuar la evaluación económica.

La *evaluación económica* puede efectuarse después de que han sucedido ciertos eventos, como en el caso de empresas en plena actitud productiva. Éstas, después de un periodo de operación, generalmente de un año, determinan por medio de un balance general y de un estado de resultados del ejercicio, cuál fue la actuación económica de su actividad. Este tipo de análisis postoperativo no interesa tanto a la evaluación económica, ya que su objetivo es más bien el control de los resultados respecto de un plan previamente trazado acerca de ingresos, gastos y rendimientos sobre el capital invertido.

Hay otra aplicación de la evaluación económica utilizada en planeación financiera y evaluación de proyectos. Como su nombre lo indica, la planeación y los proyectos son eventos futuros y aquí la evaluación económica juega un papel fundamental pues es una de las bases sobre la cual se decide la realización de cierta inversión monetaria.

La *planeación financiera* significa, entre otras cosas, obtener fondos de efectivo de diferentes fuentes y poder liquidar estos préstamos de varias maneras, lo cual ocasionará diferentes flujos de efectivo. Para tomar la mejor decisión respecto de la fuente, monto y forma en la que debe realizarse el financiamiento, es necesario efectuar una evaluación económica de las alternativas con que se cuente y así decidir de manera óptima.

Con la evaluación de proyectos se podrá hacer una inversión de capital, ya que se contará con, al menos, una alternativa bien definida en cuanto al monto de la inversión, la tecnología de producción, los ingresos, los gastos, etc. y decidir si, tal y como está planteada la alternativa, es económicamente conveniente invertir en ella. Por supuesto, la evaluación económica tiene muchas otras aplicaciones que ya se han visto o se verán posteriormente.

El tema de este apartado trata sobre cómo se obtienen los flujos netos de efectivo para llevarlos a una evolución económica que capacite al tomador de decisiones a realizar un trabajo óptimo.

El estado de resultados proyectado como base de cálculo de los flujos netos de efectivo (FNE)

Un estado de resultados o de pérdidas y ganancias es una herramienta contable que refleja cómo ha sido el desempeño económico de la actividad de cualquier empresa productora de bienes o servicios, al cabo de un ejercicio o periodo contable que generalmente es de un año. El desempeño económico de la actividad empresarial se puede expresar en términos de dinero, de tal forma que si existe una determinada ganancia monetaria se puede hablar de un buen desempeño, pero si hay pérdidas económicas al cabo de un ejercicio de operación se hablará de un mal desempeño de la empresa.

En términos generales, un estado de resultados es la diferencia que hay entre los ingresos que tiene la empresa menos todos los costos en que incurre, incluyendo el pago de impuestos y el reparto de utilidades a los trabajadores. Como un estado de resultados tiene implicaciones fiscales, tanto los ingresos como los costos que se registren deben tener como base la LISR vigente.

Un estado de resultados puede efectuarse después de sucedidos los hechos, es decir, al término de un ejercicio de operación con fines de control, de la declaración de impuestos y de una evaluación de lo sucedido para calcular y repartir dividendos a los socios de la empresa.

También es posible elaborar un estado de resultados proyectado o proforma en donde se anotan los resultados económicos que se considera pueden suceder si se toma como base una serie de pronósticos sobre la actividad de la empresa. Tal estado de resultados proforma servirá para evaluar diferentes alternativas de acción, ya sea seleccionar la mejor inversión, el mejor plan de financiamiento, etc. Es justamente para evaluar determinados hechos futuros, desde el punto de vista económico, que se determinará y utilizará un estado de resultados proyectado.

La forma de un estado de resultados se presenta de manera general en la tabla 5.3.

TABLA 5.3

Estado de resultados
+ Ingresos totales
- Costos totales
= Utilidad antes de impuestos
- Pago de impuestos y reparto de utilidades
= Utilidad después de impuestos
+ Depreciación y amortización
= Flujo neto de efectivo (FNE)

A la izquierda de cada concepto se anotó el signo que corresponde al flujo en cuestión de la empresa, es decir, un ingreso es positivo para la empresa, pues ésta recibe dinero; tanto los costos como el pago de impuestos son negativos porque representan una salida real de efectivo.

Un estado de resultados proforma expresa cada concepto de manera general. Esto significa que en el rubro *ingresos* se consideran sólo las percepciones provenientes de la venta de los productos de la empresa, aunque en la realidad esa empresa puede tener ingresos de fuentes muy variadas, como dividendos provenientes de acciones que se posean de otras compañías, venta de activos, ganancia inflacionaria y otros.

En el rubro *costos totales* la situación es similar. De hecho, en este rubro se anotan todos los conceptos que la ley hacendaria califica como deducibles de impuestos. En general, estos conceptos se mencionan en la tabla 5.4.

TABLA 5.4

Costos totales deducibles de impuestos
Costos de producción, directos e indirectos
Costos de administración, directos e indirectos
Costos de comercialización de los productos, directos e indirectos
Depreciación y amortización de activos
Intereses por concepto de deudas que tenga la empresa (costo financiero)

Esta clasificación es un poco arbitraria, pues por costo indirecto se entiende que deberían incluirse la depreciación y los costos financieros; sin embargo, se han clasificado así porque tanto la depreciación como los costos financieros suelen tener grandes variaciones. Éstas dependerán del método de depreciación utilizado y del tipo de financiamiento que se acepte, lo cual repercute en la obtención de flujos netos de efectivo (FNE), por lo que es mejor separarlos del análisis.

La depreciación y la amortización deben sumarse a la utilidad después de impuestos (véase la tabla 5.3), porque los FNE son la disponibilidad neta de efectivo de la empresa y, según se vio en la parte referente a depreciación, es un mecanismo fiscal mediante el cual se recupera la inversión; por lo tanto, hay que sumarlo a la utilidad después de impuestos para obtener la disponibilidad real de efectivo. De hecho, dentro de la práctica contable y en la declaración financiera de *origen y aplicación de recursos*, la depreciación se considera un origen de recursos.

La ley hacendaria de cualquier país permite la deducción de los intereses pagados por deudas contraídas, pero no permite la deducción del pago del principal, por lo tanto, éste debe restarse a la utilidad después de impuestos, pues representa una erogación adicional de efectivo.

Si los costos de producción, administración y comercialización ahora se consideran simplemente como *costos*, separando de la forma mostrada a los rubros de depreciación y costos financieros, el estado de resultados proforma quedaría como se muestra en la tabla 5.5.

TABLA 5.5

Estado de resultados proforma
+ Ingresos
- Costos
- Depreciación (y amortización)
- Costos financieros
= Utilidad antes de impuestos (UAI)
- Impuesto sobre la renta
- Reparto de utilidades a los trabajadores

(Continúa)

TABLA 5.5 *Continuación*

Estado de resultados proforma
= Utilidad después de impuestos (UDI)
+ Depreciación y amortización
– Pago principal
= Flujo neto de efectivo (FNE)

El esquema de la tabla 5.5 es el que se utilizará en el cálculo de los FNE. Para cierto tipo de análisis es posible aislar un rubro y omitir los demás con el fin de observar la influencia sobre los FNE del rubro estudiado. Por ejemplo, si se desea observar cómo influye el método de depreciación en los FNE, no es necesario que en el estado de resultados aparezcan los demás costos. Del mismo modo, si lo que se desea observar es la influencia sobre los FNE de un determinado tipo de financiamiento, no será necesario considerar los costos ni la depreciación; o bien, si se desea, puede hacerse el análisis con todos los rubros mencionados.

Flujo neto de efectivo antes de impuestos y el efecto de la depreciación

En México, como probablemente en muchos países, hay organizaciones que están exentas de pagar impuestos debido a las actividades que realizan. Por ejemplo, los sindicatos, asociaciones civiles con fines educativos, instituciones de beneficencia pública con fondos privados y otros, así como el propio gobierno en sus actividades. El hecho de no pagar impuestos lleva a eliminar esta consideración del análisis económico, pero en las inversiones que realicen estas entidades no se debe excluir, de ninguna forma, a la evaluación económica. Es decir, el hecho de no pagar impuestos y operar de forma no lucrativa no implica tomar decisiones de inversión sin ninguna base. Una toma de decisiones óptima, desde el punto de vista económico, es necesaria para cualquier tipo de entidad, sobre todo en épocas de crisis, durante las cuales el dinero es caro y escaso.

Otra consideración que no debe omitirse en este tipo de entidades es la depreciación. Aunque en general ésta tiene un efecto fiscal al reducir el pago de impuestos, en entidades exentas de esta obligación también es necesario recuperar la inversión hecha, y esto sólo se logra al hacer el cargo de depreciación al precio del producto o servicio que se venda. Supóngase que un sindicato decide instalar una pequeña fábrica productora de alimentos que sólo venderá a sus agremiados y sin fines de lucro. El sindicato hizo una inversión en un activo físico que, por razón natural, quedará inservible debido al uso y al cabo de cierto tiempo. Si el sindicato deseara producir ese alimento en forma permanente, debe recuperar esa inversión poco a poco, para que cuando el equipo usado quede inservible el sindicato tenga un fondo disponible para adquirir un equipo nuevo sin que le ocasione un fuerte gasto adicional en el momento de la sustitución. Este fondo sólo se podrá obtener si al precio del producto se le hace un cargo extra, similar al que se hace con un cargo de depreciación en las empresas lucrativas.

Se supone, por supuesto, que si bien el sindicato no lucra con la producción de alimentos, tampoco subsidia su venta. El subsidio ha sido durante decenios una carga muy pesada para el propio gobierno, carga que ha ocasionado la utilización del escaso dinero en inversiones que producen pérdidas económicas, lo que a su vez provoca un aumento en el costo del dinero. Aquí se sugiere que tales entidades gubernamentales y las no lucrativas deban hacer cargos de depreciación, no para lucrar en sus productos sino, al menos, para salir a mano y evitar a toda costa invertir en empresas que produzcan pérdidas económicas.

Cuando una entidad productiva no paga impuestos —no importa el método de depreciación utilizado, pues esto no afecta los flujos netos de efectivo—, en este caso la depreciación debe considerarse como un costo de producción que se recupera al vender el producto. El método utilizado no altera los FNE porque el cargo que se hace no es real sino virtual.

EJEMPLO 5.3 Un sindicato que produce alimentos para sus agremiados ha invertido \$30 000 en equipo de producción. Sus ingresos anuales por la venta del alimento son de \$28 000, sus costos son de \$20 000 anuales en la producción del producto. El equipo tiene una vida útil de cinco años, sin valor de salvamento al final de ese periodo. El sindicato sabe que debe hacer un cargo de depreciación anual, pero no ha decidido cuál método de depreciación utilizar. Esta entidad no paga impuestos en actividades productivas y ha fijado una $TMAR = 10\%$. El sindicato pide asesoría sobre cuál método de depreciación deberá emplear, LR o SDA.

SOLUCIÓN Antes de anotar los datos en un estado de resultados conviene obtener los cargos de depreciación por ambos métodos.

Cargo de depreciación por línea recta.

Mediante la fórmula para el cargo anual por depreciación:

$$D = \frac{P - VS}{n} = \frac{30\,000 - 0}{5} = 6\,000$$

El estado de resultados con depreciación en línea recta se muestra en la tabla 5.6.

TABLA 5.6

Año	1	2	3	4	5
+ Ingresos	28 000	28 000	28 000	28 000	28 000
- Costos	20 000	20 000	20 000	20 000	20 000
- Depreciación	6 000	6 000	6 000	6 000	6 000
= Utilidad	2 000	2 000	2 000	2 000	2 000
+ Depreciación	6 000	6 000	6 000	6 000	6 000
= Utilidad neta	8 000	8 000	8 000	8 000	8 000

El cargo de depreciación por suma de dígitos de los años se muestra en la tabla 5.7.

$$SDA = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

TABLA 5.7

Año	Cargo anual
1	$5/15 \times 30\,000 = 10\,000$
2	$4/15 \times 30\,000 = 8\,000$
3	$3/15 \times 30\,000 = 6\,000$
4	$2/15 \times 30\,000 = 4\,000$
5	$1/15 \times 30\,000 = 2\,000$

El estado de resultados con depreciación por SDA se muestra en la tabla 5.8.

TABLA 5.8

Año	1	2	3	4	5
+ Ingresos	28 000	28 000	28 000	28 000	28 000
- Costos	20 000	20 000	20 000	20 000	20 000
- Depreciación	10 000	8 000	6 000	4 000	2 000
= Utilidad	-2 000	0	2 000	4 000	6 000
+ Depreciación	10 000	8 000	6 000	4 000	2 000
= Utilidad neta	8 000	8 000	8 000	8 000	8 000

Lo único que demuestra este ejemplo es lo ya comentado: cuando no se pagan impuestos no es importante el método de depreciación utilizado, pues no altera o influye sobre el valor de los FNE. En este ejemplo, como se utilizó el método de SDA, en el año 1 del estado de resultados, donde aparece un valor de -\$2 000 no es que en realidad ese año se pierdan \$2 000, lo que sucede es que el cargo de depreciación de \$10 000 no es un costo real, ya que al recuperarlo obtenemos una ganancia de \$8 000, cifra que se obtiene en todos los años con sólo restar ingresos de costos, de donde se deduce la nula influencia del método de depreciación utilizado cuando no se pagan impuestos.

El consejo que se podría dar al sindicato es considerar un costo mayor a los \$20 000 actuales, por ejemplo \$6 000 adicionales de costo, sabiendo que sólo \$20 000 son un desembolso real y que los \$6 000 no son ganancia sino un cargo hecho artificialmente con el fin de recuperar al cabo de cinco años la inversión en equipo.

El VPN de la inversión es:

$$VPN = -30\,000 + 8\,000(P/A, 10\%, 5) = -30\,000 + 8\,000(3.7908) = \$326.4$$

Este valor significa que el sindicato, a los precios que vende su producto, sólo obtiene una ligera ganancia más allá de su TMAR de 10%. La TIR de su inversión es de aproximadamente 10.5%.

Influencia de los costos financieros sobre los FNE en entidades exentas del pago de impuestos

La ley hacendaria permite a cualquier empresa que paga impuestos deducir de su pago de impuestos los intereses provenientes de una deuda adquirida, no así el pago del principal. Sin embargo, en entidades exentas de impuestos esta diferencia se elimina y el pago tanto de intereses como de principal se agrupa en una sola cantidad que es la que resta al FNE. Ya que es posible pagar una deuda de múltiples formas, el plan que se elija afectará en forma definitiva a los FNE.

EJEMPLO 5.4 Una empresa ha comprado un equipo por \$25 000 con un valor de salvamento de \$4 000 al final de seis años. La compra del equipo se financió con un préstamo bancario de \$12 000 a una tasa de interés de 15% anual. El banco ofrece cuatro planes de pago para saldar el préstamo:

- Plan 1.** Pago de seis cantidades iguales al final de cada uno de los años.
- Plan 2.** Pago de una cantidad igual de principal al final de cada año más el pago de los intereses sobre saldos insolutos en la misma fecha.
- Plan 3.** Pago sólo de intereses al final de cada uno de los años y pago de capital más intereses al final del sexto año.
- Plan 4.** Pago de una sola cantidad que cubra el principal más los intereses acumulados al final de los seis años.

Si la TMAR de la empresa es de 18%, determine cuál plan de pago debería seleccionar para optimizar sus ganancias si la empresa no paga impuestos.

SOLUCIÓN En este problema no influye la depreciación pues no se pagan impuestos. Se debe calcular el flujo de efectivo que se genera en cada uno de los planes de pago y después observar cómo afecta al VPN.

PLAN 1. *Cálculo del pago anual.* Éste es un problema donde los datos son:

$P = 12\,000$, el préstamo;

$i = 15\%$ anual, la tasa de interés del préstamo;

$n = 6$, el número de pagos de fin de año que deben hacerse.

Se requiere calcular una A o cantidad uniforme para seis años.

$$A = P(A/P, i, n) = 12\,000(A/P, 15\%, 6) = 12\,000(0.2642) = \$3\,170.40$$

Ahora ya se tienen los datos para el estado de resultados del plan 1 (véase la tabla 5.9).

TABLA 5.9

Año	1	2	3	4	5	6
+ Ingresos	7000	7000	7000	7000	7000	7000
- Valor del salvamento	0	0	00	0	0	4000
- Pago del préstamo	3 170.4	3 170.4	3 170.4	3 170.4	3 170.4	3 170.4
= Utilidad neta	3829.6	3829.6	3829.6	3829.6	3829.6	3829.6

Aquí, el valor de salvamento se coloca con signo positivo al final de los seis años, pues es un ingreso que se obtiene en esa fecha. También se anotó *pago del préstamo* y no *costo financiero*, porque no hay que olvidar que ese último término significa intereses pagados por un préstamo, y en este problema los \$3 170.40 incluyen pago de intereses y principal.

Para determinar cuál es el plan de pago más conveniente se puede utilizar el criterio del VPN. Se seleccionará aquel plan cuyo VPN sea mayor, lo cual significa aumentar las ganancias de la empresa. La inversión considerada no debe ser \$25 000, que es lo que costó el equipo, sino \$25 000 menos el préstamo de \$12 000.

En este tipo de problemas se utiliza el concepto de TMAR mixta porque el capital necesario para comprar el equipo proviene de dos fuentes de capital, la empresa y un banco. Por aportar 13/25 de un capital total, la empresa solicita ganar 18% anual, en tanto que el banco por aportar 12/25 del capital total solicita ganar 15%. Por lo tanto, la TMAR mixta es:

$$\text{TMAR}_{\text{mixta}} = \frac{13}{25} \times 0.18 + \frac{12}{25} \times 0.15 = 0.1656$$

$$\text{VPN}_1 = -13\,000 + 3\,829.6 (P/A, 16.56\%, 5) + 7\,829.6 (P/F, 16.56\%, 6) = \$2\,499.23$$

PLAN 2 *Cálculo del pago anual.* El pago de una cantidad igual de principal cada año sería $12\,000/6 = \$2\,000$. El pago de intereses más principal se muestra en la tabla 5.10.

TABLA 5.10

Año	Interés	Pago principal	Deuda después de pago	Pago anual
0	0	0	0	-12000
1	1800	2000	10000	3800

(Continúa)

$$VPN_3 = -13\,000 + 5\,200(P/A, 16.56\%, 5) - 2\,800(P/F, 16.56\%, 6) = \$2\,689.76$$

PLAN 4 *Cálculo del pago anual.* Aquí sólo se paga una sola cantidad al final de los seis años. Dicha cantidad es:

$$F = P(F/P, 15\%, 6) = 12\,000(2.3131) = \$27\,757$$

El estado de resultados del plan 4 se muestra en la tabla 5.13.

TABLA 5.13

Año	1	2	3	4	5	6
+ Ingresos	7000	7000	7000	7000	7000	7000
- Valor de salvamento	0	0	0	0	0	4000
- Pago del préstamo	0	0	0	0	0	27757
= Utilidad neta	7000	7000	7000	7000	7000	(16757)

$$VPN_4 = -13\,000 + 7\,000(P/A, 16.56\%, 5) - 16\,757(P/F, 16.56\%, 6) = \$2\,941.92$$

La respuesta al problema es que se debe elegir el plan 4, el cual tiene el mayor VPN de las cuatro alternativas. El resultado es lógico, puesto que se tiene una TMAR = 18% en la empresa y se pide un préstamo con un costo más barato, sólo 15%. Así, la empresa puede retener el pago del préstamo el mayor tiempo posible y hacerlo rendir hasta 18%, en tanto que le cuesta sólo 15%. Obsérvese que el plan 4 es la alternativa con la que la empresa retiene más tiempo el pago.

EJEMPLO 5.5 Si se tienen los mismos datos del ejemplo anterior, excepto que ahora la TMAR de la empresa es de 12%, determínese cuál alternativa es la más conveniente para la empresa.

SOLUCIÓN Supóngase que el préstamo sigue costando 15% anual y, por lo tanto, todos los FNE de cada alternativa son los mismos. Sin hacer cálculos numéricos se puede decir que el costo del dinero prestado ahora es mayor que lo que la propia empresa puede ganar, así que será conveniente elegir aquella alternativa donde pague lo más rápido posible el principal para que no le cause intereses más altos. Si este razonamiento es correcto se deberá elegir la alternativa 2.

Comprobación:

$$TMAR_{mixta} = \frac{13}{25}(0.12) + \frac{12}{25}(0.15) = 0.1344$$

$$VPN_1 = -13\,000 + 3\,829.6(P/A, 13.44\%, 5) + 7\,829.6(P/F, 13.44\%, 6) = \$4\,000.26$$

$$VPN_2 = -13\,000 + 3\,200(P/F, 13.44\%, 1) + 3\,500(P/F, 13.44\%, 2) + \\ 3\,800(P/F, 13.44\%, 3) + 4\,100(P/F, 13.44\%, 4) + \\ 4\,400(P/F, 13.44\%, 5) + 8\,700(P/F, 13.44\%, 6) =$$

$$VPN_2 = \$4\,044.2$$

$$VPN_3 = -13\,000 + 5\,200(P/A, 13.44\%, 5) - 2\,800(P/F, 13.44\%, 6) = \\ \$3\,781.05$$

$$VPN_4 = -13\,000 + 7\,000(P/A, 16.56\%, 5) - 16\,757(P/F, 16.56\%, 6) = \\ \$3\,495.39$$

Obsérvese que se comprobó el supuesto hecho y, en este caso, la alternativa 2 es la más conveniente. Ahora, el plan 4 tiene el menor VPN debido a que causa más intereses que los otros. En el caso opuesto, cuando el dinero era más barato, el plan 2 presentó el menor VPN por las mismas razones.

Puede haber una aparente contradicción en los resultados, pues éstos muestran que cuando se utiliza dinero más barato, como en el ejemplo 1, los VPN de las cuatro alternativas son menores que cuando se utiliza dinero más caro. En este caso debe hacerse la observación de cuál es el VPN de la inversión si no se hiciera el préstamo. El cálculo es el siguiente, con una TMAR de 18 y 12%, respectivamente.

$$VPN_{18\%} = -25\,000 + 7\,000(P/A, 18\%, 6) + 4\,000(P/F, 18\%, 6) = \\ -25\,000 + 7\,000(3.4976) + 4\,000(0.3704) = \$965$$

$$VPN_{12\%} = -25\,000 + 7\,000(P/A, 12\%, 6) + 4\,000(P/F, 12\%, 6) = \\ -25\,000 + 7\,000(4.1114) + 4\,000(0.5066) = \$5\,806$$

En el caso donde la TMAR = 18% el resultado significa que cualquier plan que se tome para el pago del préstamo siempre es mejor que no tomarlo; recuérdese que el dinero es más barato. Cuando la TMAR = 12% el resultado significa que no es conveniente tomar el préstamo bajo ningún plan, ya que sin préstamo el VPN es mejor, lo cual es lógico ya que el dinero es más caro.

El flujo neto de efectivo después de impuestos y el efecto de la depreciación

Cuando se pagan impuestos el método de depreciación empleado es fundamental para determinar los FNE, al grado de que el método que se utilice puede influir en la aceptación de una propuesta de inversión. Considérese el siguiente ejemplo:

EJEMPLO 5.6 Una empresa ha invertido \$18 000 en una máquina barrenadora cuya vida útil es de cuatro años y su valor de salvamento de \$2 000 al final de ese periodo. Se esperan beneficios anuales de \$5 000. La TMAR de la empresa es 4.4% y paga impuestos anuales a una tasa de 50%. Determine qué método de depreciación deberá utilizar esta empresa para que su inversión sea rentable.

SOLUCIÓN Si se emplea el método de depreciación en línea recta, el cargo anual por este concepto es:

$$D = \frac{P - VS}{n} = \frac{18000 - 2000}{4} = 4000$$

El estado de resultados se muestra en la tabla 5.14.

TABLA 5.14

Año	1	2	3	4
+ Ingresos	5 000	5 000	5 000	5 000
- Depreciación	4 000	4 000	4 000	4 000
= Utilidad antes de impuesto	1 000	1 000	1 000	1 000
- Impuesto 50%	500	500	500	500
= Utilidad después de impuesto	500	500	500	500
+ Depreciación	4 000	4 000	4 000	4 000
= Flujo neto de efectivo	4 500	4 500	4 500	4 500

Obsérvese que en el estado de resultados anterior ya no se considera como un ingreso gravable (sujeto a impuestos) la venta de la máquina y, por lo tanto, no se suma al ingreso del año 4. Si así se hiciera se pagarían más impuestos. Independientemente de lo que pudiera suceder en la realidad, en este texto se considerará que el activo se vende a su valor en libros, por lo que no está sujeto al pago de impuestos. Ahora se calcula el VPN de la propuesta.

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -18\,000 + 4\,500(P/A, 4.4\%, 4) + 2\,000(P/F, 4.4\%, 4) = \\ &= -18\,000 + 4\,500(3.5959) + 2\,000(0.8417) = -\$134.7 \end{aligned}$$

Mediante el método de depreciación de SDA se calcula el cargo anual. El resultado se muestra en la tabla 5.15.

TABLA 5.15

Año	Cargo anual
1	4/10 (18000 - 2000) = 6 400
2	3/10 (18000 - 2000) = 4 800
3	2/10 (18000 - 2000) = 3 200
4	1/10 (18000 - 2000) = 1 600

Con estos datos se hace el estado de resultados y se calculan los FNE y el VPN (véase la tabla 5.16).

TABLA 5.16

Año	1	2	3	4
+ Ingresos	5 000	5 000	5 000	5 000
- Depreciación	6 400	4 800	3 200	1 600
= Utilidad antes de impuesto	-1 400	200	1 800	3 400
- Impuesto 50%	+ 700	100	900	1 700
= Utilidad después de impuesto	-700	100	900	1 700
+ Depreciación	6 400	4 800	3 200	1 600
= Flujo neto de efectivo	5 700	4 900	4 100	3 300

De acuerdo con el estado de resultados anterior, en el primer año hay pérdidas fiscales por \$1 400. Cuando esto sucede se utiliza el llamado *escudo fiscal* o *protección fiscal*, el cual consiste en que cuando una empresa tiene ganancias el fisco cobra la mitad de ellas; pero si se tienen pérdidas, como en este caso, el fisco no sólo *no* cobra sino que también absorbe la mitad de las pérdidas, es decir, o ganan la empresa y el fisco juntos o pierden la empresa y el fisco juntos. Por eso se llama protección fiscal. En el ejemplo de la utilidad antes de impuestos, que es negativa en \$1 400, no puede restarse el impuesto de \$700, pues daría más negativo; por el contrario, se suma como protección fiscal. Así, en utilidad después de impuestos aparece sólo \$700 con signo negativo, lo cual indica que, de una pérdida inicial de \$1 400, al final sólo será de \$700, gracias a que el fisco absorbió 50% de la pérdida, es decir, absorbe la pérdida como protección a la tasa impositiva.

$$\begin{aligned}
 \text{VPN} &= -18\,000 + 5\,700(P/F, 4.4\%, 1) + 4\,900(P/F, 4.4\%, 2) + 4\,100(P/F, 4.4\%, 3) + \\
 &\quad 3\,300(P/F, 4.4\%, 4) + 2\,000(P/F, 4.4\%, 4) = \\
 &= -18\,000 + 5\,700(0.9578) + 4\,900(0.9174) + 4\,100(0.8788) + \\
 &\quad (3\,300 + 2\,000)(0.8417) = +\$20
 \end{aligned}$$

Si se hace la depreciación por *LR* no se acepta la inversión; sin embargo, por *SDA* deberá aceptarse.

El flujo neto de efectivo y el financiamiento

Cuando una empresa pide cualquier financiamiento, las leyes hacendarias permiten la deducción del pago del interés. Como se verá en el siguiente ejemplo, tener deudas siempre es conveniente casi para cualquier tipo de empresa, excepto para aquellas que tengan de manera permanente baja liquidez, o para aquellas cuyas ventas fluctúen demasiado, ya que en cualquiera de estas situaciones puede causar el incumplimiento del pago de la deuda.

EJEMPLO 5.7 El departamento de horneado de una empresa necesita comprar un dispositivo especial para su proceso, cuyo precio es de \$32 000 con un valor de salvamento de \$4 000 al final de su vida útil de siete años. El dispositivo producirá un ingreso adicional antes de depreciación e impuestos de \$12 000 al año. El gerente de la empresa analiza la posibilidad de pedir un préstamo de \$12 000 para adquirir el dispositivo. El interés del préstamo es de 15% anual y se liquidaría en siete anualidades iguales cada fin de año a partir del primer año. Si la empresa tiene una TMAR de 18%, paga impuestos a una tasa de 50% y deprecia el equipo por el método de línea recta, determine la conveniencia de pedir el préstamo para comprar el dispositivo.

SOLUCIÓN En este problema se integran todos los conceptos que pueden incluirse en un estado de resultados. La respuesta a la conveniencia de la compra del dispositivo debe darse en términos de obtener el VPN de la propuesta con y sin préstamo; aquella alternativa con el VPN mayor será la que deba elegirse.

Primero debe calcularse el VPN para la compra del dispositivo sin préstamo. El cargo anual de depreciación es:

$$D = \frac{P - VS}{n}$$

Si $P = 32\,000$, $VS = 4\,000$ y $n = 7$

$$D = \frac{32\,000 - 4\,000}{7} = 4\,000$$

El estado de resultados sin préstamo se muestra en la tabla 5.17.

TABLA 5.17

Año	1 a 7
+ Ingresos	12 000
- Depreciación	4 000
= Utilidad antes de impuesto (UAI)	8 000
- Impuesto 50%	4 000
= Utilidad después de impuesto (UDI)	4 000
+ Depreciación	4 000
= FNE	8 000

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -32\,000 + 8\,000(P/A, 18\%, 7) + 4\,000(P/F, 18\%, 7) = \\ &= -32\,000 + 8\,000(3.8115) + 4\,000(0.3139) = -\$248.4 \end{aligned}$$

Como se observa, sin el préstamo no es económicamente conveniente la compra del dispositivo. Ahora se analizará la alternativa de solicitar el préstamo. Los cargos de depreciación anual son los mismos, sin embargo, como hay un préstamo, debe determinarse el monto de cada una de las seis anualidades para liquidarlo.

Los datos son: $P = 12\,000$; $i = 15\%$; $n = 6$

$$A = P(A/P, 15\%, 6) = 12\,000(0.2642) = \$3\,170.4$$

Como este pago anual incluye tanto interés como pago al principal (o pago de capital), habrá que determinar cuánto corresponde a cada rubro en cada pago anual hecho. Esto es necesario, pues no se olvide que la ley hacendaria permite deducir del pago de impuestos los pagos de interés provenientes de préstamos, pero no el pago al principal. Para esta determinación se hace una tabla de pago de la deuda (véase tabla 5.18).

TABLA 5.18

Tabla de pago de la deuda				
Año	Interés	Pago a fin de año	Pago al principal	Deuda después de pago
0	0	0	0	12000
1	1800.0	3170.4	1370.4	10629.6
2	1594.4	3170.4	1576.0	9053.6
3	1358.0	3170.4	1812.4	7241.2
4	1086.2	3170.4	2084.0	5157.0
5	773.5	3170.4	2396.8	2760.1
6	414.0	3170.4	2756.4	3.7

En la tabla 5.18 se redondearon las cifras al decimal más cercano, debido a lo cual habrá algunos errores. En el año 6 queda un remanente de \$3.70 que, sumado a los \$2 756.40 del pago principal da como total \$2 760.10, que es la deuda después del pago del año 5. Si se desea liquidar toda la deuda deberá pagarse \$2 760.10, que es la cifra que aparece en el estado de resultados. El horizonte de planeación o análisis del dispositivo es de siete y el préstamo es de sólo seis años; esto no tiene más influencia que el que los flujos del año siete no se vean alterados por el pago del préstamo. Por lo tanto, el estado de resultados con préstamo sería el mostrado en la tabla 5.19.

TABLA 5.19

	1	2	3	4	5	6	7
+ Ingresos	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000
- Depreciación	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
- Pago de intereses	1800.0	1594.4	1358.0	1086.2	773.5	414.0	0

(Continúa)

TABLA 5.19 Continuación

	1	2	3	4	5	6	7
= UAI	6200.0	6405.6	6642.0	6917.4	7226.5	7586.0	8000.0
- Impuestos 50%	3100.0	3202.8	3321.0	3458.7	3613.2	3793.0	4000.0
= UDI	3100.0	3202.8	3321.0	3458.7	3613.2	3793.0	4000.0
+ Depreciación	1000.0	4000.0	4000.0	4000.0	4000.0	4000.0	4000.0
- Pago a principal	1370.0	1576.0	1812.4	2084.2	2396.8	2760.1	0
= FNE	5729.6	5626.8	5508.6	5374.5	5216.5	5032.9	8000.0

Aquí también se redondearon las cifras a la décima más cercana. Ahora se obtiene el VPN de estos flujos. La inversión que se debe considerar no son \$32 000, sino esta cifra menos el préstamo, es decir, \$20 000.

$$TMAR_{\text{mixta}} = \frac{20}{32} \times 0.18 + \frac{12}{32} \times 0.15 = 0.16875$$

$$\begin{aligned} VPN = & -20000 + 5729.6(P/F, 16.875\%, 1) + 5626.8(P/F, 16.875\%, 2) + \\ & 5508.6(P/F, 16.875\%, 3) + 5374.5(P/F, 16.875\%, 4) + \\ & 5216.5(P/F, 16.875\%, 5) + 5032.9(P/F, 16.875\%, 6) + \\ & (8000 + 4000)(P/F, 18\%, 7) = \$3486.23 \end{aligned}$$

Obsérvese que la TMAR del año 7 es 18% y no la TMAR mixta, debido a que en el año 7 ya no hay préstamo.

Con el dinero del préstamo la adquisición del dispositivo es económicamente conveniente por dos razones: primera, porque se usa dinero más barato que el de la propia empresa, ya que mientras la TMAR es de 18%, el interés del préstamo es de sólo 15%. Además, como el pago de intereses se deduce de impuestos, el costo real del préstamo es $i^* = i(1 - T)$, donde i^* es el costo real; i es la tasa que cobra el banco y T es la tasa de impuestos que paga la empresa. De esta forma, el costo real para la empresa es:

$$i^* = 0.15(1 - T) = 0.15(0.5) = 0.075 \text{ o } 7.5\%.$$

Lo anterior se puede comprobar tomando en cuenta el ingreso después de depreciación y antes de impuestos (véase la tabla 5.20).

TABLA 5.20

	Sin préstamo	Con préstamo
+ Ingresos	12000	12000
- Depreciación	4000	4000
- Pago de intereses	0	1800

(Continúa)

TABLA 5.20 Continuación

	Sin préstamo	Con préstamo
= UAI	8 000	6 200
- Impuestos 50%	4 000	3 100
= UDI	4 000	3 100

- ❶ Diferencia de disponibilidad = $4\,000 - 3\,100 = 900$.
- ❷ Por pedir el préstamo se tiene una disponibilidad menor de \$900.
- ❸ Costo real para la empresa $i^* = 0.15(1 - 0.5) = 0.075$.
- ❹ Expresado en dinero, el costo es $12\,000 \times 0.075 = \$900$.

Es decir, pagar \$1 800 de interés el primer año no hace que su disponibilidad de efectivo sea \$1 800 menor, sino sólo \$900, lo cual equivale a tener un costo real de 7.5% sobre el préstamo.

Para hacer el tratamiento de préstamos en la determinación de los FNE en el estado de resultados, basta que se determinen sus respectivos montos anuales y se haga el asiento correcto en el estado de resultados correspondiente. Sin embargo, lo anterior dependerá de las condiciones impuestas en la liquidación del préstamo, incluyendo el pago de intereses y el pago principal. Además, la TMAR que deba utilizarse cuando haya financiamiento es la TMAR mixta. Esto puede tener un impacto nulo en la decisión si la tasa de interés del préstamo es inferior a la TMAR de la empresa.

Flujo de efectivo después de impuestos y el reemplazo de equipo por análisis de VPN incremental

A diferencia del análisis de reemplazo, en la práctica hay empresas con equipos que producen ingresos por sí mismos, es decir, elaboran un producto ya terminado que, al venderse, proporciona un ingreso a la empresa. En tales casos es posible hacer un análisis integral de la situación, en el cual se involucran depreciación e impuestos.

Para el análisis económico de este tipo de casos se utiliza la técnica del VPN incremental. Esta técnica considera que la situación económica actual del equipo usado, es decir, el que se pretende reemplazar, es de inversión cero. La inversión en la máquina se hizo hace años y en este caso se utiliza el concepto de *costo hundido*, cuyo significado es que el pasado no influye en las decisiones económicas del presente, a las cuales sólo las influyen los datos presentes y futuros. Por esta razón, el *pasado* como concepto no existe en ingeniería económica. Este concepto, aplicado al análisis de reemplazo, lleva a considerar a la inversión como cero, o como el valor en libros del equipo usado.

A esta situación de inversión cero se suma una nueva inversión o incremento de inversión que puede ser la compra de una máquina nueva. A este incremento de inversión debe corresponder un aumento de las ganancias para justificar el desembolso extra en la compra del nuevo equipo, de tal forma que el análisis se encamina exclusivamente a obtener los incrementos, tanto de inversión como de FNE, y con ellos se calcula el VPN incremental (véase el siguiente ejemplo).

EJEMPLO 5.8 Hace tres años se compró un equipo textil para elaborar productos especiales en una empresa. Al momento de ser adquirido costó \$350 000, con una vida útil de 10 años, y un valor de salvamento de \$50 000 al final de ese periodo. Un rápido crecimiento en las ventas de la empresa y el avance tecnológico en el área textil hizo posible que, en este momento, se tenga la oportunidad de reemplazar el equipo actual por uno nuevo, cuyo precio de adquisición es de \$500 000, incluyendo la instalación. Tiene una vida útil de siete años y un valor de salvamento de \$80 000 al final de ese periodo.

Este equipo puede incrementar la producción, y por lo tanto las ventas, de \$360 000 a \$440 000 al año. El proveedor también garantiza que elevará la productividad actual y disminuirá el porcentaje de material defectuoso, disminuyendo los costos de producción actuales que son de \$190 000 hasta \$160 000 al año. Ambos equipos se deprecian por línea recta, se pagan impuestos a una tasa de 50% y la TMAR es de 20% anual. Determinar la conveniencia económica del reemplazo si:

a) El equipo usado puede venderse en este momento a su valor en libros.

Como se vio en el capítulo 4, en el análisis de reemplazo por medio del método de análisis incremental, a las cifras de la alternativa de mayor inversión hay que restar las cifras de alternativa menor, y lo que normalmente se encontrará es que la alternativa del equipo nuevo tiene una inversión mayor que la alternativa del equipo usado; por lo tanto, siempre se restarán las cifras de la alternativa del equipo nuevo de las cifras de la alternativa del equipo usado, y esto incluye dos etapas.

La primera etapa se refiere a que, como en estos problemas hay un pago de impuestos, las cifras del flujo neto de efectivo incremental deberán obtenerse de un estado incremental de resultados. La segunda etapa considera la inversión incremental, en la cual también hay algunas modificaciones al pagar impuestos. Por lo tanto, lo que se hace es ir llenado un estado de resultados con las cifras que se tienen, y las que no se conocen, como los cargos de depreciación, se calculan con los datos iniciales:

$$D_U = \frac{350\,000 - 50\,000}{10} = 30\,000$$

$$D_N = \frac{500\,000 - 80\,000}{7} = 60\,000$$

TABLA 5.21 Estado de resultados incremental

	Equipo nuevo (N)		Equipo usado (U)	$\Delta = N - U$
+ Ingresos	440 000	-	360 000	80 000
- Costos	-160 000	-	(-190 000)	30 000
- Depreciación	-60 000	-	(-30 000)	-30 000
= UAI	220 000	-	140 000	80 000
- Impuestos 50%	-110 000	-	(-70 000)	-40 000
= UDI	110 000	-	70 000	40 000
+ Depreciación	60 000	-	30 000	30 000
= FNE	170 000	-	100 000	70 000

En el desarrollo del anterior estado de resultados debe tenerse mucho cuidado con los signos. Obsérvese que todos los rubros que son costos para la empresa tienen un signo negativo, pero además, el análisis incremental significa que a las cifras de la alternativa del equipo nuevo se le restan las cifras de la alternativa del equipo de menor inversión. Lo más interesante es que, por ejemplo, como los costos del equipo nuevo son menores que los costos del equipo usado, la resta va a generar una cantidad positiva que en la práctica se traduce como un ahorro; por ello, en la columna de cifras incrementales la diferencia aparece como positiva.

El resultado del flujo neto de efectivo incremental, \$70 000, puede obtenerse de dos formas: la primera consiste en resolver cada columna de datos del equipo nuevo y datos del equipo usado por separado, y al final restar sólo los FNE. La segunda forma es resolver horizontalmente los tres primeros renglones, y después trabajar la columna incremental de manera independiente. Desde luego, si las operaciones y consideraciones están bien hechas, el resultado del FNE incremental será el mismo.

La segunda etapa implica la inversión inicial incremental. Si se recuerda el método de reemplazo sin pagar impuestos, esta inversión incremental era simplemente restar la inversión de la alternativa de mayor inversión, que es el costo de adquisición del activo nuevo, menos la inversión hecha en la alternativa de menor inversión, que en este caso es el valor de mercado, que en este momento corresponde al activo usado. Sin embargo, cuando se pagan impuestos hay un aspecto adicional a considerar.

Cuando se adquiere cualquier activo en una empresa, éste se anota como un registro oficial. Aunque actualmente todos los registros se hacen de forma electrónica, eso no implica que no se deba hacer tal registro. Además, éste tiene varias implicaciones, una de ellas es el registro que se realiza en el balance general año con año. Por ejemplo, el registro hecho al momento de adquirir el activo usado en el problema fue:

TABLA 5.22 Registro en libros, en el año de la compra, de la adquisición del activo usado

Activo	Pasivo
Activo fijo \$350 000	
	Capital \$350 000
Activo total \$350 000	Pasivo + capital \$350 000

Este balance general, presentado en forma fraccionada, implica que el activo de la empresa tuvo un aumento de \$350 000, y el dinero para la compra provino de una aportación de los accionistas. Aunque esto incrementó el capital, la compra también pudo haberse realizado por medio de un préstamo; en tal caso, el cargo de la aportación se habría hecho al rubro de *pasivo* en el balance general. De acuerdo con los datos del problema, este activo tenía una vida útil (vida fiscal) de 10 años en el momento en que fue adquirido, así como un valor de salvamento de \$50 000 al final de ese periodo. Esto implicó que los cargos de depreciación fueran de \$30 000 al año.

Al final de un año, y debido a la depreciación, el activo ya no tendrá un valor de \$350 000 sino que habrá perdido \$30 000, por lo que ahora su valor será de \$320 000 y en el balance general aparecerá como:

TABLA 5.23 Balance general al final del año I

Activo	Pasivo
Activo fijo \$350 000	
-Depreciación acumulada \$30 000	Capital
Activo fijo total \$320 000	\$320 000
Activo total \$320 000	Pasivo + capital \$320 000

La tabla 5.23 indica que la empresa tiene un valor menor, pues por el uso y el paso del tiempo el activo que tenía perdió valor, es decir, se depreció, lo cual también se va a reflejar en el *capital*, que ha disminuido para efecto de mantener el equilibrio entre la igualdad $A = P + C$. El valor residual que va adquiriendo año tras año un activo fijo se llama *valor en libros*, y se puede calcular directamente como:

$$\text{Valor en libros (VL)} = \text{Valor original (P)} - n (\text{depreciación})$$

donde n es el número de años transcurridos desde el momento de la adquisición del activo.

El inciso *a*) del problema dice que el activo usado se vende a su valor en libros. El valor en libros del activo usado al momento de estar tomando la decisión del reemplazo es:

$$VL = 350\,000 - 3(30\,000) = 260\,000$$

La forma en que se vería en el balance general, la venta del activo usado a su valor en libros es:

TABLA 5.24 Venta del activo usado a su valor en libros

Activo	Pasivo
Activo circulante	
Efectivo	Capital
\$260 000	
Activo fijo total	\$260 000
\$0	
Activo total	Pasivo + capital
\$260 000	\$260 000

Se observa que ya no hay activo fijo porque ya se vendió, y en su lugar aparece *efectivo*. El balance general no se altera en el total. La disminución del valor del activo debido a la depreciación también se refleja en la disminución del capital. En el problema, el efectivo recibido por la venta del activo usado se utiliza totalmente para ayudar en la compra del activo nuevo, por lo que la inversión inicial incremental es:

<i>Inversión inicial incremental</i>	
- Compra del activo nuevo	\$500 000
+ Venta del activo usado	\$260 000
Desembolso inicial neto	-\$240 000

Con estos datos, se calcula el *valor presente neto incremental*:

$$\begin{aligned}\Delta VPN_{N-U} &= -240\,000 + 70\,000(P/A, 20\%, 7) + (80\,000 - 50\,000)(P/F, 20\%, 7) \\ &= 20\,695\end{aligned}$$

Como el $\Delta VPN > 0$, es conveniente aceptar el reemplazo del equipo.

- b) El equipo usado ha tenido un uso tan intenso que, en este momento, se puede vender en el mercado por sólo \$180 000.

Para la solución, el cambio en el valor de mercado del activo usado no cambia en absoluto los flujos netos de efectivo incrementales. Lo que si cambia es la inversión inicial incremental, ya que ahora se produce un efecto en los impuestos. Obsérvese que si se tiene un valor en libros de \$260 000, al final de tres años de haber comprado el activo, entonces el balance general es:

TABLA 5.25 Balance general después de tres años de uso del activo

Activo	Pasivo
Activo fijo \$350 000	
–Depreciación acumulada \$90 000	Capital
Activo fijo total \$260 000	\$260 000
Activo total \$260 000	Pasivo + capital \$260 000

Se supone que al momento del reemplazo, el activo usado se vende en \$180 000, por lo que el balance general es:

TABLA 5.26 Balance general después de vender el activo usado en \$180 000

Activo	Pasivo
Activo circulante	
Efectivo \$180 000	Capital
Activo fijo total \$0	\$180 000
Activo total \$180 000	Pasivo + capital \$180 000

Se podrá observar que hubo una pérdida para los accionistas, ya que en vez de tener un activo total por \$260 000, ahora sólo tienen un activo total por \$180 000. Esta pérdida llamada *pérdida operativa*, que fue por un total de $\$260\,000 - \$180\,000 = \$80\,000$, causará un ahorro de impuestos al hacer uso del escudo fiscal. Al observar los datos de la tabla 5.27 se encuentra que el pago de impuestos sin pérdida operativa es de \$110 000:

TABLA 5.27 Pago de impuestos sin pérdida operativa

Concepto	Equipo nuevo
+ Ingresos	160 000
- Costo	-160 000
- Depreciación	-60 000
= UAI	220 000
- Impuestos 50%	110 000

Sin embargo, con la pérdida operativa se tiene:

TABLA 5.28 Pago de impuestos considerando la pérdida operativa

Concepto	Equipo nuevo
+ Ingresos	440 000
- Costos	-160 000
- Depreciación	-60 000
- Pérdida operativa	-80 000
= UAI	140 000
- Impuesto 50%	70 000

El ahorro de impuestos fue de $\$110\,000 - 70\,000 = \$40\,000$. Una forma más sencilla de hacer este cálculo es:

$$\text{Ahorro de impuestos} = \text{Pérdida operativa (tasa de impuestos)}$$

$$\text{Ahorro de impuestos} = 80\,000 (0.5) = \$40\,000$$

Con estos datos se calcula la nueva inversión inicial incremental como:

Inversión neta incremental

- Costo del equipo nuevo	\$500 000
+ Venta de equipo usado	\$180 000
+ Ahorro de impuestos	\$40 000
Desembolso neto	-\$280 000

Además, con esto se calcula el ΔVPN del inciso *b*):

$$\begin{aligned}\Delta\text{VPN} &= -280\,000 + 70\,000(P/A, 20\%, 7) + (80\,000 + 30\,000)(P/F, 20\%, 7) \\ &= -19\,305\end{aligned}$$

Con este resultado no se acepta el reemplazo, ya que $\Delta\text{VPN} < 0$.

- c) El activo usado se puede vender en el mercado en este momento por \$290 000. Luego de hacer un razonamiento similar al realizado en el inciso b), se puede observar que si el activo usado tiene, al final del tercer año, un valor en libros de \$260 000 y en ese momento se puede vender en el mercado en \$290 000, entonces se va a generar una *ganancia operativa* por \$30 000, lo cual, a su vez, causará un pago de impuestos. El balance general antes de vender el activo usado es similar al mostrado en la tabla 5.25, en tanto que inmediatamente después de venderlo por \$290 000 aparece como:

TABLA 5.29 Balance general después de vender el activo usado en \$290 000

Activo	Pasivo
Activo circulante	
Efectivo	Capital
\$290 000	
Activo fijo total	\$290 000
\$0	
Activo total	Pasivo + capital
\$290 000	\$290 000

Es evidente que el capital de los accionistas aumentó por la simple venta de un activo de su propiedad. Los impuestos que se pagan son directamente proporcionales a la tasa de impuestos:

$$\text{Pago de impuestos} = \text{Ganancia operativa} \times \text{tasa de impuestos}$$

$$\text{Pago de impuestos} = (290\,000 - 260\,000)(0.5) = \$15\,000$$

La inversión inicial incremental ahora es:

Inversión inicial incremental

- Compra de equipo nuevo	\$500 000
+ Venta de equipo usado	\$290 000
- Pago de impuestos	\$15 000
Desembolso inicial neto	-\$225 000

Con estos datos se calcula el nuevo ΔVPN :

$$\begin{aligned}\Delta\text{VPN} &= -225\,000 + 70\,000(P/A, 20\%, 7) + (80\,000 - 30\,000)(P/F, 20\%, 7) \\ &= 35\,695\end{aligned}$$

Por lo tanto, se acepta el reemplazo.

Se habrá notado que, al igual que en el método de reemplazo con análisis incremental, mostrado en el Capítulo 4, aquí también se restan los valores de salvamento de los activos, al calcular el VPN incremental, pues se debe mantener la congruencia metodológica en ambos análisis de reemplazo por el método incremental.

RESUMEN

Se han presentado dos diferentes métodos de depreciación: línea recta (LR) y suma de dígitos de los años (SDA). En México, la ley hacendaria sólo permite el uso del método LR con cargos actualizados, mientras que el SDA es prácticamente desconocido para aplicaciones fiscales.

Por otro lado, se presentó el estado de resultados, que es el formato básico para obtener los flujos netos de efectivo (FNE) con todas las variantes que pueda tener este concepto, como son FNE antes y después de impuestos; FNE aplicando LR o SDA; FNE con y sin financiamiento. Además, las mezclas que se pueden obtener como: FNE después de impuestos con LR y financiamiento etc. Todo esto se puede trabajar fácilmente con el estado de resultados, el cual es un formato más sencillo que el utilizado por los estadounidenses, y aparece en todos los libros de texto sobre el tema. También se presentó el método de análisis de reemplazo de equipo utilizando el estado de resultados para obtener los FNE incrementales, de donde se deriva un VPN incremental, considerando depreciación e impuestos.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un equipo offset de impresión tiene un costo inicial de \$310 000, vida útil de cinco años y un valor de rescate de \$10 000 al final de ese periodo. Producirá ingresos de \$120 000 el primer año, con incrementos anuales de \$15 000. Los costos son de \$60 000 en forma constante durante los cinco años. Se pagan impuestos a una tasa de 40% y la TMAR = 10% anual. Determina el VPN de la inversión si *a*) se utiliza depreciación en línea recta, *b*) se utiliza depreciación por SDA.

SOLUCIÓN A Determinése el cargo anual de depreciación y el estado de resultados correspondiente (véase la tabla 5.30).

$$D = \frac{310\,000 - 10\,000}{5} = 60\,000$$

TABLA 5.30

Estado de resultados (en miles)					
	Años				
	1	2	3	4	5
+ Ingresos	120	135	150	165	180
- Costo	60	60	60	60	60
- Depreciación	60	60	60	60	60
= UAI	0	15	30	45	60
- Impuestos 40%	0	6	12	18	24
= UDI	0	9	18	27	36
+ Depreciación	60	60	60	60	60
= FNE	60	69	78	87	96

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -310 + 60(P/A, 10\%, 5) + 9(P/G, 10\%, 5) + 10(P/F, 10\%, 5) = \\ &= -310 + 227 + 62 + 6 = -310 + 295 = -\$15 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN B Determinése el cargo anual de depreciación en miles (véanse las tablas 5.31 y 5.32).

TABLA 5.31

Año	D
1	$5/15(310 - 10) = 100$
2	$4/15(310 - 10) = 80$
3	$3/15(310 - 10) = 60$
4	$2/15(310 - 10) = 40$
5	$1/15(310 - 10) = 20$

TABLA 5.30

Estado de resultados (en miles)					
	Años				
	1	2	3	4	5
+ Ingresos	120	135	150	165	180
- Costos	60	60	60	60	60
- Depreciación	100	80	60	40	20
= UAI	-40	-5	30	65	100
- Impuestos 40%	+16	+2	12	26	40

(Continúa)

TABLA 5.32 Continuación

Estado de resultados (en miles)					
	Años				
	1	2	3	4	5
= UDI	-24	-3	18	39	60
+ Depreciación	100	80	60	40	20
= FNE	76	77	78	79	80

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -310 + 76(P/A, 10\%, 5) + 1(P/G, 10\%, 5) + 10(P/F, 10\%, 5) = \\ &= -310 + 228 + 6.8 + 6.2 = -\$9 \end{aligned}$$

El resultado significa que bajo ningún método de depreciación es conveniente invertir en la compra de la máquina.

2. Con los datos del problema 1, considérese un préstamo de 25% de la inversión, a una tasa de 8% de interés anual que se saldará en la siguiente forma: pagos anuales sólo de interés al final de cada año, que iniciarán un año después de hacer el préstamo y pago principal e interés al final del quinto año. *a)* Aplíquese depreciación en línea recta, *b)* utilícese SDA y determínese el VPN en ambos casos.

SOLUCIÓN El estado de resultados permanece igual, excepto que se deben introducir los conceptos de costos financieros y pago a principal. El préstamo es de $310\,000 \times 0.25 = \$77\,500$ y el pago de interés es de $77\,500 \times 0.08 = \$6\,200$ (véase la tabla 5.33).

TABLA 5.33

Estado de resultados con financiamiento (en miles)					
	1	2	3	4	5
+ Ingresos	120	135	150	165	180
- Costos	60	60	60	60	60
- Depreciación	60	80	60	60	60
- Costo financiero	6.2	6.2	6.2	6.2	6.2
= UAI	-6.2	8.8	23.8	38.8	53.8
- Impuestos 40%	+2.48	3.52	9.52	15.52	21.52
= UDI	-3.72	-5.28	14.28	23.28	32.28
+ Depreciación	60	60	60	60	60
- Pago a principal	0	0	0	0	0
= FNE	56.28	65.28	74.28	83.28	14.78

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -232.5 + 56.28(P/F, 10\%, 1) + 65.28(P/F, 10\%, 2) + \\ & 74.28(P/F, 10\%, 3) + 83.28(P/F, 10\%, 4) + (14.78 + 10) \\ & (P/F, 10\%, 5) = \$0.68 \end{aligned}$$

La inversión inicial disminuye en la cantidad en que se pidió el financiamiento, por lo tanto, ésta es de $310 - 77.5 = \$232.5$. De acuerdo con los resultados, la inversión con financiamiento y depreciación en línea recta es la que debe elegirse (véase la tabla 5.34).

TABLA 5.34

Estado de resultados con financiamiento y depreciación con SDA (en miles)

	1	2	3	4	5
+ Ingresos	120	135	150	165	180
- Costos	60	60	60	60	60
- Depreciación	100	80	60	40	20
- Costo financiero	6.2	6.2	6.2	6.2	6.2
= UAI	-46.2	-11.2	23.8	58.8	93.8
- Impuestos 40%	+18.48	+4.48	9.52	23.52	37.52
= UDI	-27.72	-6.72	14.28	35.28	56.28
+ Depreciación	100	80	60	40	20
- Pago a principal	0	0	0	0	77.5
= FNE	72.28	73.28	74.28	75.28	-1.22

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -232.5 + 72.28(P/A, 10\%, 4) + 1(P/G, 10\%, 4) + (10 - 1.22) \\ & (P/F, 10\%, 5) = -232.5 + 229 + 4.37 + 5.45 = \$6.44 \end{aligned}$$

Por ambos métodos de depreciación, la inversión mediante un financiamiento es económicamente rentable. Obsérvese que el VPN de los problemas 1 y 2 siempre es mayor si se utiliza SDA que línea recta, lo cual muestra las bondades económicas de su aplicación. El resultado del problema 2 también muestra la conveniencia económica de pedir financiamiento externo. En rigor, la TMAR que debió aplicarse en este problema para calcular el VPN es una TMAR mixta, la cual se determina según se muestra en la tabla 5.35.

TABLA 5.35

Accionista	% aportación	% interés
Empresa	0.6	0.1 = 0.06
Financiera	0.4	0.08 = 0.032
		0.092

Es decir, 9.2% anual. En realidad, la aplicación de esta TMAR al problema no habría alterado la decisión, ya que su efecto sería aumentar el valor del VPN.

Como ejercicio realícese el cálculo del VPN en los incisos *a)* y *b)* con esta TMAR.

3. Se tiene el proyecto de adquirir un centro de maquinado que generará beneficios antes de depreciación e impuestos de \$32 500 al año durante ocho años. Su vida útil es de ocho años sin valor de salvamento al final del periodo. Se depreciará por el método de línea recta. Si se pagan impuestos a una tasa de 40% y la TMAR de la empresa es 8%, ¿cuál es la cantidad máxima que debe invertirse en este equipo para que sea económicamente rentable su adquisición?

SOLUCIÓN En este caso se desconoce el precio del centro de maquinado y, por lo tanto, también el del cargo anual de depreciación. En la resolución del problema, en cualquier cálculo donde se necesite el precio de la máquina, utilice una incógnita.

$$D = \frac{x-0}{8} = \frac{x}{8} = 0.125x$$

Sólo será necesario determinar el estado de resultados para el primer año, pues permanece igual durante los ocho años (véase la tabla 5.36).

TABLA 5.36

	Años 1 a 8
+ Ingresos	32 500
- Depreciación	0.125 <i>x</i>
= UAI	32 500 - 0.125 <i>x</i>
- Impuestos 40%	-(13 000 - 0.05 <i>x</i>)
= UDI	19 500 - 0.075 <i>x</i>
+ Depreciación	+0.125 <i>x</i>
= FNE	19 500 + 0.05 <i>x</i>

$$\text{VPN} = -x + (19\,500 + 0.05x)(P/A, 8\%, 8) = -x + 112\,059 + 0.28735x$$

$$x = \frac{112\,059}{0.71265} = 157\,239$$

La forma de demostrar que $x = 157.239$ es el valor correcto, es asignarlo como dato conocido en el problema y calcular el VPN. Por tanteo, la depreciación es:

$$D = \frac{157\,239}{8} = 19\,654$$

Con estos datos se calcula el estado de resultados, como se muestra en la tabla 5.37.

TABLA 5.37

	Años 1 a 8
+ Ingresos	32 500
- Depreciación	19 654
= UAI	12 846
- Impuestos 40%	5 138
= UDI	7 708
+ Depreciación	19 654
= FNE	27 362

$$\text{VPN} = -157\,239 + 27\,362(P/A, 8\%, 8) = +0$$

Es claro que la idea subyacente a lo largo de la solución es: para que una inversión sea económicamente rentable, su VPN debe ser al menos de cero, pues no se olvide que ésta es la condición mínima para aceptar inversiones. Por eso, en la comprobación, el resultado es $\text{VPN} = 0$, es decir, el resultado es cero.

4. Hace seis años se compró una máquina copiadora en \$72 000 cuya vida útil es de 12 años, al final de la cual su valor de salvamento será cero. Su valor actual en libros es de \$36 000. Recientes avances tecnológicos hacen pensar en la posibilidad de reemplazar el equipo actual por uno nuevo a un precio de \$102 000; los costos de producción son un poco más elevados, ya que en la actualidad irían de \$15 000 hasta \$17 000 por año; a cambio, la producción y ventas se incrementarían sustancialmente de \$35 000 hasta \$70 000 al año.

El equipo nuevo tiene una vida esperada de seis años con un valor de salvamento de cero al final de ese periodo. Si se reemplaza la máquina usada puede venderse por \$20 000 en el mercado. Si la empresa utiliza depreciación en línea recta paga impuestos a una tasa de 50% y su TMAR es de 18%.

- Determinese la conveniencia económica del reemplazo.
- Si la máquina usada se vendiera en \$40 000, ¿cómo afecta eso la respuesta del inciso a)?

SOLUCIÓN A Este problema presenta un nuevo aspecto que está relacionado con la venta de la máquina usada. Obsérvese que el valor actual en libros de dicha máquina es:

$$VL = P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) T = 72\,000 - \left(\frac{72\,000 - 0}{12} \right) 6 = 36\,000$$

Es decir, el *valor en libros* es la cantidad que, vía fiscal, no es recuperada del activo. Si se tiene un activo por esa cantidad y se vende por sólo \$20 000, se incurre en una pérdida operativa de $36\,000 - 20\,000 = 16\,000$, lo que a su vez, al hacer uso de la protección fiscal, ocasiona un ahorro de impuestos de:

$$\text{Pérdida operativa} \times \text{tasa fiscal} = 16\,000 \times 0.5 = \$8\,000$$

Para calcular este ahorro de impuestos de otra forma, puede suponerse que en el año de la compra el ingreso gravable fue de \$60 000, con lo que el pago de impuestos debe ser de $60\,000 \times 0.5 = \$30\,000$. Por otro lado, si existe la pérdida operativa, el ingreso gravable será de $60\,000 - 16\,000 = 44\,000$ y se pagarán impuestos por $44\,000 \times 0.5 = \$22\,000$. La diferencia entre ambos pagos de impuestos es de $30\,000 - 22\,000 = \$8\,000$, que es la cantidad que se había calculado como ahorro de impuestos. La repercusión que esto tiene es que disminuye la inversión inicial al pagar menos impuestos.

Además, en caso de que se hiciera el reemplazo, se tendría que vender la máquina usada en \$20 000, lo cual también provocaría el efecto de reducir la inversión inicial, pues es un dinero recuperado. Por lo tanto, la inversión inicial, en caso de decidir el reemplazo sería lo mostrado en la tabla 5.38.

TABLA 5.38

Costo de la máquina nueva	\$102 000
– Ahorro de impuestos	8 000
– Venta máquina usada	20 000
Inversión inicial neta	74 000

Los cargos de depreciación tanto para la máquina usada como para la nueva son:

$$\text{Máquina usada: } D = \frac{72\,000 - 0}{12} = 6\,000$$

$$\text{Máquina nueva: } D = \frac{102\,000 - 0}{6} = 17\,000$$

Ahora se obtiene en los FNE incrementales, para los años 1 al 6 (véase la tabla 5.39):

TABLA 5.39

	Máquina usada (1)	Máquina nueva (2)	(2 - 1)
+ Ingresos	35 000	70 000	35 000
- Costo	15 000	17 000	2 000
- Depreciación	6 000	17 000	11 000
= UAI	14 000	36 000	22 000
- Impuestos 50%	7 000	18 000	11 000
= UDI	7 000	18 000	11 000
+ Depreciación	6 000	17 000	11 000
= FNE	13 000	35 000	22 000

$$\text{VPN} = -74\,000 + 22\,000(P/A, 18\%, 6) = \$2\,950$$

Como puede verse, es conveniente reemplazar la máquina usada.

SOLUCIÓN B Ahora se considera que la máquina usada puede venderse en \$40 000. La repercusión que esto tiene es sobre la inversión inicial. Con una pérdida operativa hubo un ahorro de impuestos, pero ahora con una ganancia operativa de \$40 000 - 36 000 = \$4 000, el efecto es inverso y la inversión inicial se calcula como:

+ Costo de máquina nueva	\$102 000
+ Pago de impuestos $4\,000 \times 0.5$	2 000
- Venta de la máquina usada	40 000
	<hr/>
	64 000

por lo tanto, el VPN del reemplazo es:

$$\text{VPN} = -64\,000 + 22\,000(P/A, 18\%, 6) = +\$12\,956$$

En este caso aumentó la ganancia, puesto que se vendió un activo a un valor mayor a lo esperado.

- Una institución educativa gubernamental produce y vende diversos artículos como plumas, llaveros y otros, para allegarse recursos económicos. Hace cinco años invirtió \$16 000 en equipo, una inversión que le produce actualmente un ingreso anual de \$22 500, con unos costos de producción de \$18 600. Se analiza la posibilidad de reemplazar el equipo por uno nuevo que costaría \$29 000, y su vida útil sería de 10 años con un valor de salvamento de \$4 500. Aumentaría los ingresos a \$29 000 al año y los costos de producción tendrían un ligero incremento

de hasta \$21 000 por año. El equipo usado aún puede trabajar 10 años más y en la actualidad tiene un valor de mercado de \$2 500. La institución educativa no paga impuestos y desea hacer un análisis económico para 10 años; su TMAR de referencia es de 8% anual. Calcule la conveniencia económica de reemplazar el equipo.

SOLUCIÓN En el problema no se menciona la depreciación debido a que ésta sólo es importante cuando se pagan impuestos. Así, la solución es más sencilla al simplificarse el estado de resultados. Aquí sólo se necesita un análisis incremental de ingresos y costos, como se muestra en la tabla 5.40.

TABLA 5.40

	Máquina usada	Máquina nueva	Mn - Mu
+ Ingresos	22 500	29 000	6 500
- Costo	18 000	21 000	2 400
= FNE	3 900	8 000	4 100

$$\text{Desembolso inicial neto} = 29\,000 - 2\,500 = \$26\,500$$

$$\text{VPN} = -26\,500 + 4\,100(P/A, 8\%, 10) + 4\,500(P/F, 8\%, 10) = \$3\,091$$

Por lo tanto, acéptese el reemplazo del equipo.

6. Una pequeña compañía productora de refacciones para automóviles está indecisa sobre rentar o comprar un vehículo para el reparto de sus productos. La renta siempre se paga por adelantado y tiene un costo de \$4 000 anuales. Si se compra el vehículo, éste costaría \$11 000, se podría depreciar por línea recta a lo largo de su vida útil de cinco años y su valor de salvamento sería de \$1 000. El mantenimiento anual del vehículo ascendería a \$1 000. En cualquier caso, los ingresos por ventas de la empresa serían de \$12 500 al año. Para un periodo de análisis de cinco años, una tasa de impuestos de 50% y una TMAR de 15% anual, *a*) determínese cuál alternativa debe seleccionarse, *b*) ¿cambia la decisión si el pago de la renta se hace a principio de año?

SOLUCIÓN A En este tipo de problemas es muy importante el término utilizado al pagar la renta. No es lo mismo decir *pago por adelantado* que *pago a principio de año*. Pago por adelantado significa pagar antes de que inicie el periodo de renta, por ejemplo, si se va a contratar el vehículo para 1993, el pago puede hacerse durante todo 1992, con lo que contablemente, ese pago se asentará en 1992. Incluso, si se paga el 31 de diciembre de 1992 será adelantado respecto de 1993. Pero si el enunciado del problema dice que la renta se paga *a principio de año*, entonces deberá pagarse el 1 de enero de 1993 y aunque sólo medie un día con respecto al *pago por adelantado*, este pago a principio de año contablemente se

asienta en 1993. Aun cuando parece insignificante, esta diferencia puede provocar notables discrepancias en los FNE y, por lo tanto, en la evaluación económica de las decisiones de inversión. Para efectos de solución de problemas donde se aísla el evento económico bajo análisis, el pago por adelantado para el primer periodo se toma como inversión ante la imposibilidad de analizar el efecto contable que ocasionaría en el periodo anterior. No se olvide el concepto de *costos hundidos*.

El cálculo del estado de resultados y VPN con pago adelantado de renta se muestra en la tabla 5.41.

TABLA 5.41

	Años 1 a 4	Año 5
+ Ingresos	12 500	12 500
- Costo de renta	4 000	0
= UAI	8 500	12 500
- Impuestos 50%	4 250	6 250
= FNE	4 250	6 250

$$\text{VPN} = -4\,000 + 4\,250(P/A, 15\%, 4) + 6\,250(P/F, 15\%, 5) = \$11\,241$$

El estado de resultados y VPN con compra se muestran en la tabla 5.42.

$$D = \frac{11\,000 - 1\,000}{5} = 2\,000$$

TABLA 5.42

	Años 1 a 5
+ Ingresos	12 500
+ Costo	1 000
- Depreciación	2 000
= UAI	9 500
- Impuestos 50%	4 750
= UDI	4 750
+ Depreciación	2 000
= FNE	6 750

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -11\,000 + 6\,750(P/A, 15\%, 5) + 1\,000(P/F, 15\%, 5) \\ &= \$12\,123 \end{aligned}$$

Con estas dos opciones se escogería la compra del vehículo por tener mayor VPN.

SOLUCIÓN B Si la renta se paga a principio de año, entonces el estado de resultados y el VPN se calculan según se muestra en la tabla 5.43.

TABLA 5.43

	Años 1 a 5
+ Ingresos	12 500
- Costo de renta	4 000
= UAI	8 500
- Impuestos 50%	4 250
= FNE	4 250

$$\text{VPN} = 4\,250(P/A, 15\%, 5) = \$14\,246$$

Al cambiar el pago de renta un periodo también cambia la decisión, es decir, si la renta es pagada a principio de año, se escogería esta opción sobre las dos anteriores por tener mayor VPN.

7. Una dependencia del Sector Salud quiere producir un chicle especial que sustituya con el tiempo el hábito de fumar. Se ha calculado una inversión de \$5 600 mdp (millones de pesos); los ingresos por la venta del producto serán de \$6 230 mdp, en tanto que los costos de producción ascenderían a \$5 350 mdp durante la vida útil del proyecto estimada en 10 años, al cabo de los cuales, la inversión hecha no tendría ningún valor de salvamento. La dependencia gubernamental no paga impuestos y ha determinado que la inversión no es rentable a una tasa de referencia de 10% anual. Como el objetivo no es lucrar, se ha concluido que para ser rentable la inversión no deben elevarse los precios del producto, sino pedir un préstamo a una tasa preferencial de 6% anual, que se pagaría en 10 anualidades iguales, comenzando a pagar al final del primer año. Determinése el nivel mínimo de financiamiento que haga rentable la inversión. Utilice la TMAR mixta para calcular el VPN.

SOLUCIÓN Primero se determina si en realidad la inversión sin financiamiento no es rentable.

$$\text{Beneficio anual} = 6\,230 - 5\,350 = 880$$

$$\text{VPN} = -5\,600 + 880(P/A, 10\%, 10) = -\$192.4$$

Ahora, por prueba y error se determina el nivel óptimo de financiamiento para hacer rentable la inversión. EL VPN debe ser cero o muy cercano a cero. Como no hay impuestos, el pago del préstamo se resta directamente de la utilidad. Se encontró que a 28% de financiamiento el $\text{VPN} = +0$.

$$\text{Préstamo} = 5\,600 \times 0.28 = \$1\,568$$

$$\text{Inversión} = 5\,600 \times 0.72 = \$4\,032$$

$$A = 1\,596(A/P, 6\%, 10) = \$255.11$$

Ahora véanse las tablas 5.44 y 5.45.

TABLA 5.44

	Años 1 a 5
+ Ingresos	6 230
- Costo	5 350
- Pago de deuda	255.11
= FNE	624.88

TABLA 5.45

TMAR mixta	$0.28 \times 0.06 = 0.0168$
	$0.72 \times 0.1 = 0.072$
	0.0888

$$VPN = -4032 + 624.887(P/A, 8.88\%, 10) = 0$$

8. Una empresa química desea adquirir un nuevo reactor para mejorar su producción. El precio del reactor es de \$50 000 y se ha estimado que el primer año puede producir beneficios de \$15 000 antes de depreciación e impuestos, los cuales, en el futuro, disminuirían en \$1 500 por año. El valor de salvamento del reactor es de \$8 000 al final de su vida útil de seis años. Se pagan impuestos a una tasa de 40% y la TMAR de la empresa es de 12% anual. Determinése el VPN de la compra del equipo si se deprecia por línea recta.

SOLUCIÓN A Una forma de resolver problemas que incluyen impuestos, y que comúnmente se presenta en muchos textos, es mediante una tabla que simplifica algunos cálculos, pero que al simplificarlos omite detalles de cálculo que pueden ser útiles al estudiante en la comprensión integral de la solución. El método se muestra en la tabla 5.46.

$$D = \frac{50\,000 - 8\,000}{6} = 7\,000$$

TABLA 5.46

Año	FN (1)	Dt (2)	UAI (3) = 1 - 2	Impuesto (4) = tasa x (3)	FNE (5) = 1 - 4
0	-50 000	0	0	0	0
1	15 000	7 000	8 000	3 200	11 800
2	13 500	7 000	6 500	2 600	10 900
3	12 000	7 000	5 000	2 000	10 000

(Continúa)

TABLA 5.46 *Continuación*

Año	FN (1)	Dc (2)	UAI (3) = 1 - 2	Impuesto (4) = tasa x (3)	FNE (5) = 1 - 4
4	10 500	7 000	3 500	1 400	9 100
5	9 000	7 000	2 000	800	8 200
6	7 500	7 000	500	200	7 300
VS	8 000				VS 8 000

En las columnas 1 y 5 se suma de manera adicional el valor de salvamento del equipo. La columna 4 de impuestos se obtiene multiplicando la UAI (utilidad antes de impuestos) o ingreso gravable por la tasa impositiva. El VPN es:

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -50\,000 + 11\,800(P/A, 12\%, 6) - 900(P/G, 12\%, 6) \\ &\quad + 8\,000(P/F, 12\%, 6) = -\$5\,474 \end{aligned}$$

Desde luego, el VPN se calcula con la última columna o FNE (flujo de efectivo).

SOLUCIÓN B Utilizando el método del estado de resultados se producen exactamente los mismos resultados, como se podrá comprobar (véase la tabla 5.47).

Es cierto que con el primer método el cálculo es más directo, sin embargo, cuando hay pérdidas antes de impuestos o cuando hay financiamiento, el método ya no es tan directo y no muestra el cálculo detalladamente como sí lo hace el estado de resultados. Se presenta como un método alternativo y el estudiante elegirá aquel que le parezca más accesible. Obsérvese que los datos importantes del cálculo (pago de impuestos y los FNE) son exactamente iguales con ambos métodos.

TABLA 5.47

	1	2	3	4	5	6
+ Ingresos	15 000	13 500	12 000	10 500	9 000	7 500
- Depreciación	7 000	7 000	7 000	7 000	7 000	7 000
= UAI	8 000	6 500	5 000	3 500	2 000	500
- Impuestos 50%	3 200	2 600	2 000	1 400	800	200
= UDI	4 800	3 900	3 000	2 100	1 200	300
+ Depreciación	7 000	7 000	7 000	7 000	7 000	7 000
= FNE	11 800	10 900	10 000	9 100	8 200	7 300

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Una empresa invirtió \$328 000 en una máquina fresadora que proporcionará ingresos anuales, después de impuestos, por \$78 000 durante un periodo de ocho años. Si la TMAR de la empresa es de 15% anual, determínese si fue conveniente haber invertido en la fresadora.

RESPUESTA Sí fue conveniente la inversión porque $VPN = \$22 011$.

2. Una oficina gubernamental adquirió un equipo de impresión por \$120 000, financiado a 100% por el proveedor en un periodo de seis años. Le ofrece dos planes de pago: en el plan 1 se paga una cantidad igual anualmente, haciendo el primer pago al final del primer año; en el plan 2 se paga una fracción igual de capital cada fin de año más el interés sobre saldos insolutos. El primer pago se hará un año después de la adquisición. El proveedor cobra un interés de 12% anual en este tipo de ventas. Si la TMAR de referencia para el gobierno es de 12% anual y no se pagan impuestos, *a)* encuentre cuál plan de pago debe seleccionar, *b)* ¿cuál será la mejor alternativa si la TMAR del gobierno es de 15%?

RESPUESTA *a)* Son indiferentes; *b)* selecciónese el plan 2.

3. Una empresa editorial desea reemplazar una antigua máquina offset que a la fecha se encuentra totalmente depreciada, es decir, su valor de salvamento es cero en cualquier momento en que sea vendida. El nuevo equipo aumentará los beneficios antes de depreciación e impuestos en \$33 000 anuales durante toda su vida útil, calculada en nueve años. Su precio es de \$166 500 sin valor de salvamento al final de los nueve años. Si la empresa paga impuestos a una tasa de 47% y su TMAR = 11%, establezca la conveniencia del reemplazo: *a)* si se usa depreciación en línea recta; *b)* si se deprecia por SDA.

RESPUESTA *a)* $VPN = -21 512$; *b)* $VPN = -\$14 911$.

4. Se compró una excavadora por \$77 000, y se espera que produzca ingresos brutos de \$18 000 en forma constante durante toda su vida útil. Sin embargo, también se espera que los costos de mantenimiento aumenten de \$3 800 el primer año, a \$4 200 el segundo, \$4 600 el tercero y así sucesivamente, es decir, un incremento constante de \$400 al año durante su vida de uso. Se calcula que la máquina puede durar en servicio seis años, con un valor de rescate de \$5 000 al final de ese periodo. La empresa utiliza depreciación en línea recta, paga impuestos a una tasa de 45% y su TMAR = 5%. Determínese el VPN de la adquisición.

RESPUESTA $VPN = -\$8 852$.

5. Una empresa necesita comprar un equipo de envasado que proporcionará ingresos de \$120 000 anuales durante 10 años; los costos de operación son de \$40 000 anua-

les durante 10 años. El equipo cuesta \$220 000, tiene una vida útil estimada de 10 años, con valor de salvamento de \$20 000 al final de ese periodo. Se deprecia por el método de suma de dígitos de los años. La empresa paga impuestos a una tasa de 50% y su TMAR = 10%. Para adquirir el equipo se pide un préstamo por \$70 000 a una tasa de 8% de interés anual, el cual se deberá liquidar en siete años por medio de pagos iguales cada fin de año, comenzando a pagar un año después de la compra. Determine el VPN de la inversión: a) con financiamiento; b) sin financiamiento.

RESPUESTA a) VPN = \$117 224; b) VPN = \$103 590.

6. Una compañía del ramo alimentario trabaja con una empacadora al vacío que compró hace siete años en \$84 000. Su vida útil al momento de la compra era de 12 años y un VS = 0. Su uso ha sido tan intenso que ahora puede venderse por sólo \$12 000, por lo cual se piensa en reemplazarla por una empacadora de mejor tecnología que disminuirá los costos en \$53 000 al año, al producir menos productos defectuosos durante el tiempo que permanezca en uso. La máquina nueva tiene un costo de \$332 000, una vida útil de cinco años y un valor de salvamento de \$32 000 al final de ese periodo. Para ambas máquinas se utilizó depreciación en línea recta. La empresa paga impuestos a una tasa de 40% y su TMAR es de 3%. Determine la conveniencia económica del reemplazo para un periodo de cinco años.

RESPUESTA VPN = -\$40 457.

7. Se compró un torno computarizado para aumentar la productividad en una empresa metalmecánica. Se espera que produzca beneficios antes de depreciación e impuestos por \$13 500 el primer año, con incrementos de \$2 500 anuales conforme se intensifique su uso. El torno tiene un valor de \$54 000 y un valor de salvamento de \$6 000 al final de su vida útil de cuatro años. Se deprecia por el método de suma de dígitos de los años. Para comprarlo se puede pedir un préstamo de \$20 000 por el cual se cobraría una tasa de 15% de interés anual, acordando pagar sólo una suma que incluya capital más interés al final de los cuatro años, a fin de saldar el préstamo. Si la empresa paga impuestos a una tasa de 45% y su TMAR es de 18%, calcúlese el VPN de la compra: a) con financiamiento; b) sin financiamiento.

RESPUESTA a) VPN = -\$4 988; b) VPN = -\$10 423.

8. Una compañía productora de frutas deshidratadas desea comprar un secador de túnel para sus operaciones. El secador costará \$63 000 y tendrá un valor de salvamento de \$3 000 al final de su vida útil de 15 años. Si se deprecia por línea recta, la empresa paga impuestos a una tasa de 40% y su TMAR es de 8%. ¿Cuál debe ser el beneficio antes de depreciación e impuestos que produzca el secador para justificar su compra?

RESPUESTA \$9 417.

9. Se compró un equipo hace tres años a un costo de \$120 000 con una vida útil de 10 años y un valor de salvamento de \$20 000 al final de ese periodo; puede venderse en este momento en \$70 000. En la actualidad produce ingresos de \$260 000 al año, con costos de operación de \$130 000 anuales. Debido a que produce gran cantidad de desperdicio, se ha pensado en reemplazarlo por equipo nuevo que tiene un precio de adquisición de \$170 000, un valor de salvamento de \$30 000 al final de su vida útil de siete años que elevaría los ingresos a \$330 291 al año, con costos de operación de \$165 000 anuales. Ambos equipos se deprecian por línea recta, se pagan impuestos de 50% y la TMAR de la empresa es de 20%. Determine la conveniencia económica del reemplazo.

RESPUESTA $VPN = -5\,581.40$. No reemplazar.

10. La compañía transnacional Bitter Tax, dedicada a fabricar computadoras, piensa instalar una filial en algún país de América Latina, a la cual sabe que le puede pedir una tasa impositiva especial a cambio de invertir y crear empleos. La planta que se instalará es de igual tamaño, sin importar el país seleccionado. Las cifras estimadas en dólares estadounidenses son las siguientes: inversión de \$1 200 millones, la cual se depreciará por línea recta. Para efectos de planeación se calcula una vida útil de 10 años a toda la inversión, con valor de salvamento de \$100 millones al final de ese periodo. Se espera que los beneficios antes de depreciación e impuestos sean de \$370 millones al año, durante todo el horizonte de planeación de 10 años. ¿Cuál es la tasa impositiva que debe pedir esta empresa al país donde se realice la inversión, para que pueda obtener su TMAR de 20% anual?

RESPUESTA Tasa impositiva = 33.69%.

11. La compañía que elabora bebidas alcohólicas finas TAC Alegre ha estudiado la adquisición de un nuevo destilador para mejorar el sabor y la calidad de sus productos, acción por la que espera que sus beneficios antes de interés e impuestos se incrementen en \$93 000 al año por un periodo de seis años. El destilador no tendrá valor de salvamento al final de su vida útil de seis años y se depreciará por el método de suma de dígitos de los años. Si TAC Alegre paga impuestos a una tasa de 40% y su TMAR es de 12%, ¿cuál es la cantidad máxima que estaría dispuesta a pagar por el destilador, para ganar, al menos su TMAR?

RESPUESTA $P = \$327\,283.14$.

12. La cadena informativa *Neglected News* quiere incrementar sus servicios de noticias y le es imprescindible contar con tres fotocopiadoras de alta velocidad. Puede tenerlas a su servicio mediante tres formas distintas:
- a) Por un contrato de renta, por el cual desembolsaría \$8 000 al año por cada copiadora, pagaderos por adelantado.

- b) Una compra de contado, por la que se pagarían \$21 000 por cada máquina, en cuyo caso depreciaría el equipo por el método de suma de dígitos de los años, esperando que cada máquina tuviera un valor de salvamento de \$1 000 al cabo de su vida útil de cinco años.
- c) Dando un enganche de \$10 000 por máquina y pagando el saldo en una sola cantidad al final del quinto año, cantidad que incluiría capital e interés. Si toma esta opción también depreciaría las máquinas por SDA y se tendría el mismo valor de rescate de \$1 000 al final de los cinco años. El interés cobrado por el financiamiento es de 20% anual.

Independientemente de la opción que elija, *Neglected News* aumentará sus ingresos antes de depreciación e impuestos en \$30 000 al año durante los cinco años. Si esta empresa paga impuestos a una tasa de 40% y su TMAR es de 12%, ¿cuál alternativa debe seleccionar?

RESPUESTA Seleccionar *b*) con $VPN = \$22\,200$.

13. En una escuela de educación básica no saben si rentar o comprar un microbús para el transporte de los alumnos. Si lo rentan, deberán hacer un pago uniforme por adelantado, además, el contrato especifica que la escuela cubrirá el mantenimiento menor, el cual asciende a \$12 000 por año, pagaderos al final de cada año. Si se opta por comprar el microbús, éste costará \$50 000 y todo el mantenimiento, que correrá por cuenta de la escuela, ascenderá a aproximadamente \$18 000 por año. Con la compra podrá depreciar el vehículo por línea recta y se calcula que éste tendrá un valor de salvamento de \$10 000 al final de su vida útil de cuatro años. Si la escuela paga impuestos a una tasa de 45%; su TMAR es de 10% y su horizonte de planeación es de cuatro años, determine el pago uniforme que deberá hacer por adelantado al arrendador del vehículo, para que las alternativas de renta y compra sean indiferentes.

RESPUESTA \$16 652.

14. Una escuela de gobierno de nivel medio cuenta con un equipo offset para impresión, con el cual se reproducen cursos académicos y se venden al alumnado. El equipo actual, con 10 años de uso, puede seguir trabajando por, al menos, otros 10 años con una baja producción y calidad de impresión. No obstante su obsolescencia, produce ingresos por \$22 000 con unos costos de producción de \$12 000 al año. Una alternativa para aumentar la producción es adquirir un equipo con tecnología actual que cuesta \$120 000, pero que aumentaría los ingresos a \$46 000 al año, aunque los costos de mantenimiento y producción también aumentarían a \$18 000 al año. La escuela no paga impuestos y para evaluar sus inversiones utiliza una TMAR de 5%. Determine si es conveniente el reemplazo de equipo usado: *a*) para un periodo de nueve años; *b*) para 8 años.

RESPUESTA *a*) $VPN = \$7\,944$; *b*) $VPN = -\$3\,666$.

15. La empresa japonesa armadora de bicicleta Tzuda N.C. Co. tiene una punteadora de soldadura eléctrica que compró hace cinco años, a un precio de \$30 000; tenía una vida útil esperada de 15 años, sin valor de salvamento al final de ese periodo. La punteadora está en tan buen estado que a pesar de tener un valor actual en libros de \$20 000, es posible venderla en el mercado en \$25 000. Se piensa sustituirla debido a su baja capacidad de producción y a que la demanda de bicicletas ha crecido rápidamente. Es posible conseguir una punteadora más rápida a un costo de \$80 000 que incrementaría las ventas de \$64 800 a \$77 500 al año y disminuiría ligeramente los costos de producción de \$34 300 a \$31 000 al año. La máquina nueva tiene una vida útil esperada de 10 años y un valor de salvamento de cero. Ambas máquinas se deprecian por línea recta. Si se pagan impuestos a una tasa de 40% y la TMAR es 18%, a) ¿debería Tzuda N.C. Co. reemplazar la punteadora usada?; b) si en vez de usar línea recta se utiliza SDA para la depreciación, ¿cómo afecta esto a la decisión? No se olvide que al usar SDA el valor en libros actual de la máquina usada cambia, pero su valor de mercado permanece en \$25 000.

RESPUESTA a) $VPN = -\$3\,072$; b) $VPN = -\$1\,623$.

16. En ciertos países, el gobierno obliga a todas las escuelas privadas a otorgar determinado número de becas a su población estudiantil, que consisten en cubrir 100% del costo de la colegiatura. Supóngase que en una escuela se invierten \$670 000, y que para efectos de planeación se considera una vida útil de 10 años. La inversión se deprecia por el método de línea recta, considerando un valor de rescate de las instalaciones de \$170 000 al final de ese periodo. La escuela tiene una capacidad de 230 alumnos, cada uno de los cuales paga \$1 125 anuales de colegiatura. Los gastos totales, que incluyen pago a profesores y administradores, junto con el mantenimiento general, ascienden a \$90 000 al año. La escuela paga un impuesto de 30% y su TMAR es de 12%. ¿Cuál es el número máximo de becas que puede otorgar esta institución, para que la inversión aún le resulte económicamente rentable?

RESPUESTA 30 becas.

17. La orquesta sinfónica Harmony Gap ha programado una serie de 12 conciertos, uno cada mes en el Concert Bowl de la ciudad. El recinto tiene una capacidad de 3 100 localidades, cada una con un precio de \$20. Por otro lado, los costos por función de la sinfónica son: renta de local \$10 000, pago de músicos \$15 000, mantenimiento de local y escenario \$2 000. La orquesta considera que la inversión hecha para montar los conciertos es de \$121 000 incluyendo tramoya, tiempo de ensayos, vestuario y otros gastos. Supóngase que la orquesta no tiene costos de depreciación. Si paga impuestos a una tasa de 40% y la TMAR de referencia que aplica en sus conciertos es de 15% anual, capitalizada mensualmente, ¿cuál es la audiencia mínima que debe tener en cada concierto para que la temporada musical resulte económicamente aceptable?

RESPUESTA 2260 espectadores por concierto.

18. Se ha pensado comprar un centro de maquinado cuyo precio es de \$630 000. Se ha calculado que al final de su vida útil de seis años tendrá un valor de salvamento de \$100 000. Se deprecia por suma de dígitos de los años, se pagan impuestos a una tasa de 50% y la TMAR de la empresa es 10% anual. ¿Cuál debe ser el beneficio antes de depreciación e impuestos que produzca la máquina para justificar su compra?

RESPUESTA \$168 820.

19. La empresa fabricante de material médico *Junky's Syringe* planea reemplazar una máquina reproductora de jeringas desechables que fue comprada hace seis años a un costo de \$600 000, con una vida útil de 10 años y un valor de salvamento de cero al final de ese periodo. Los ingresos anuales que genera la máquina son de \$90 000, con costos de operación de \$30 000 por año, y puede ser vendida en el mercado en este momento por \$400 000. La máquina propuesta es más versátil y tiene un precio de compra de \$900 000, vida útil de cuatro años y un valor de salvamento de cero al final de ese periodo. Se calcula que va a generar ingresos anuales de \$130 000, con costos de operación de \$40 000 por año. Ambos equipos se deprecian por línea recta. Se pagan impuestos de 50% y la TMAR de la empresa es 20%. Determine la conveniencia económica del reemplazo.

RESPUESTA $\Delta VP_N = -327\,598$ rechazar reemplazo.

20. Una cooperativa fabricante de artesanías para exportación desea abrir una sucursal con inversión de \$91 000. Ha calculado que puede tener ingresos antes de depreciación e impuestos de \$17 000 al año durante la vida del proyecto. La inversión se deprecia por línea recta, se pagan impuestos a una tasa de 40% y la TMAR de la cooperativa es de 12% anual. Sin embargo, luego de hacer la evaluación económica del proyecto, determinaron que con estas cifras la inversión no era rentable. Se piensa en solicitar un financiamiento a una tasa preferencial de 6% para que la rentabilidad de la inversión sea aceptable. La vida útil de los activos y el préstamo se planean para un periodo de siete años. Búsquese cuál es el nivel mínimo de financiamiento y el mejor plan de pago del préstamo para hacer rentable la inversión. Considere la TMAR mixta.

RESPUESTA Deberá pagarse una cantidad única, con capital e interés al final de los siete años. El nivel mínimo de financiamiento es 8.2% con una TMAR mixta de 11.508%.

21. Una empresa ha estudiado la compra de una extrusora de nailon para aumentar su producción. La máquina costará \$530 000 y tendrá un valor de salvamento de \$30 000 al final de su vida útil de cinco años. Se deprecia por el método de suma de dígitos de los años y la tasa de impuestos es de 40%. Si la TMAR de la empresa es de 7% anual, ¿cuál es el mínimo beneficio anual uniforme antes de

depreciación e impuestos que debe generar la extrusora para justificar la instalación?

RESPUESTA \$137 075.

22. La fábrica de pañales infantiles Light Stub instaló una nueva sucursal, con una inversión de \$485 000 y con valor de salvamento de \$85 000 al final de su vida útil de ocho años; ingresos antes de depreciación e impuestos de \$300 000 el primer año, de \$330 000 el segundo y de \$360 000 del tercero al octavo; costos constantes de \$260 000 anuales durante ocho años. Los activos se deprecian por el método de suma de dígitos de los años. Se pide un préstamo de \$150 000 por el cual se pagará una tasa de 10% de interés anual, pagadero en cinco anualidades iguales que comenzarán a cubrirse al final del primer año. Si la TMAR de la empresa es de 12%, determínese el VPN de la inversión en la nueva sucursal, con una tasa tributaria de 50%.

RESPUESTA VPN = -\$74 882.

23. Un chofer de tráiler que percibe un sueldo anual neto de \$45 000, ha pensado independizarse y adquirir su propia unidad de transporte. El vehículo tiene un costo de \$220 000 y se deprecia por línea recta. Se estima un valor de salvamento de \$20 000 al final de su vida útil de cinco años; además, el chofer ahora costearía los gastos de mantenimiento del transporte que ascienden a \$18 000 anuales y pagaría impuestos a una tasa de 35%. ¿Cuál debe ser el ingreso mínimo anual que perciba el chofer durante los próximos cinco años, antes de depreciación e impuestos, para que le resulte indiferente mantener su ingreso actual o ser independiente, con una TMAR = 8%?

RESPUESTA \$145 211.

24. Un jeque —petrolero propietario del Dromedarios, equipo campeón del *hockey* sobre hielo del Medio Oriente— tiene un viejo estadio descubierto, que a la fecha está totalmente depreciado, donde su equipo realiza partidos. Los ingresos por concepto de entradas han sido de \$60.5 millones de dólares (mdd) anuales, durante los últimos años, y se espera que continúe así en el futuro, pero los costos de mantenimiento de hielo en la pista ascienden a \$32 mdd anuales. Se ha estudiado la posibilidad de techar el estadio y ampliar su capacidad, de manera que los ingresos por boletos aumentarían a \$94 mdd anuales y los costos de mantenimiento bajarían a sólo \$18.5 mdd. Las nuevas instalaciones tendrían un costo de \$231 mdd que se depreciarían por el método de línea recta, sin valor de salvamento al final de su vida útil y se pagarían impuestos a una tasa de 50%. Determínese la conveniencia económica de la ampliación de las instalaciones, con una TMAR de 5% para una vida útil de siete años.

RESPUESTA Se deben ampliar las instalaciones; hay un VPN = +\$0.44.

25. Un sindicato obrero produce y vende ropa a sus agremiados; para esto, invirtió \$40 000 hace seis años y la maquinaria aún puede seguir operando 10 años más. Al vender la ropa a bajo precio percibe ingresos por \$43 000 al año con unos costos de producción de \$21 000 anuales. Desea cambiar todos los equipos para mejorar la calidad de los productos, para lo cual necesita invertir \$73 000 ya que así sus ingresos por ventas aumentarían a \$51 500 al año y sus costos serían sólo de \$23 000 anuales. El equipo usado se podría vender en \$19 576. El equipo nuevo tiene una vida estimada de 10 años y un valor de salvamento de \$10 000 al final de ese periodo. Si la TMAR del sindicato es 6% y no paga impuestos, determínese la conveniencia económica del reemplazo.

RESPUESTA Es indiferente cambiar el equipo, ya que no se tiene ganancia.

26. Una persona desea instalar una librería pero aún no ha decidido si rentar o comprar un local. La renta tendría un costo de \$24 000 al año que se deben pagar por adelantado. Si lo compra, podría depreciar la inversión en línea recta durante una vida útil de 15 años, al cabo de los cuales aún podría recuperar 20% de la inversión. Bajo cualquier alternativa ha calculado que sus ingresos antes de depreciación e impuestos serían de \$78 000 al año. Si la tasa de impuestos que paga es de 40% y la TMAR de referencia es de 10%, ¿cuál es la cantidad máxima que debe invertir para que le resulte indiferente comprar o rentar el local?

RESPUESTA \$164 616.

27. Un hombre de negocios realizó algunos cálculos económicos para invertir en una fábrica de productos alimenticios; al evaluarlos, determinó que el proyecto no era rentable. Los datos son los siguientes: inversión \$611 000, con un valor de salvamento de las instalaciones de \$83 500 al final de la vida útil de la inversión, calculada en 10 años, e ingresos anuales antes de depreciación e impuestos de \$153 750. La inversión se deprecia por línea recta, se pagan impuestos a una tasa de 50% y la TMAR de referencia es de 12% anual. Con el propósito de ayudar a este inversionista, el banco Artful Loyalty le ofrece dos opciones para otorgarle un préstamo: puede financiar 15% de la inversión, con un interés de 15% anual, o bien, puede aumentar el crédito hasta 30% de la inversión total, pero el interés subiría ligeramente a 18% anual. Con cualquier opción, el préstamo se pagaría en siete anualidades iguales, iniciando el pago al final del primer año. ¿Cuál opción debe tomar el inversionista?

RESPUESTA Financiar sólo 15% de la inversión.

28. Hace cinco años se compró un equipo a un costo de \$170 000, con un valor de salvamento de \$20 000 al final de su vida útil de 15 años. En la actualidad el equipo tiene un valor de mercado de \$80 000. Además, genera ingresos antes de depreciación e impuestos por \$580 000 cada año, con costos de operación de

\$450 000 anuales. Se está considerando reemplazar este equipo por uno nuevo, que tiene un precio de adquisición de \$280 000, valor de salvamento de \$30 000 al final de su vida útil de 10 años, que elevaría los ingresos antes de depreciación e impuestos a \$700 000, con costos anuales de operación de \$510 000. Se pagan impuestos de 50% y ambos equipos se deprecian por línea recta. La TMAR de la empresa es de 19.5%. Determine la conveniencia económica del reemplazo.

RESPUESTA $\Delta VPN = -18391.43$. No reemplazar.

29. La empresa transportadora Slowest Carrier compró hace dos años un tanque-cisterna refrigerado en \$60 000; al momento de su compra, tenía una vida útil de 12 años y un valor de salvamento de \$6 000 al final de ese periodo. Se puede vender en este momento por \$10 000. Es posible adquirir un tanque refrigerado nuevo por \$85 000, el cual tiene una vida útil estimada de 10 años y un valor de salvamento de \$15 000. El tanque nuevo tendría unos costos de operación y mantenimiento de \$4 000 al año, en comparación con los \$11 000 anuales que tiene el tanque-cisterna actual. La empresa utiliza depreciación en línea recta, paga impuestos de 40% y su TMAR es de 8% anual. Determinése la conveniencia económica del reemplazo.

RESPUESTA $\Delta VPN = -19538.84$. No reemplazar.

30. Se desea comprar un equipo cuyo costo de adquisición es de \$320 000. Al final de su vida útil de cuatro años tendrá un valor de salvamento de \$20 000. Se deprecia por SDA y se pagan impuestos de 50%. La TMAR de la empresa es de 10% anual. ¿Cuál debe ser el beneficio antes de depreciación e impuestos que deba producir el equipo para justificar su compra?

RESPUESTA \$114 728.50.

31. La empresa Random Flights Training se dedica a capacitar pilotos aviadores y desea adquirir un simulador de vuelo cuyo costo es de \$3 mdd. La vida útil del equipo es de seis años, con un valor de salvamento de 25% de la inversión inicial. Se calcula que los ingresos por concepto de ofrecer la capacitación a los pilotos de las líneas aéreas interesadas podría ascender a \$1 mdd al año, durante cada uno de los seis años de vida útil del equipo. Para adquirirlo se solicita un préstamo de \$0.9 mdd para pagar en seis anualidades iguales al final de cada año, por el que se cobrará un interés de 18% anual. La TMAR de la empresa es de 20%, se pagan impuestos de 40% y el equipo se deprecia por línea recta. Determinése la conveniencia económica de la adquisición utilizando TMAR mixta.

RESPUESTA Aceptar $VPN = -\$0.016$ mdd.

32. Se desea comprar un equipo con un valor de \$77 000 que tiene una vida útil de cuatro años y un valor de salvamento de \$7 000 al final de ese periodo. Se deprecia

por SDA. Se pagan impuestos a una tasa de 50% y la TMAR de la empresa es de 13%. ¿Cuál debe ser el beneficio antes de depreciación e impuestos que genere el equipo para justificar su adquisición?

RESPUESTA \$30 323.48.

33. Se tiene una máquina que se compró hace cuatro años a un costo de \$88 000 con un valor de salvamento de \$8 000 al final de su vida útil de ocho años. En la actualidad, su valor de mercado es de tan sólo \$20 000. Produce ingresos antes de depreciación e impuestos de \$130 000 al año. Se desea reemplazar por otra máquina que tiene un costo de \$150 000, una vida útil de cuatro años y un valor de salvamento de cero al final del periodo, que elevaría los ingresos anuales a \$175 000 produciendo además un ahorro en los costos de producción, de \$84 000 actualmente a tan sólo \$61 000 anuales. Ambos equipos se deprecian por línea recta y se pagan impuestos de 40%. Determinése la conveniencia económica del reemplazo con una TMAR de 13%.

RESPUESTA $\Delta VPN = 30\,371.05$. Aceptar reemplazo.

34. Una máquina troqueladora se compró hace tres años en \$450 000. La vida útil del equipo se estima en ocho años con un valor de salvamento de cero. Los ingresos anuales que se obtienen con el equipo son de \$190 000, los costos de operación y mano de obra son de \$110 000 por año. Se puede comprar una máquina nueva con mayor capacidad de producción que aumentaría los ingresos a \$250 000 al año, con costos de operación y mano de obra de \$130 000. El costo de la nueva máquina es de \$600 000 con un valor de salvamento de cero y vida útil de cinco años. La máquina usada puede venderse en este momento por \$300 000. Los equipos se deprecian por línea recta, se pagan impuestos de 45% y la TMAR de la empresa es de 10%. Determinése la conveniencia económica del reemplazo.

RESPUESTA No aceptar, VPN incremental de $-\$116\,292$.

35. El gobierno quiere privatizar una escuela de estudios superiores. Se calcula que las instalaciones de la escuela tienen un costo de \$7 millones de pesos (mdp). La escuela cuenta con 450 profesores con un sueldo promedio anual de \$60 000 cada uno. Los gastos de mantenimiento anual de las instalaciones, que incluyen personal y materiales de limpieza, ascienden a \$1.3 mdp. El personal administrativo tiene un costo anual de \$0.8 mdp. En caso de privatizarse, la escuela pagaría impuestos de 25% al año. La TMAR de los inversionistas es de 12%. La escuela tiene capacidad para 9000 estudiantes. Depreciaría las instalaciones por línea recta, asignando una vida útil de 15 años a las mismas, con un valor de salvamento de \$1.5 mdp. ¿Cuál debe ser el pago mínimo anual que deberá realizar cada estudiante para que la inversión resulte rentable por un periodo de 15 años, suponiendo que las condiciones iniciales permanecen constantes durante todo el periodo y que la escuela siempre tiene 9000 estudiantes inscritos?

RESPUESTA \$3 366.15 por estudiante al año.

36. Una empresa fabricante de envases de plástico opera un equipo que compró hace siete años a un precio de \$285 000, con una vida útil de 15 años sin valor de salvamento al final de ese periodo. La capacidad de producción del equipo es de 6 millones de envases por año y tiene unos costos de operación de \$200 000 por año. Como el mercado ha crecido se requiere un equipo con una capacidad de producción de 10 millones de envases por año. Existe un equipo de esta capacidad a un costo de \$700 000, vida útil de ocho años y un valor de salvamento de \$70 000, con unos costos de operación de \$100 000 al año. Ambos equipos se deprecian por línea recta, se pagan impuestos de 38% anual y la TMAR de la empresa es de 20%. La utilidad por envase es de \$0.08. Determinese si es conveniente reemplazar la máquina usada si es que ésta puede venderse en el mercado a su valor en libros.

RESPUESTA Aceptar reemplazo, VPN incremental de \$554 599.

37. Una empresa desea mecanizar su línea de producción. En la actualidad, el trabajo se realiza en forma manual por cuatro personas que reciben un sueldo de \$200 000 al año cada una de ellas. La mecanización implica la compra de un equipo que tiene un costo de \$500 000 y que se depreciará en línea recta, con un valor de recuperación de cero al final de su vida útil de seis años. Los costos de operación con la mecanización serán de \$55 000 anuales. Para la implantación del sistema se requiere capacitar al personal a un costo de \$200 000, inversión que se recuperaría en seis años por línea recta. El sistema automatizado sólo requiere de un operador con un sueldo de \$200 000 al año. Para comprar el equipo se requiere de un financiamiento de 50% del valor del mismo, a una tasa de interés de 15% anual para pagar en seis anualidades iguales, realizando el primer pago al final del primer año. Se pagan impuestos de 40% y la TMAR que utiliza la empresa para evaluar sus proyectos es de 60%. Determinese por medio de la TIR la conveniencia económica de la automatización del sistema.

RESPUESTA Aceptar automatización, TIR = 127.55%.

38. La Beasts' Trough Brewery compró hace dos años una embotelladora en \$220 000, con una vida útil de seis años, valor de salvamento de cero y costos de operación de \$92 000 al final del primer año, aumentando en \$3 000 al año en cada uno de los años sucesivos. Puede venderse en este momento por \$70 000. La máquina usada puede sustituirse el día de hoy por una nueva, que tiene un costo de \$1 600 000, una vida útil de cuatro años, valor de salvamento de cero y costos anuales de operación de \$65 000 al final del primer año, con aumentos de \$4 000 en cada uno de los años sucesivos. Las dos máquinas se deprecian por suma de dígitos de los años. La TMAR de Beasts' Trough Brewery es de 10% y se pagan impuestos de 50%. Determinese la conveniencia económica del reemplazo.

RESPUESTA Aceptar reemplazo, VPN incremental de \$423.

39. Se compró hace dos años un sistema de bombeo y comprensión para el envío de hidrocarburos entre dos estaciones, a un costo de \$750 000. Se estimó que el sistema tendría una vida útil de siete años al momento de la compra. Hace dos años se tenían las siguientes cifras: valor de salvamento \$50 000, depreciación en línea recta e ingresos anuales de \$150 000. Debido al aumento de la producción en los derivados del petróleo es necesario elevar la capacidad de bombeo, por lo que se propone un nuevo equipo que sustituya al actual, el cual tendrá un valor de adquisición de \$950 000 (incluida instalación), ingresos anuales de \$225 000, vida útil de cinco años, valor de salvamento de \$50 000, depreciándose por línea recta. El sistema actual podría ser recibido por el proveedor en \$350 000 en caso de adquirir el nuevo sistema. Se pagan impuestos de 40% y la TMAR de la empresa es 15%. Calculando el VPN incremental, determínese la conveniencia económica del reemplazo.

RESPUESTA $\Delta\text{VPN} = -261\,884$. Rechazar reemplazo.

40. Se desea implantar un control automático en el proceso productivo de una fábrica. El costo inicial es de \$130 000, vida útil de 10 años y valor de salvamento de cero. Se calcula que producirá ahorros netos de \$60 000 al año, antes de depreciación, intereses e impuestos. Se tienen dos alternativas de financiamiento. La alternativa *A* es un crédito del proveedor del equipo por 60% del costo total. Para pagar el crédito con 6% de interés anual, en cinco pagos anuales iguales que iniciarán al final del primer año. La alternativa *B* es un préstamo bancario por todo el monto de la inversión con un interés de 12% anual para finiquitar en cuatro anualidades iguales que se empezarán a pagar al final del primer año. El equipo se deprecia por línea recta, se pagan impuestos de 50% y la TMAR de la empresa es de 10%. Determínese la mejor alternativa de financiamiento desde el punto de vista económico, utilizando TMAR mixta y un periodo de análisis de 10 años.

RESPUESTA $\text{VPN}_A = \$122\,637.43$; $\text{VPN}_B = \$98\,317.42$ Seleccionar la opción *A*.

41. Se invierten \$300 000 en un equipo que tiene una vida útil de siete años y su valor de salvamento en cualquier año es su valor en libros correspondiente a ese año. Para la compra se pidió un préstamo por \$150 000 a una tasa de interés de 14% anual, para pagar en cinco anualidades iguales que iniciarán al final del primer año. Se pagan impuestos de 50%, la TMAR de la empresa es de 10% y se planea para un periodo de seis años. Determínese el mínimo ingreso antes de depreciación, intereses e impuestos que deba generar el equipo para que la inversión con financiamiento sea económicamente rentable. Utilice TMAR mixta.

RESPUESTA Ingreso mínimo = \$73 554.38.

42. Es posible reemplazar una máquina usada con valor en libros en este momento de \$380 000 y vida útil restante de cinco años, al cabo de los cuales su valor en libros será cero, aunque el día de hoy puede venderse en el mercado por \$250 000. La

máquina alternativa tiene un costo de \$900 000, vida útil de cinco años y valor de salvamento de \$150 000 al final de ese periodo. Producirá ahorros anuales por \$250 000. Se pagan impuestos de 50%, la TMAR de la empresa es de 11% y los equipos se deprecian por línea recta. Determinése la conveniencia económica del reemplazo.

RESPUESTA Aceptar reemplazo, VPN incremental de \$102 753.

43. La escuela de arte dramático Subtle Screamer ofrece estudios a políticos de cualquier nivel en tan sólo un año. Cada estudiante proporciona un ingreso antes de depreciación e impuestos de \$1 500 al año. Para crear la escuela se invirtieron \$500 000 y la capacidad de las instalaciones es de 300 estudiantes. Se planea para un periodo de cinco años, al cabo de los cuales el valor de salvamento será de \$100 000. La inversión se deprecia por línea recta. La escasa publicidad de la escuela hizo que en el primer año de operación tan sólo se hayan inscrito 50 alumnos. Se pagan impuestos de 30% y su TMAR es de 10%. ¿Cuál es el número mínimo de estudiantes que deben inscribirse en cada uno de los años 2, 3, 4 y 5 para que aún sea rentable la inversión? Considérese que las colegiaturas se pagan a principio de año, como en todas las escuelas.

RESPUESTA 82 estudiantes.

LA INFLACIÓN EN LA INGENIERÍA ECONÓMICA

OBJETIVO GENERAL

- ◆ El estudiante conocerá y aplicará el concepto de inflación en la toma de decisiones económicas con y sin financiamiento.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ◆ El estudiante comprenderá y aplicará el concepto de inflación en todo tipo de problemas
- ◆ El estudiante aprenderá y aplicará el concepto de TMAR mixta con inflación en la solución de problemas.

Generalidades

Hasta este capítulo ha quedado demostrado que la gran utilidad de la ingeniería económica es la adecuada toma de decisiones sobre una o varias opciones de inversión. Todos los resultados de la decisión tomada están expresados en términos monetarios, como el VPN y el CAUE, o en índices que expresan la idea de rendimiento monetario, como la TIR. Toda decisión es tomada sobre un evento futuro y éste siempre es incierto.

Los resultados están expresados como un enfoque determinista y puntual. Por ejemplo, un resultado típico sería $VPN = \$87$. La decisión sobre este resultado es aceptar invertir porque se tiene la *certeza absoluta* de que se tendrá esa ganancia (enfoque determinista) y se obtiene un valor único en el resultado, 87 (enfoque puntual), esto es, no se declara que la ganancia estará en cierto rango, sino que se establece una cifra única. Por lo tanto, los métodos de análisis hasta ahora presentados aparentemente muestran la deficiencia de un determinismo absoluto.

Esta materia, como muchas otras, es de aplicación cotidiana en el ámbito de los negocios, donde lo que menos hay es determinismo y, si presenta esta deficiencia, puede pensarse en la poca utilidad de su aplicación. La inversión en cualquier empresa productiva siempre tendrá incertidumbre en las ganancias esperadas, aunque en el país donde se realice la inversión haya estabilidad económica; ahora imagínese la incertidumbre que puede existir si se invierte en países económicamente inestables. Tal vez el principal factor que caracteriza a una economía inestable sea la inflación. Mientras que en países desarrollados la tasa de inflación rara vez llega a dos dígitos, en países en vías de desarrollo lo común es tener una tasa inflacionaria de dos o tres dígitos, y en ocasiones hasta de cuatro. Dado el determinismo de los métodos de análisis de la ingeniería económica la pregunta obligada es, ¿siguen siendo válidos los resultados obtenidos bajo condiciones inflacionarias severas? Esta pregunta se tratará de contestar a lo largo de este capítulo.

¿Qué es la inflación y cómo se mide?

La *inflación* se define como el incremento sostenido en el nivel general de los precios en una economía. Todos los países padecen inflación, aunque ésta sea muy baja. En la década de los años sesenta muchos países, incluyendo a México, tuvieron tasas anuales de inflación que no sobrepasaban 2%. Sin embargo, por causas que no se discutirán en este texto, México alcanzó en 1987 el mayor índice de inflación de su historia, con un valor de 170%, y hubo un país en Sudamérica que pudo contar su índice anual de inflación por miles.

Antes de iniciar el tratamiento de la inflación es conveniente dar el concepto:

Inflación: medida ponderada y agregada del aumento de precios en la canasta básica de una economía.

La *canasta básica* de una economía capitalista se define como el conjunto de bienes y servicios que una familia de clase media necesita para vivir con comodidad. Esta definición es bastante oscura, ya que hace necesario definir el significado de *clase media* y *vivir con comodidad*, lo cual, de intentarlo, podría conducir a más confusión. Por ello, bastará con decir que el valor de la inflación debe reflejar el aumento de precios de los productos y servicios consumidos comúnmente en la economía de un país, y que se consideran casi indispensables para vivir. Por lo tanto, quedan eliminados todos los artículos suntuarios, tales como perfumes y lociones importadas, algunos tipos de aparatos eléctricos, como televisores, estéreos, reproductores de discos compactos, cierto tipo y marcas de relojes, ropa, zapatos, etcétera.

En la definición de inflación también aparecen los términos *medida ponderada y media agregada*. Supóngase que el gobierno de un país está determinando el aumento en el precio del aceite comestible (producto indispensable para vivir) en el último mes. También supóngase que en ese país hay siete variedades de aceite comestible disponibles en el mercado. Para determinar la inflación, el gobierno de ese país, además de investigar el aumento de precios en cada variedad de aceite, deberá ponderar cuál es la participación porcentual de cada tipo dentro del total de las ventas sólo para ese producto, ya que no todas las variedades sufrirán exactamente el mismo porcentaje de aumento de precios en el mismo periodo. Este mismo procedimiento será aplicado en todos los productos y familias de productos y servicios que conforman la canasta básica de esa economía, y cuando se hace esto se están agregando todos los datos para obtener un dato único de inflación.

El efecto que tiene la inflación es que disminuye el poder de compra del dinero. Esta disminución del poder adquisitivo puede medirse de varias formas. Los economistas lo registran como un *índice nacional de precios al consumidor* (INPC), el cual se determina al medir el aumento de precios de los productos de la canasta básica. Los consumidores pueden medir la inflación por la cantidad de productos que puedan comprar con cierta cantidad constante de dinero. Por ejemplo, si siempre se dispone de \$100, ¿cuántos litros de gasolina, cuántos kilos de carne y huevos y cuántas piezas de pan puedo comprar? Se observará que, con el paso del tiempo, con los \$100 se podrá adquirir cada vez menos gasolina, carne, huevo y pan.

La tasa de inflación siempre se mide o se contabiliza sobre el valor del año previo, por lo que su valor tiene un efecto capitalizado con el tiempo.

EJEMPLO 6.1 En este momento, un artículo tiene un costo de \$100. Al final del año 1 la inflación fue de 15 y 10% para el 2. La inflación promedio en los años *no* se debe obtener de la siguiente manera:

$$\frac{15+10}{2} = 12.5\%$$

El precio del artículo al final de los dos años fue:

$$100(1.15)(1.1) = \$126.50$$

entonces, la inflación promedio anual fue:

$$100(1 + f)^2 = \$26.50$$

$$f = 12.4722\%$$

Para tratar adecuadamente la inflación es necesario distinguir el dinero inflado del dinero sin inflación. El *dinero inflado* es el valor de compra que tiene ese dinero en cualquier momento dado. También se le llama *dinero nominal* o *dinero corriente*:

El *dinero sin inflación* o *dinero constante* es el valor de compra que tiene ese dinero en cualquier momento, referido a un año base. Por lo general, el año base se considera tiempo cero. Continuando con el ejemplo 6.1, en el año base, el artículo tiene un valor de \$100; si al final del año 1 su precio en el mercado es de \$115, entonces la inflación de ese año es:

$$f_1 = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \times 100 = \left[\frac{115 - 100}{100} \right] 100 = 15\%$$

Si al final del año 2 su precio es de \$126.50, la inflación del año 2 es:

$$f_2 = \frac{P_2 - P_0}{P_0} \times 100 = \left[\frac{126 - 115}{115} \right] 100 = 10\%$$

¿Cuál es el valor o poder adquisitivo de los \$100 al final del año 1, si la inflación de ese periodo fue de 15%?

$$\frac{100}{1.15} = 86.9565$$

Esto significa que con una inflación de 15% en un año, en vez de comprar \$100, sólo se puede comprar 86.9565% de lo que se podía comprar el año anterior y a los \$86.9565 se le llama dinero constante. ¿Cuál es el valor de \$100 al final del año 2 si la inflación en ese periodo fue de 10%?

$$\frac{100}{(1.15)(1.1)} = \$79.05$$

Cuando el dinero se expresa eliminando el efecto de la inflación respecto de un año base, se observa claramente cómo disminuye su poder de compra.

Tasa de crecimiento real del dinero o TMAR *sin inflación* (i) es la tasa de interés a la que el inversionista desea o calcula que debe crecer su inversión, más allá de compensar los efectos inflacionarios; por eso, se le llama *tasa de crecimiento real del dinero*.

La *tasa de inflación* (f) es el porcentaje anual promedio del incremento en los precios de los bienes y servicios de la canasta básica de una economía.

$TMAR_f$ es la tasa mínima aceptable de rendimiento que pide un inversionista considerando la inflación.

Como la inflación tiene un efecto capitalizado, ya que siempre se calcula el incremento sobre el valor del último año y además la $TMAR$ es el crecimiento real del dinero sobre la inflación, la relación entre ellas es:

$$TMAR_f = (1 + i)(1 + f) - 1 = i + f + if \quad 6.1$$

Los flujos netos de efectivo y la inflación

En el capítulo 5 se abordó el tema de los flujos netos de efectivo y los problemas simplemente declaraban que “la ganancia o FNE para los próximos años es constante”, pero cuando se pasa de la teoría a la realidad, se sabe que es imposible que cualquier ingreso o costo permanezca constante debido a la inflación, ni siquiera el mínimo tiempo de un año.

Cómo se resuelve el problema de la inflación en ingeniería económica

En ingeniería económica pueden utilizarse dos enfoques para resolver el problema que presenta el tratamiento de la inflación en la toma de decisiones económicas. Estos enfoques son:

Enfoque de análisis que excluye la inflación

Como se mencionó en el capítulo 3, todo inversionista desea un crecimiento real de su dinero invertido, lo cual significa que la ganancia anual debe, en primer término, compensar la pérdida inflacionaria del dinero, lo cual implica ganar una tasa de rendimiento igual a la tasa de inflación vigente y, en forma adicional, ganar una tasa extra de rendimiento que en términos reales sería la verdadera tasa de crecimiento del dinero. Con este enfoque, los flujos de efectivo deben expresarse en términos del valor del dinero en el periodo cero o en dinero constante y, por supuesto, la $TMAR$ empleada tampoco contendría la inflación, es decir:

$$TMAR = \text{inflación} + \text{premio al riesgo}$$

$$\text{Sin inflación} = 0$$

$$TMAR = \text{premio al riesgo}$$

donde: premio al riesgo = tasa de crecimiento real del dinero.

Enfoque de análisis que incluye la inflación

En este enfoque, tanto la $TMAR$ como los flujos de efectivo están dados con un componente inflacionario. Al dinero manejado de esta manera se le llama *dinero corriente* o *dinero nominal*.

Lo más notable del uso de ambos enfoques es que, si se utilizan correctamente, sus resultados son idénticos y esto elimina tanto el problema del tratamiento de la inflación en el análisis como también evita la incertidumbre al tomar la decisión de que los pronósticos no se cumplan. En esta sección se demuestra la equivalencia de ambos métodos.

Para el enfoque sin inflación, el VPN se calcula a una $TMAR = i$, exactamente igual a como se han efectuado los cálculos de los capítulos 2 al 5.

Por lo tanto, la fórmula 6.2 es la siguiente:

$$VPN = -P + \sum_1^n \frac{FNE}{(1+i)^n} \quad 6.2$$

Si ahora se considera una tasa de inflación f , Los FNE estarán influidos por esa f , así como la $TMAR$ también deberá ser modificada. A los nuevos FNE inflados simplemente se les denominará como FNE' , los cuales deberán ser descontados (llevados a su valor equivalente en el presente) a una nueva $TMAR'$ que tiene inflación f , más la i normal de premio al riesgo. Lo anterior se representa con la fórmula 6.3:

$$i' = TMAR' = i + f + if \quad 6.3$$

El premio al riesgo siempre tiene un valor bajo, de 3 a 10%, y si la inflación f también tiene un valor bajo, su producto if tiene un valor despreciable. Así, la fórmula 6.4 nos muestra el cálculo del VPN como el enfoque que incluye inflación:

$$VPN = -P + \sum_1^n \frac{FNE'}{(1+TMAR')^n} = -P + \sum_1^n \frac{FNE'}{(1+i')^n} \quad 6.4$$

Si se aplican de manera consistente las fórmulas 6.2 y 6.4, es decir, si se descuentan FNE sin inflación con $TMAR$ sin inflación, se obtendrán exactamente los mismos resultados numéricos que si se descuentan FNE con inflación o infladas con una $TMAR$ que contenga inflación (véase la fórmula 6.5).

$$-P + \sum_1^n \frac{FNE}{(1+i)^n} = -P + \sum_1^n \frac{FNE'}{(1+i')^n} \quad 6.5$$

$$\sum_1^n \frac{FNE}{(1+i)^n} = \sum_1^n \frac{FNE'}{(1+i')^n}$$

Restricciones para el uso adecuado de ambos enfoques

A continuación se enlistan cada una de ellas:

- a) La inflación pronosticada puede considerarse como una tasa anual constante o variable, dado que la $TMAR$ que se aplica en el cálculo VPN también se presenta como una tasa anual constante. Si se calcula la TIR, que también está dada como una tasa única que se obtiene cada año.

- b) Cuando se aplica este análisis a entidades productivas, la condición para que se cumpla la igualdad 6.5 es que el nivel de producción se mantenga constante. Es bien sabido que si aumenta la producción, necesariamente variarán los FNE y, por supuesto, se alterarán la congruencia del enfoque y del resultado.
- c) Cuando se consideran el financiamiento y la inflación en los problemas, generalmente los costos y los ingresos inherentes de la empresa o entidad que va a tomar la decisión están determinados en el tiempo o periodo cero, y por esta razón deberán inflarse en el problema; en tanto que, el interés que se considera en el financiamiento, normalmente ya tiene incluida o considerada la inflación.

El estudiante puede pensar que son demasiadas restricciones para que este enfoque pueda tener una aplicación real y exitosa. Sin embargo, es necesario reflexionar en que las técnicas de análisis que se muestran en el texto deben servir para tomar decisiones reales y adecuadas. Nunca se debe pensar que son sólo teoría y que no tienen aplicación práctica.

Es posible afirmar que con este enfoque y sujetándose a las restricciones señaladas, se toma una decisión bajo condiciones pesimistas; en cambio, si bajo estas características la inversión resulta económicamente conveniente, al mejorar la rentabilidad la inversión aumentará. Las condiciones son pesimistas porque no se permite incrementar la producción ni el financiamiento de la inversión. El aumento en la rentabilidad resulta claro cuando las condiciones mejoran, lo cual significa un aumento en la producción sin inversión adicional y obteniendo un préstamo de cualquier fuente. En este caso se ha supuesto que la producción no cambia, pero que está a un nivel muy por debajo de 100% de la capacidad instalada (por ejemplo, 60%).

Desde este punto de vista, la mayoría de los empresarios estarán dispuestos a invertir sabiendo que la futura empresa es rentable a pesar de no contar con apoyo financiero y hacer poco uso de su capacidad productiva. De hecho, muchas decisiones se toman bajo condiciones pesimistas, como los criterios que se aplican en contabilidad. Nadie piensa que la cosas siempre van a ir bien. Por el contrario, hay que observar el comportamiento de las empresas en condiciones críticas y ahí tomar decisiones. Por lo anterior, el enfoque presentado se considera válido.

Cálculo de la TIR con y sin inflación

EJEMPLO 6.2 En una propuesta de inversión se tienen los siguientes datos: inversión inicial \$100, se deprecia por línea recta con una vida útil de cinco años. El ingreso por concepto de ventas es de \$100, con unos costos de \$60 en cada uno de los cinco años. Se pagan impuestos de 50%.

La TMAR de la empresa es de 10% sin incluir inflación. Se espera que la inflación sea de 10% en cada uno de los próximos cinco años. Determínese: a) El VPN y la TIR sin inflación, b) el VPN y la TIR con inflación.

NOTA En muchos problemas se asignó una tasa de pago de impuestos de 50%. Aunque en ningún país la tasa impositiva es tan alta para las empresas, este valor se establece para mayor comodidad en los cálculos.

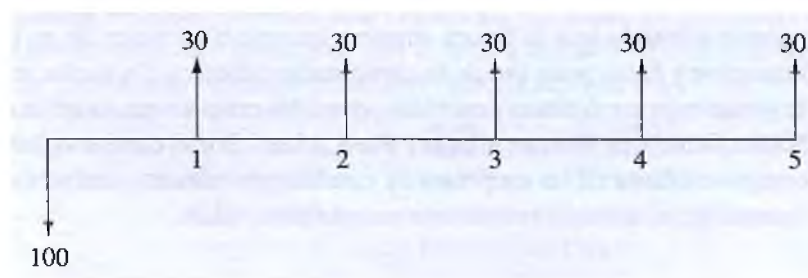
SOLUCIÓN A Hasta esta parte del texto se ha demostrado la forma de obtener los FNE a partir de un estado de resultados. Como en el inciso *a*) se pide el cálculo de la rentabilidad económica sin inflación, la solución procede como hasta ahora se ha hecho.

$$D = \frac{100 - 0}{5} = 20$$

Estado de resultados	
	Años 1 a 5
+ Ingresos	100
- Costo	60
- Depreciación	20
= UAI	20
- Impuesto 50%	10
= UDI	10
+ Depreciación	20
= FNE	30

El diagrama de flujo es:

GRÁFICA 6.1



$$VPN = -100 + 30(P/A, 10\%, 5) = \$13.72360308$$

$$TIR = 100 = 30(P/A, i, 5) \quad TIR = 15.23823712\%$$

SOLUCIÓN B Para explicar la solución considerando inflación es necesario hacer una serie de aclaraciones. Primero, cuando se dice que los ingresos son de \$100 y los costos de \$60 se mantienen igual en cada uno de los cinco años, esto implica que la producción de la empresa es constante. Segundo, se pretende tomar una decisión de inversión, por lo cual, las cifras mostradas en realidad han sido determinadas o

calculadas en el tiempo presente, es decir, en el momento en que se va a tomar la decisión. Cuando no se considera inflación, la gráfica 6.1 es válida, ya que al considerar la producción constante el FNE también se mantiene constante cada año. Asimismo, como no se considera inflación y aunque los FNE = \$30 se determinaron en el tiempo cero, es válido suponer que se mantienen constantes, pues durante cinco años no cambiarán los costos ni los ingresos, puesto que no hay inflación y, además, la producción es constante.

Cuando se considera a la inflación, simplemente hay que analizar qué pasa con las cifras monetarias. Si se tienen \$60 de costos calculados al precio del día de hoy (tiempo cero) y el próximo año se espera una inflación de 10%, entonces, en promedio, los costos se elevarán 10% al final del primer año, y de la cifra que resulte, se incrementará otro 10% al final del segundo año, etc. Si cualquier dueño o director de una empresa observa que sus costos se elevaron 10% en promedio en un año, es de esperarse que eleve en promedio 10% al año el precio de sus productos, lo cual resultará en 10% de incremento en los ingresos.

Con respecto a la depreciación, los gobiernos de todos los países que padecen altas tasas de inflación han autorizado una reexpresión de los cargos de depreciación anual, que compense el efecto de la inflación (en México consúltese el artículo 41 de la Ley de Impuesto sobre la Renta). Para un análisis más completo sobre el tema, véase el ejemplo desarrollado en el apéndice 1 de este texto.

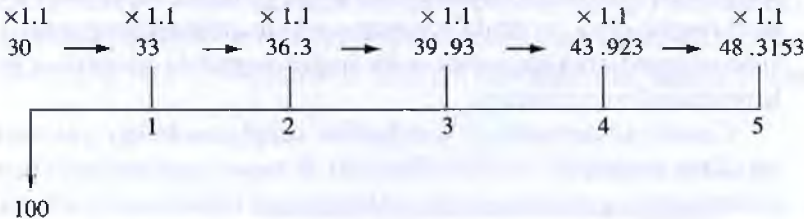
Con esto, se quiere indicar que todos los conceptos del estado de resultados se incrementan año con año en forma similar al aumento de la inflación, incluyendo los cargos por depreciación. Incluso, la reexpresión de estados financieros tal y como está autorizado legalmente por los Colegios y Asociaciones de Contadores Públicos, implica multiplicar las cifras del año t_1 por el incremento de precios debido a la inflación en el año t_2 , que se expresa como Índice Nacional de Precios al Consumidor, para obtener las cifras al final del año t_2 , pero reexpresadas, es decir, considerando la inflación.

Se tienen las siguientes cifras al final de dos años, si la inflación es de 10% en cada uno de los años.

Cifras			
	Año 0	Año 1	Año 25
+ Ingreso	$100 \times 1.1 =$	$100 \times 1.1 =$	121
- Costo	$60 \times 1.1 =$	$66 \times 1.1 =$	72.6
- Depreciación	$20 \times 1.1 =$	$22 \times 1.1 =$	24.2
= UAI	$20 \times 1.1 =$	$22 \times 1.1 =$	24.2
- Impuesto 50%	$10 \times 1.1 =$	$11 \times 1.1 =$	12.1
= UDI	$10 \times 1.1 =$	$11 \times 1.1 =$	12.1
+ Depreciación	$20 \times 1.1 =$	$22 \times 1.1 =$	24.1
= FNE	$30 \times 1.1 =$	$33 \times 1.1 =$	36.3

Si se observa, en vez de estar multiplicando cada uno de los rubros del estado de resultados por la inflación de ese año, basta multiplicar los FNE por la inflación.

GRÁFICA 6.2



La TMAR también se modifica con la inflación y se calcula con la fórmula 6.1:

$$\text{TMAR}_f = i + f + if = 0.1 + 0.1 + (0.1 \times 0.1) = 0.21$$

Se calcula VPN y TIR con inflación:

$$\text{VPN} = -100 + \frac{33}{(1.21)^1} + \frac{36.3}{(1.21)^2} + \frac{39.93}{(1.21)^3} + \frac{43.923}{(1.21)^4} + \frac{48.3153}{(1.21)^5} = 13.72360308$$

$$\text{TIR } 100 = \frac{33}{(1+i)^1} + \frac{36.3}{(1+i)^2} + \frac{39.93}{(1+i)^3} + \frac{43.923}{(1+i)^4} + \frac{48.3153}{(1+i)^5}$$

$$\text{TIR} = 26.76206083\%$$

Obsérvese que el VPN es *exactamente* el mismo si se considera o no la inflación. En relación al TIR hay que observar que cuando no se considera inflación, la TIR es superior a la TMAR por:

$$\text{TIR} - \text{TMAR} = 15.23823712 - 10 = 5.23823712$$

Se esperaría que, con inflación, la TIR inflada supere a la TMAR inflada por la misma proporción, es decir, por 5.23823712 puntos porcentuales. Sin embargo, esto no ocurre, ya que:

$$\text{TIR}_f - \text{TMAR}_f = 26.76206083 - 21 = 5.76206083$$

Aparentemente se obtiene mayor ganancia con inflación, pero esto no es cierto, ya que el VPN es idéntico con y sin inflación. La razón de la diferencia es:

$$\text{TIR}_f = 5.23823712 + 21 + 0.1(5.23823712) = 26.76206083\%$$

$$\text{TIR}_f = (\text{TIR}_{f=0} - \text{TMAR}_{f=0}) + \text{TMAR}_f + f(\text{TIR}_{f=0} - \text{TMAR}_{f=0}) \quad 6.6$$

es decir, la diferencia entre las dos tasas es:

$$\text{TIR}_f - \text{TMAR}_f = 5.76206083$$

cuyo valor se suponía debería ser $TIR - TMAR = 5.23823712$. La diferencia entre estos valores es $5.762206083 - 5.23823712 = 0.52382371$, lo cual resulta ser el último miembro de la fórmula 6.6.

$$f(TIR_{f=0} - TMAR_{f=0}) = 0.1(15.23823712 - 10) = 0.52382371$$

Este concepto, llamado “ilusión inflacionaria de ganancia” se analiza más adelante.

EJEMPLO 6.3 Considérense los mismos datos del ejemplo 6.2, excepto que ahora la inflación anual es de 35% constante en cada uno de los cinco años. Determinese a) el VPN y la TIR sin inflación, b) el VPN y la TIR con inflación.

SOLUCIÓN A Son los mismos resultados del ejemplo 6.2 inciso a) y sólo se citan para comparar los resultados que se obtendrán en el inciso b).

$$VPN = \$13.72360308$$

$$TIR = 15.23823712\%$$

SOLUCIÓN B Como se mostró en el ejemplo anterior (6.2), para resolver el problema con inflación basta multiplicar los FNE de cada año por la inflación de ese año, considerando que el FNE = 30 se obtuvo en el periodo cero.

Año	0	1	2	3	4	5
FNE	30	40.5	54.675	73.81125	99.645188	134.521

$$TMAR_f = i + f + if = 0.1 + 0.35 + 0.1 \times 0.35 = 0.485$$

$$VPN = -100 + \frac{40.5}{(1.485)^1} + \frac{54.675}{(1.485)^2} + \frac{73.81125}{(1.485)^3} + \frac{99.645188}{(1.485)^4} + \frac{134.521}{(1.485)^5} = 13.72360308$$

TIR por iteración se obtiene un valor de 55.57162011%

TIR por fórmula 6.6

$$TIR_f = 5.23823712 + 48.5 + 0.35(5.23823712) = 55.57162011\%$$

Los resultados siguen siendo consistentes en cuanto a la obtención de un VPN idéntico y en el cálculo de la TIR por la fórmula 6.6.

EJEMPLO 6.4 Considérense los mismos datos del ejemplo 6.2, excepto que ahora la inflación tiene los valores anuales para el año 1, la inflación es $f_1 = 5\%$ para el año 2, $f_2 = 30\%$ para el año 3, $f_3 = 55\%$ para el año 4, $f_4 = 40\%$ y para el año 5, $f_5 = 15\%$. Determinese el VPN y la TIR con inflación.

SOLUCIÓN Ya se ha demostrado en los ejemplos previos que el VPN tiene valores consistentes, con y sin inflación de $\text{VPN} = \$13.72360308$, pero la inflación de los ejemplos previos había sido constante a lo largo de los años y en este ejemplo es variable. De manera deliberada se seleccionaron valores extremos de la inflación, de 5 hasta 55% para el periodo de análisis.

En este caso no es posible seleccionar o calcular una TMAR con inflación que sea igual en cada año. Lo único que permanece constante es la TMAR de la empresa sin inflación, pues recuérdese que ésta se definió como el crecimiento real del dinero por arriba de la inflación. En los ejemplos previos también se demostró que para calcular los flujos de efectivo inflados basta multiplicar el FNE del año previo por la inflación de ese año.

Año	0	1	2	3	4	5
FNE	30	31.5	40.95	63.4725	88.8615	102.19073
		$\times 1.05$	$\times 1.3$	$\times 1.55$	$\times 1.4$	$\times 1.15$

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -100 + \frac{31.5}{(1.05)(1.1)} + \frac{40.95}{(1.05)(1.1)^2(1.3)} + \frac{63.4725}{(1.05)(1.3)(1.55)(1.1)^3} \\ & + \frac{88.8615}{(1.05)(1.3)(1.55)(1.4)(1.1)^4} + \frac{102.19073}{(1.05)(1.3)(1.55)(1.4)(1.15)(1.1)^5} = 13.72360308 \end{aligned}$$

El VPN es exactamente el mismo. En realidad, esta forma de cálculo es la que se venía empleando en todos los ejemplos previos, pero no era muy evidente cómo funcionaba. Por ejemplo, si se desea calcular $(1.485)^4 = (1.35)(1.35)(1.35)(1.35)$ $(1.1)^4 = (1.35)^4(1.1)^4$, la diferencia con el ejemplo 6.3 es que la inflación es constante. Sobre la TIR inflada en el último ejemplo no existe una relación directa entre esta TIR y las inflaciones de cada año, por lo que su valor se calcula como cualquier otra TIR, por prueba y error, y su valor es $\text{TIR} = 44.0252\%$.

El valor de salvamento y la inflación

En los problemas presentados en los capítulos 4 y 5, el valor de salvamento se consideró como el valor monetario que tenía la inversión inicial, al final de su vida útil o del horizonte de análisis del problema. Al realizar determinaciones como el VPN y la TIR, bastaba que el dato originalmente declarado para el VS, se descontara tal cual a su valor equivalente en el presente y esto era válido porque no se consideraba la inflación.

El inversionista o el analista calcula el VS pensando siempre en términos de dinero en tiempo presente. Su razonamiento en general es: esta máquina cuesta \$100 000 ahora, pero al final de su vida útil de seis años tendrá un valor de mercado de \$15 000. Supone, con toda lógica, que el valor del activo disminuirá su valor con el uso y con el paso del tiempo. El razonamiento común de un analista no es en el sentido de: esta máquina cuesta ahora \$100 000 y al final de su vida útil de seis años tendrá un valor de mercado de \$85 000 porque la inflación promedio en cada año será de 28%.

Parece evidente que el valor de salvamento de cualquier activo se incrementará de manera proporcional a la inflación que se presente cada año, respecto del valor que se asignó originalmente.

EJEMPLO 6.5 Considérese los mismos datos del ejemplo 6.2, excepto que ahora el activo tiene un valor de salvamento de \$20 al final de su vida útil de cinco años. Calcular el VPN si *a*) no se considera inflación; *b*) la inflación es de 10% anual; *c*) la inflación es de 35% anual; *d*) la inflación adquiere los siguientes valores de los años 1 al 5: $f_1 = 5\%$, $f_2 = 30\%$, $f_3 = 55\%$, $f_4 = 40\%$ y $f_5 = 15\%$.

SOLUCIÓN A Los FNE se cambian al modificarse el cargo por depreciación.

$$D = \frac{100 - 20}{5} = 16$$

Estado de resultados	
	Años 1 a 5
+ Ingresos	100
- Costo	60
- Depreciación	16
= UAI	24
- Impuesto 50%	12
= UDI	12
+ Depreciación	16
= FNE	28

$$\text{VPN} = -100 + 28(P/A, 10\%, 5) + 20(P/F, 10\%, 5) = \$18.560456$$

$$\text{TIR} = 16.47626701\%$$

Se eleva el valor del VPN de 13.72360308 a 18.560456, una diferencia de 4.83685292. La elevación del VPN se debe a que se invierte en un activo que no pierde tanto valor, recuperando una parte de la inversión al final de la vida útil.

SOLUCIÓN B Procediendo de la misma forma que en la solución de los problemas previos, si $f = 10\%$ anual constante, se tiene:

Año	0	1	2	3	4	5
FNE	28	30.8	33.8	37.268	40.9948	45.09428
		$\times 1.1$	$\times 1.1$	$\times 1.1$	$\times 1.1$	$\times 1.1$

$$VS = 20(1.1)^5 = \$32.2102$$

$$TMAR_f = 0.1 + 0.1 + 0.1 \times 0.1 = 0.21$$

$$VPN = -100 + \frac{30.8}{(1.21)} + \frac{33.8}{(1.21)^2} + \frac{37.268}{(1.21)^3} + \frac{40.9948}{(1.21)^4} + \frac{45.09428 + 32.2102}{(1.21)^5}$$

$$VPN = \$18.5604567$$

Cálculo de TIR por iteración y por fórmula 6.6

$$TIR = 28.12389371\%$$

SOLUCIÓN C Se procede de la misma forma, con $f = 35\%$ anual constante.

Año	0	1	2	3	4	5
FNE	28	37.8	51.03	68.8905	93.002175	125.55294

$$TMAR_f = 0.1 + 0.35 + 0.1 \times 0.35 = 0.485$$

$$VS = 20(1.35)^5 = \$89.680669$$

$$VPN = -100 + \frac{37.8}{(1.485)} + \frac{51.03}{(1.485)^2} + \frac{68.8905}{(1.485)^3} + \frac{93.002175}{(1.485)^4} + \frac{125.55294 + 89.680669}{(1.485)^5}$$

$$VPN = \$18.5604567$$

$$TIR = 57.24296074\%$$

SOLUCIÓN D

Año	0	1	2	3	4	5
FNE	28	29.4	38.22	59.241	82.9374	95.37801

$$VS = 20(1.05)(1.3)(1.55)(1.4)(1.15) = \$68.12715$$

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -100 + \frac{29.4}{(1.05)(1.1)} + \frac{38.22}{(1.05)(1.3)(1.1)^2} + \frac{59.241}{(1.05)(1.3)(1.55)(1.1)^3} + \\ & \frac{82.9374}{(1.05)(1.3)(1.55)(1.4)(1.1)^4} + \frac{68.12715 + 95.37801}{(1.05)(1.3)(1.55)(1.4)(1.15)(1.1)^5} = \\ & 18.5604567 \end{aligned}$$

Las conclusiones que se pueden obtener hasta este momento son las siguientes: los resultados numéricos del VPN son idénticos sin considerar inflación a los obtenidos cuando ésta sí se considera, sin importar el valor de la inflación, o si es constante o variable cada uno de los años del periodo de análisis. Cuando se introdujo la consideración del valor de salvamento, los resultados también fueron idénticos con cualquier valor asignado de la inflación.

Por el lado de la TIR, también existe una congruencia de resultados que se rigen con la fórmula 6.6 y que conducirán al concepto de “ilusión inflacionaria de ganancia”.

Estas conclusiones capacitan a un analista o a quien va a tomar decisiones, para contar con una herramienta analítica válida para tomar decisiones de inversión, independientemente de la incertidumbre que existe sobre el valor que tomará la inflación en el futuro. Su decisión será válida si el problema se analiza sin considerar la inflación.

Sin embargo, existe un punto importante que con frecuencia se olvida. Se obtiene un valor idéntico del VPN bajo cualquier nivel de inflación, porque el nivel de ingreso se mantiene constante, lo cual indica que la producción y, por lo tanto las ventas no varían. En realidad, la inflación afecta las ventas porque disminuye el poder de compra de los consumidores; por ello, erróneamente, algunos analistas consideran que las técnicas de toma de decisiones en ingeniería económica no son válidas cuando se considera la inflación, ya que en realidad la inflación afecta de manera indirecta los resultados económicos de la empresa, disminuyendo las ventas al decrecer el poder adquisitivo del consumidor.

Las técnicas presentadas muestran que si el nivel de ventas se mantiene constante se pueden tomar decisiones de inversión válidas, independientemente del nivel de inflación en el futuro, por lo que el problema de toma de decisiones bajo condiciones económicas muy fluctuantes, es más bien un problema de pronóstico de ventas y de mercadotecnia que un problema de técnicas de análisis de ingeniería económica.

La depreciación acelerada y la inflación

En este apartado se presentará la forma correcta de considerar la inflación, cuando la inversión se deprecia con el método de suma de dígitos de los años (SDA), es decir, cuando la inversión se deprecia de manera acelerada.

EJEMPLO 6.6 Se realiza una inversión por \$300 que tiene una vida útil de cinco años y valor de salvamento de cero. Al final de este periodo la inversión se deprecia por SDA. Se estiman unos ingresos de \$180 antes de depreciación e impuestos, expresado en dinero del año cero. Se pagan impuestos de 50%. La TMAR de la empresa es de 15% excluyendo inflación. Se espera que la inflación sea de 20% anual en cada uno de los próximos cinco años. Determinése *a)* el VPN y la TIR sin considerar inflación; *b)* el VPN y la TIR considerando inflación.

SOLUCIÓN A Como el problema no considera inflación, se resuelve de manera usual (véase el capítulo 5) y su cálculo se realiza para tener un punto de comparación con los resultados que se obtengan al considerar inflación.

Año	D
1	5/15(300) = 100
2	4/15(300) = 80
3	3/15(300) = 60
4	2/15(300) = 40
5	1/15(300) = 20

Estado de resultados sin inflación					
	1	2	3	4	5
+ Ingreso	180	180	180	180	180
- Depreciación	100	80	60	40	20
= UAI	80	100	120	140	160
- Impuesto 50%	40	50	60	70	80
= UDI	40	50	60	70	80
+ Depreciación	100	80	60	40	20
= FNE	140	130	120	110	100

Las consideraciones son exactamente las mismas que cuando la inversión se depreció por línea recta. El ingreso es constante, lo cual significa que no varía la producción y las cifras están calculadas en el periodo cero. En este ejemplo ya no se consideran costos, pues supone que del ingreso de \$180 ya fueron descontados unos costos, por eso el problema declara “ingresos antes de depreciación e impuestos”.

$$\text{VPN} = -300 + \frac{140}{(1.15)^1} + \frac{130}{(1.15)^2} + \frac{120}{(1.15)^3} + \frac{110}{(1.15)^4} + \frac{100}{(1.15)^5} = 111.5502856$$

$$\text{TIR} = 30.86393414\%$$

SOLUCIÓN B Aquí, a diferencia de cuando se depreció por línea recta, no basta con aplicar la inflación a los FNE, ya que no son constantes. Es necesario inflar tanto ingresos como depreciación.

Año	D	=	D_f
1	$100(1.2)^1$	=	120
2	$80(1.2)^2$	=	115.2
3	$60(1.2)^3$	=	103.68
4	$40(1.2)^4$	=	82.944
5	$20(1.2)^5$	=	49.7664

Se utilizarán todas las cifras obtenidas en el estado de resultados para efectos de demostración.

Estado de resultados con inflación						
	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	180	216	259.2	311.04	373.248	447.8976
- Depreciación		120	115.2	103.68	82.944	49.7664
= UA)		96	144.0	207.36	290.304	398.1312
- Impuesto 50%		48	72.0	103.68	145.152	199.0656
= UDI		48	72.0	103.68	145.152	199.0656
+ Depreciación		120	115.2	103.68	82.994	49.7664
= FNE		168	187.2	207.36	228.096	248.8320

$$TMAR_f = 0.15 + 0.2 + 0.15 \times 0.2 = 0.38$$

$$VPN = -300 + \frac{168}{(1.38)^1} + \frac{187.2}{(1.38)^2} + \frac{207.36}{(1.38)^3} + \frac{228.096}{(1.38)^4} + \frac{248.832}{(1.38)^5} = \$111.5502856$$

Por tanteo $TIR = 57.03672097$ y por la fórmula 6.6.

Continúa la consistencia tanto en los resultados como en el uso de las fórmulas de cálculo.

El financiamiento y la inflación

Considerar el financiamiento y la inflación de una manera simultánea no es tan sencillo como calcular separadamente los intereses y el pago de capital provenientes de un préstamo y transcribirlos de manera correcta al estado de resultados. Implica realizar, de manera congruente, consideraciones de inflación en la tasa de interés del préstamo y en los flujos de efectivo y, además, calcular la TMAR mixta.

En el capítulo 5 se mostró la forma en que el financiamiento debe ser manejado en el estado de resultados y en la evaluación económica. Ahora hay que tratar el mismo tema pero con inflación. El problema planteado debe presentar congruencia entre la tasa de interés del préstamo y el valor de la inflación. La congruencia se refiere al hecho de que el valor de la tasa de interés del préstamo debe guardar cierta proporción con la inflación declarada en el problema. Por ejemplo, si no se considera inflación, como a lo largo de todo el capítulo 5, entonces la TMAR del inversionista sin inflación y la tasa de interés de los préstamos deben ser bajos, ya que sólo estarán conteniendo el premio al riesgo en sus valores.

Una incongruencia sería no considerar inflación en el problema, con lo que la TMAR del inversionista es baja, y considerar un financiamiento cuyo interés sea muy elevado, como si dicho interés estuviera incluyendo la inflación.

Ahora supóngase que se considera una inflación de 20% anual. El interés del préstamo debe ser al menos 50% más que el valor de la inflación declarada en el problema. Esto es lo que se ha observado en la realidad. La TMAR del inversionista sin inflación (premio al riesgo) no interviene en esta determinación. Si la inflación es de 20% anual, los bancos estarán prestando 30% como mínimo.

¿Por qué los bancos funcionan así? Existen varias razones. Primero, los bancos manejan un concepto que se llama CPP (costo porcentual promedio) que, en términos simples, es la tasa de interés que cuesta operar un banco y, en general, el CPP es dos puntos porcentuales más elevado que la inflación vigente. Esto es muy elevado, lo cual nos habla de la ineficiencia con que operan los bancos en el país. En el ejemplo, si la inflación es de 20%, el CCP sería de 22%. Del resto, $30 - 22 = 8$ puntos porcentuales, los bancos pagan de 45 a 47% de impuestos, entre impuesto sobre la renta y reparto de utilidades a los trabajadores.

De manera que al banco le viene quedando de 4.2 a 4.4 puntos porcentuales de ganancia. Ésta sería una ganancia razonable, pues significa el crecimiento real de la inversión. Pero, ante una economía inestable los bancos necesitan protegerse con un margen de ganancia mayor, por lo que elevan aún más el diferencial *interés de préstamo menos inflación*. Todo esto es causado por las pronunciadas oscilaciones de la economía, que en términos formales se llama *volatilidad del mercado*.

Al margen de todos los problemas que conlleva un país con alta inestabilidad económica, aquí se está tratando el problema de la evaluación económica con inflación y financiamiento. Supóngase que un analista desea tomar una

decisión de inversión, donde interviene la inflación y el financiamiento, ¿cuál es el método correcto de realizar la evaluación económica?

EJEMPLO 6.7 Se desea adquirir una máquina que tiene un costo de \$125 000 y un valor de salvamento de \$25 000 al final de su vida útil de cinco años. La máquina generará ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos de \$45 000 anuales en dinero del año cero. La empresa usa depreciación por línea recta. La TMAR es de 12% sin incluir inflación y se espera que la inflación sea de 8% en cada uno de los

próximos cinco años. Asimismo, se pagan impuestos de 42%. Para comprar la máquina se pide un préstamo por \$40 000 a una tasa de interés de 15% anual, la cual ya incluye inflación. El banco ofrece cuatro planes para liquidar el préstamo:

- Plan 1.** Pagar cinco anualidades iguales, cuyo primer pago se hará al final del primer año.
- Plan 2.** Pagar sólo intereses al final de cada año y pagar interés y capital al final del quinto año.
- Plan 3.** Pagar una cantidad igual de capital cada año, más intereses sobre saldos insolutos también cada año.
- Plan 4.** Pagar una sola cantidad al final del quinto año, que incluya al capital más todos los intereses acumulados.

Determinar cuál es el plan de pago más conveniente para la empresa, considerando inflación y TMAR mixta.

SOLUCIÓN

En este problema es conveniente observar varios aspectos. Primero, este tipo de problemas se resuelve por medio del cálculo del VPN y, a su vez, éste se calcula por medio de las cifras obtenidas del estado de resultados con financiamiento y con inflación, por lo que el primer paso de solución es aplicar la inflación a la ganancia anual esperada antes de depreciación, intereses e impuestos.

Obsérvese cómo en la redacción del problema se declara que esta ganancia está expresada en dinero del año cero. Esto obedece a que cuando se hacen estimaciones de las ganancias probables de una inversión, como en el caso del problema, en realidad todas las cifras pronosticadas se determinan en el periodo cero, que es cuando se toma la decisión de inversión, de forma que ésta es la base para el cálculo de los flujos de efectivo con inflación, tal y como está expresado en el ejemplo 6.2.

El siguiente punto es dar el mismo tratamiento a la depreciación, ya sea que se utilice el método de línea recta o de suma de dígitos de los años. El siguiente punto es tomar en cuenta que la Ley del Impuesto sobre la Renta (ley hacendaria o fiscal) vigente, declara que el pago de intereses por deudas contraídas por la empresa son deducibles de impuestos. El pago del capital no es deducible de impuestos. A esta ley obedece que el estado de resultados se presente en la forma mostrada.

PLAN I

Cálculo de los cargos de depreciación: $P = 125\,000$; $VS = 25\,000$; $n = 5$.

$$D = \frac{P - VS}{n} = \frac{125\,000 - 25\,000}{5} = 20\,000$$

Para no trabajar con demasiadas cifras decimales se ha decidido redondear el último entero y trabajar sin decimales.

Cálculo del pago anual de financiamiento para el plan I:

$$A = 40\,000 \left[\frac{0.15(1+0.15)^5}{(1+0.15)^5 - 1} \right] = 11\,932.6221$$

Esta anualidad incluye pago de intereses y capital en diferentes proporciones cada año. Como se deben separar intereses de pago de capital, es necesario hacer una tabla de pago de la deuda. Sólo para fines de demostración, se utilizarán cuatro decimales en la tabla de pago de la deuda; pero, cuando estas cifras se transcriban al estado de resultados se redondearán al entero más cercano.

Tabla de pago de la deuda				
Año	Interés	Anualidad	Pago de capital	Saldo insoluto
0	0	0	0	40 000.0000
1	6 000.0000	11 932.6221	5 932.6221	34 067.3779
2	5 110.1067	11 932.6221	6 822.5154	27 244.8625
3	4 086.7294	11 932.6221	7 845.8927	19 398.9698
4	2 909.8457	11 932.6221	9 022.7766	10 376.1932
5	1 556.4290	11 932.6221	10 376.1931	0.00008

La demostración que se quiere hacer es que al sumar la columna de pago de capital su valor será \$39 999.9999 debido al redondeo del cuarto decimal, pero su valor teórico es, desde luego, \$40 000. También hay que notar que el saldo insoluto después de pagar la quinta anualidad es de tan sólo \$0.00008, aunque teóricamente su valor debe ser de cero absoluto. Ahora se transcriben estas cifras al estado de resultados.

Estado de resultados para el plan I						
	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	45 000	48 600	52 488	56 687	61 222	66 120
- Depreciación	20 000	21 600	23 328	25 194	27 210	29 387
- Interés		6 000	5 110	4 087	2 910	1 556
= UAI		21 000	24 050	27 406	31 102	35 177
- Impuestos 42%		8 820	10 101	11 511	13 063	14 774
= UDI		12 180	13 949	15 895	18 039	20 403
+ Depreciación		21 600	23 328	25 194	27 210	29 387
- Pago capital		5 933	6 823	7 846	9 023	10 376
= FNE		27 847	30 454	33 243	36 226	39 414

El siguiente cálculo que se hace es el valor de salvamento con inflación. El valor de salvamento de cualquier activo también resulta afectado por la inflación que va aconteciendo a través de los años. Por lo tanto, cuando se considera inflación en un problema, el VS también deberá afectarse de manera proporcional por la inflación. Como la inflación considerada en el problema es de 8% anual constante cada año:

$$VS_f = 25\,000(1.08)^5 = 36\,733$$

El último cálculo que debe hacerse antes de la determinación del VPN es la TMAR mixta. La TMAR mixta se genera cuando se requiere más de un capital para conformar una inversión. En el problema, para reunir los \$125 000 se requiere que un banco aporte \$40 000 con 15 % de interés y el resto lo aportaría la empresa, la cual tiene o exige una tasa de ganancia distinta a la del banco. La tasa de ganancia de la empresa es la TMAR con inflación. La TMAR mixta se define como el promedio ponderado de las aportaciones de los capitales y los costos que conforman una inversión. Primero se calcula la TMAR de la empresa con inflación.

$$TMAR_f = i + f + if = 0.12 + 0.08 + (0.12)(0.08) = 0.2096$$

$$TMAR_{mixta} = \frac{85}{125}(0.2096) + \frac{40}{125}(0.15) = 0.1905$$

En el cálculo del VPN, la inversión inicial se considera exclusivamente el desembolso hecho por la empresa, es decir, en el problema la inversión inicial es $(\$125\,000 - \$40\,000) = \$85\,000$, de lo contrario se estarían considerando doble los \$40 000 del préstamo.

$$\begin{aligned} VPN_1 &= -85\,000 + \frac{27\,847}{(1.1905)^1} + \frac{30\,454}{(1.1905)^2} + \frac{33\,243}{(1.1905)^3} + \frac{36\,226}{(1.1905)^4} + \frac{39\,414 + 36\,733}{(1.1905)^5} \\ &= 29\,457.4 \end{aligned}$$

PLAN 2

El plan 2 es muy sencillo, pues sólo se pagan intereses cada año. Es el mismo interés cada año porque el capital se paga hasta el final del quinto año.

Estado de resultados para el plan 2

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	45 000	48 600	52 488	56 687	61 222	66 120
- Depreciación	20 000	21 600	23 328	25 194	27 210	29 387
- Interés		6 000	6 000	6 000	6 000	6 000
= UAI		21 000	23 160	25 493	28 012	30 733
- Impuestos 42%		8 820	9 727	10 707	11 765	12 908

(Continúa)

Estado de resultados para el plan 2 (Continuación)

	0	1	2	3	4	5
= UDI		12 180	13 433	14 786	16 247	17 825
+ Depreciación		21 600	23 328	25 194	27 210	29 387
- Pago capital		0	0	0	0	40 000
= FNE		33 780	36 761	39 980	43 457	7 212

Como todos los datos necesarios ya están determinados, se calcula directamente el VPN.

$$\begin{aligned} \text{VPN}_2 &= -85\,000 + \frac{33\,780}{(1.1905)^1} + \frac{36\,761}{(1.1905)^2} + \frac{39\,980}{(1.1905)^3} + \frac{43\,457}{(1.1905)^4} + \frac{7\,212 + 36\,733}{(1.1905)^5} \\ &= 33\,017.8 \end{aligned}$$

PLAN 3

Aquí se debe pagar una cantidad igual de capital cada año, que equivale al préstamo total dividido entre los cinco años, es decir, la fracción igual de capital que se debe pagar cada año es de \$8 000 más intereses sobre saldos insolutos. Es necesario hacer otra tabla de pago de la deuda:

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Pago a capital	Saldo insoluto
0	0	0	40 000
1	6 000	8 000	32 000
2	4 800	8 000	24 000
3	3 600	8 000	16 000
4	2 400	8 000	8 000
5	1 200	8 000	0

Estado de resultados para el plan 3

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	45 000	48 600	52 488	56 687	61 222	66 120
- Depreciación	20 000	21 600	23 328	25 194	27 210	29 387
- Interés		6 000	4 800	3 600	2 400	1 200
= ÚAI		21 000	24 360	27 893	31 612	35 533
- Impuestos 42%		8 820	10 231	11 715	13 277	14 924

(Continúa)

Estado de resultados para el plan 3 (Continuación)

	0	1	2	3	4	5
= UDI		12 180	14 129	16 178	18 335	20 609
+ Depreciación		21 600	23 328	25 194	27 210	29 387
- Pago capital		8 000	8 000	8 000	8 000	8 000
= FNE		25 780	29 457	33 372	37 545	41 996

$$\begin{aligned}
 VPN_3 &= -85000 + \frac{25780}{(1.1905)^1} + \frac{29457}{(1.1905)^2} + \frac{33372}{(1.1905)^3} + \frac{37545}{(1.1905)^4} + \frac{41996 + 36733}{(1.1905)^5} \\
 &= 28830.5
 \end{aligned}$$

PLAN 4

En este plan se paga una sola cantidad al final del quinto año, que incluye al capital más todos los intereses acumulados. La deuda al final del quinto año es:

$$F = 40\,000(1.15)^5 = 80\,454$$

De esta cantidad hay que separar el pago de intereses y el de capital. Si el capital en préstamo son \$40 000, el resto, \$40 454 son intereses acumulados.

Estado de resultados para el plan 4

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	45 000	48 600	52 488	56 687	61 222	66 120
- Depreciación	20 000	21 600	23 328	25 194	27 210	29 387
- Interés		0	0	0	0	40 454
= UAI		27 000	29 160	31 493	34 012	(3 721)
- Impuestos 42%		11 340	12 247	13 227	14 285	1 563
= UDI		15 660	16 913	18 266	19 727	(2 158)
+ Depreciación		21 600	23 328	25 194	27 210	29 387
- Pago capital		0	0	0	0	40 000
= FNE		37 260	40 241	43 460	46 937	(12 771)

Hay que anotar aquí que en la utilidad antes de impuestos del año 5 se genera una cantidad negativa debido a que en esa fecha se pagan todos los intereses acumulados durante los cinco años. Cuando esto sucede, se hace uso del escudo fiscal, lo cual significa que cuando la empresa tiene una ganancia antes de impuestos comparte sus ganancias con el gobierno y paga impuestos, pero cuando obtiene una pérdida antes de impuestos, entonces el gobierno comparte pérdidas con la empresa y le regresa la

parte proporcional de los impuestos, haciendo que su pérdida sea menor. Sólo en este plan se enfatiza el signo negativo (con un paréntesis) de la utilidad antes de impuestos, y aunque todas las depreciaciones, los impuestos y el pago de capital son negativos, no se anotan de esa manera; a cambio de eso, los signos de la cantidad de cada renglón se anotan en la extrema izquierda del estado de resultados.

NOTA En México, cuando una empresa obtiene una pérdida en la utilidad antes de impuestos se le otorgan hasta 10 años para recuperarse, sin detrimento de la utilidad que se obtenga en cualquiera de los años en los cuales se está recuperando de la pérdida. Por lo tanto, la aplicación del escudo fiscal, tal como se trata en el texto es incorrecta, pero se hace así por simplicidad. En el plan 4, por ejemplo, habría que considerar 10 años adicionales de análisis para observar la recuperación de la pérdida, lo cual no sería práctico.

$$\begin{aligned} \text{VPN}_4 &= -85000 + \frac{37260}{(1.1905)^1} + \frac{40241}{(1.1905)^2} + \frac{43460}{(1.1905)^3} + \frac{46937}{(1.1905)^4} + \frac{36733 - 12771}{(1.1905)^5} \\ &= 33834.9 \end{aligned}$$

Contestando a la pregunta del problema, la respuesta es que se debe elegir el plan 4 porque es el que presenta mayor VPN y, por lo tanto, mayor ganancia para el inversionista.

Sin embargo, para realizar un análisis completo de resultados hace falta determinar el VPN sin financiamiento, cuyo cálculo se muestra a continuación:

Estado de resultados sin financiamiento						
	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	45000	48600	52488	56687	61222	66120
- Depreciación	20000	21600	23328	25194	27210	29387
- Interés		0	0	0	0	0
= UAI		27000	29160	31493	34012	36733
- Impuestos 42%		11340	12247	13227	14285	15428
= UDI		15660	16913	18266	19727	21305
+ Depreciación		21600	23328	25194	27210	29387
- Pago capital		0	0	0	0	0
= FNE		37260	40241	43460	46937	50692

Para el cálculo del VPN hay dos modificaciones importantes. La primera es que la inversión es de \$125 000, puesto que ya no hay préstamo. La segunda modificación es que ya no hay una TMAR mixta, por lo tanto, la TMAR del cálculo debe ser sólo la TMAR con inflación de la empresa que es 20.96%. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{VPN}_{\text{sin financiamiento}} &= -125000 + \frac{37260}{(1.2096)^1} + \frac{40241}{(1.2096)^2} + \frac{43460}{(1.2096)^3} + \frac{46937}{(1.2096)^4} + \frac{50692 + 36733}{(1.2096)^5} \\ &= 13550.6 \end{aligned}$$

Tabla de análisis	
Plan	VPN $\text{TMAR}_{\text{mixta}} = 19.05\%$
1	29457.4
2	33017.8
3	28830.5
4	33834.9
Sin financiamiento	13550.6

Las conclusiones son similares a las obtenidas cuando se presentó el tema de financiamiento en el capítulo 5. Los resultados se deben esencialmente a que el préstamo es *dinero barato* en relación con lo que puede ganar la empresa, es decir, mientras que la empresa puede generar al menos 20.96% de ganancia anual sobre su inversión, el dinero pedido en préstamo le cuesta sólo 15%. El plan 3 es el que presenta menor VPN, ya que es el plan en donde el capital se paga más rápido, en tanto que el plan 4 es el que presenta mayor VPN porque es en donde se retiene mayor tiempo el capital y, como se observa, no importa pagar unos intereses muy elevados al final del quinto año, incluyendo el hecho de que el FNE de ese año sea negativo. Esta idea se confirma al observar el VPN sin financiamiento. La conclusión es pedir prestado bajo cualquier plan, incluyendo el plan 3, ya que es mejor invertir un dinero más barato que el propio.

Un análisis más profundo consiste en observar los VPN cuando el costo del dinero pedido en préstamo es igual a la tasa de ganancia de la empresa. Por ejemplo, si la TMAR de la empresa sin inflación es 6.5%, entonces la TMAR mixta es:

$$\text{TMAR}_f = i + f + if = 0.065 + 0.08 + (0.065)(0.08) = 0.1502$$

$$\text{TMAR}_{\text{mixta}} = \frac{85}{125}(0.1502) + \frac{40}{125}(0.15) = 0.1501$$

Con este dato se recalculan todos los VPN, incluyendo al que no tiene préstamo. La única variante en los cálculos es que ahora, en vez de ser una TMAR mixta de 19.05%, es de 15.01%. Los FNE obtenidos en cada plan de financiamiento permanecen igual, ya que la tasa del préstamo no ha variado. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Tabla de análisis	
Plan	VPN $TMAR_{mixta} = 15.01\%$
1	42635.6
2	45120.7
3	42206.4
4	45123.2
Sin financiamiento	36618.1

Aunque aparentemente debería ser indiferente pedir prestado que no financiar la compra, el resultado muestra que a pesar que la $TMAR$ mixta y la $TMAR$ del préstamo son prácticamente iguales, si no se obtuviera el préstamo se tendría una ganancia menor. No hay que olvidar que el VPN sin préstamo se calcula con una $TMAR = 15.02\%$. El plan 4 sigue siendo el mejor, aunque ya por muy poco margen, y el plan 3 continúa siendo el peor. La respuesta está en la capacidad de deducir los intereses provenientes de deudas adquiridas. Por las razones expuestas al final del ejemplo 5.7 se puede decir que el costo real del préstamo para la empresa es:

$$\text{Costo real} = 0.15 (1 - 0.42) = 0.087 \text{ u } 8.7\%$$

Por eso es que resulta mejor financiarse con cualquier plan que no hacerlo, aun cuando esta tasa sólo es para el primer año.

Un último análisis es observar el comportamiento del VPN cuando se solicita un préstamo de *dinero caro*. Por ejemplo, si la $TMAR$ de la empresa sin inflación fuera de 2%, la $TMAR$ mixta sería:

$$TMAR_f = i + f + if = 0.02 + 0.08 + (0.02)(0.08) = 0.1016$$

$$TMAR_{mixta} = \frac{85}{125}(0.1016) + \frac{40}{125}(0.15) = 0.1171$$

Los resultados nuevamente se presentan en una tabla:

Tabla de análisis	
Plan	VPN $TMAR_{mixta} = 11.71\%$
1	55212.2
2	56542.7
3	54986.7
4	55690.7
Sin financiamiento	60257.8

Con un costo real del préstamo para la empresa de 8.7% para el primer año, y una TMAR de 10.16%, ahora sí se observa que es mejor no pedir el préstamo, pues se está utilizando dinero más caro. Al eliminar la inflación de las comparaciones, la empresa sólo puede generar 2%, en tanto que el banco tiene un valor aproximado de 7% de tasa de ganancia sin inflación, por eso el dinero es más caro. Sin embargo, cuando se observan los resultados de los VPN con financiamiento, ahora el plan 2 es el mejor, ya que paga los intereses más rápido que los otros planes y ahora los intereses son muy caros.

¿Qué significa cada resultado? y ¿cuál es el mejor método?

En cuanto a la pregunta inicial del problema ¿conviene financiar la inversión? La respuesta es sí, dado que cualquiera de los VPN obtenidos tiene un valor mayor a la misma alternativa de inversión sin financiamiento, cuyo $VPN = \$13.72360308$.

Con respecto a la pregunta ¿qué significa cada uno de los valores obtenidos? Se puede decir que, si en el primer cálculo se utilizó la tasa de interés de financiamiento, entonces al VPN obtenido se le puede llamar VPN *financiero*.

Si al segundo valor obtenido se le aplicó la tasa real de interés para la empresa, al resultado se le puede llamar VPN *empresarial*.

A la segunda pregunta ¿cuál de los dos cálculos es el mejor método para obtener o medir la rentabilidad económica?, se puede decir que no hay mejor ni peor, pues cada uno representa un punto de vista distinto. Lo que sí se puede afirmar es que, en contabilidad y finanzas existe un criterio llamado *pesimista*, que significa que en negocios (inversiones) siempre hay que esperar lo peor y decidir con base en que eso suceda. En el caso de VPN calculado se podrá observar que el VPN empresarial siempre será mayor que el VPN financiero, porque la TMAR mixta real para la empresa siempre será menor que la TMAR mixta con interés bancario. Un cálculo con criterio pesimista es determinar el VPN con la TMAR mixta con interés bancario; además, ya se sabe que si ésta es positiva (en cualquier valor), el VPN empresarial será mayor, lo cual otorga seguridad.

Supóngase que un analista decide calcular el VPN empresarial. El valor que obtiene es un VPN apenas superior a cero y decide invertir, dado que el VPN para invertir debe ser mayor o igual a cero. Al tomar esa decisión expone en alto riesgo a la empresa. Recuérdese que el supuesto básico de toda la evaluación económica con inflación es que las ventas permanecen constantes a lo largo de todo el periodo de análisis. Si con este supuesto el VPN apenas es ligeramente positivo, significa que si bajan un poco las ventas, también bajarán los ingresos y la rentabilidad, entrando a la incapacidad de pago para cubrir sus deudas. Esta situación es independiente del hecho de que el banco, ante una oscilación económica repentina, decidiera incrementar su diferencia de ganancia, aumentando en demasía la tasa de interés de los préstamos como una medida de cobertura ante los riesgos de una economía inestable. Esto afectaría más el VPN de la empresa.

En tanto que, si se ha decidido invertir con base en el VPN financiero, se sabe que aún se tiene un margen de seguridad, aunque sea pequeño, para absorber las oscilaciones negativas de las ventas y de las tasas de interés.

Ésta es la única razón por la que se recomienda calcular el VPN financiero, es decir, aquel VPN que utiliza en su cálculo el interés bancario. Es una razón de protección contra el riesgo y no se debe a que el VPN empresarial tenga alguna deficiencia metodológica.

PROBLEMAS RESUELTOS

- Una persona quiere ahorrar una cierta cantidad anual para comprar un auto dentro de cuatro años. El auto cuesta ahora \$28 000. Se espera que la inflación anual en los siguientes cuatro años sea de 12%. Si el dinero se deposita en un banco que paga un interés anual de 10%, ¿de cuánto serán los cuatro depósitos iguales que deberá hacer anualmente para que, al hacer el último depósito pueda comprar el auto, si el primer depósito lo hace dentro de un año?

SOLUCIÓN En este caso se deben considerar dos situaciones distintas: la primera es cómo sube de valor el auto cada año y la otra cómo sube de valor el dinero depositado en el banco, pues las tasas de crecimiento son distintas.

En la tabla 6.1 se muestra el valor que tendrá el auto dentro de cuatro años, si su precio se eleva 12% al año.

TABLA 6.1

Año	Valor
0	28 000
1	31 360
2	35 123
3	39 338
4	44 059

Con este dato se tiene una cantidad $F = \$44\,059$ que se debe alcanzar haciendo cuatro depósitos que ganan 10% de interés anual, por lo tanto:

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] = 44\,059 \left[\frac{0.1}{(1+0.1)^4 - 1} \right] = \$9\,493$$

No olvide que la fórmula anterior restringe a que el último depósito ya no gana interés, y el problema dice que exactamente con el último depósito se reúne lo necesario para adquirir el auto; por lo tanto, ese depósito no necesita ganar interés.

2. Un terreno tiene un valor de \$100 000 el día de hoy. La TMAR de su propietario, sin incluir inflación, es de 7%. Si se espera que la inflación anual sea de 10% los próximos cinco años y de 12% los siguientes cinco, ¿en cuánto debe vender el terreno el dueño, al final de los 10 años, para ganar su TMAR compensando la pérdida inflacionaria?

SOLUCIÓN Si el objetivo es ganar la TMAR sin inflación y además compensar ésta, entonces la tasa de referencia es:

$$\text{TMAR}' = 0.07 + 0.1 + (0.07 \times 0.01) = 0.177 \text{ o } 17.7\%$$

Para los primeros cinco años y de:

$$\text{TMAR}' = 0.07 + 0.12 + (0.07 \times 0.12) = 0.1984 \text{ o } 19.84\%$$

para los últimos cinco años. Como el propietario espera que su dinero crezca a estas tasas en los periodos señalados, entonces deberá vender el terreno al final de los 10 años en:

$$F = 100\,000(1 + 0.177)^5(1 + 0.1984)^5 = \$558\,331$$

3. Un hombre compró un auto al principio de 1986 en \$3 200 y lo vendió al final de 1991 en \$15 000. La economía del país donde vive tuvo los siguientes valores de inflación: en 1986 de 122%, en 1987 de 179%, en 1988 de 86%, en 1989 de 62%, en 1990 de 55% y en 1991 de 48%. Al vender el auto, ¿cuál fue el porcentaje del valor inicial que obtuvo al venderlo en \$15 000, en dinero del periodo cero?

SOLUCIÓN Aquí se debe descontar al presente (1986) la cantidad de \$15 000 a las tasas de inflación señaladas. El cálculo es:

$$P = \frac{15000}{(1+1.22)(1+1.79)(1+0.86)(1+0.62)(1+0.55)(1+0.48)} = 350$$

En realidad está recuperando 10.9% del valor original. Por lo tanto, si quisiera cambiar su auto por uno similar al final de 1991, suponiendo que tuviera un precio parecido considerando la inflación, por su venta sólo obtendría 10.9% del auto nuevo.

4. Para instalar una empresa productora de plásticos es necesario invertir \$550 000. Se espera una ganancia neta anual (después de impuestos) de \$173 000 en dinero del año cero. La TMAR de la empresa, sin incluir inflación, es de 8%. El futuro de la economía es tan incierto que la inflación puede variar desde 10 hasta 100% en los próximos cinco años. El valor de salvamento de la inversión es de cero al final de los cinco años. Elabórese una gráfica que muestre el VPN, la TIR y la TMAR para un horizonte de cinco años, utilizando los enfoques con inflación y sin inflación para un rango de 10 al 100% de inflación con intervalos de 10%.

SOLUCIÓN El primer paso para la solución es construir una tabla que muestre los FNE de los cinco años para rangos de inflación de 10 a 100% (véase la tabla 6.2).

TABLA 6.2

Año	P = 550										
	Inflación										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
0	550*										
1	173	190.3	207.6	224.9	242.2	259.5	276.8	294.1	311.4	328.7	346.0
2	173	209.3	249.1	292.4	339.1	389.3	442.9	500.0	560.5	624.5	629.0
3	173	230.3	298.9	380.1	474.7	583.9	708.6	850.0	1008.9	1186.6	1384.0
4	173	253.3	358.7	494.1	664.6	875.8	1133.8	1444.9	1816.1	2254.6	2768.0
5	173	278.6	430.5	624.3	930.4	1313.7	1814.0	2456.3	3269.0	4283.7	5536.0

*Cifras en miles.

El siguiente paso es calcular las TMAR para todos los valores de inflación (la tabla 6.3 muestra estos valores).

TABLA 6.3

$TMAR'_{0} = 0.08$
$TMAR'_{10} = 0.08 + 0.1 + (0.08 \times 0.1) = 0.188$
$TMAR'_{20} = 0.08 + 0.2 + (0.08 \times 0.2) = 0.296$
$TMAR'_{30} = 0.08 + 0.3 + (0.08 \times 0.3) = 0.404$
$TMAR'_{40} = 0.08 + 0.4 + (0.08 \times 0.4) = 0.512$
$TMAR'_{50} = 0.08 + 0.5 + (0.08 \times 0.5) = 0.62$
$TMAR'_{60} = 0.08 + 0.6 + (0.08 \times 0.6) = 0.72$
$TMAR'_{70} = 0.08 + 0.7 + (0.08 \times 0.7) = 0.836$
$TMAR'_{80} = 0.08 + 0.8 + (0.08 \times 0.8) = 0.944$
$TMAR'_{90} = 0.08 + 0.9 + (0.08 \times 0.9) = 1.052$
$TMAR'_{100} = 0.08 + 1.0 + (0.08 \times 1.0) = 0.16$

Ahora se procede a calcular el VPN y TIR con los datos anteriores; los cálculos son:

$$\text{Para VPN: } VPN = -P + \sum_1^5 \frac{FNE}{(1 + TMAR')^n}$$

$$\text{Para TIR: } VPN = 0 = -P + \sum_1^5 \frac{FNE}{(1 + i)^n}$$

Los cálculos se hicieron con el paquete Lotus 123 y los resultados se presentan en la tabla 6.4.

TABLA 6.4

Inflación	0%	10%	20%	30%	40%	50%
VPN	140.73	140.73	140.75	140.75	140.74	140.76
TIR	0.17275	0.2900	0.4073	0.5246	0.6418	0.7592
TMAR'	0.08	0.188	0.296	0.404	0.512	0.62
TIR-TMAR'	0.09275	0.102	0.1113	0.1206	0.1298	0.1392
Inflación	60%	70%	80%	90%	100%	
VPN	140.74	140.75	140.73	140.73	140.73	
TIR	0.8764	0.9937	1.111	1.2282	1.3455	
TMAR'	0.728	0.836	0.944	1.052	1.16	
TIR-TMAR'	0.1484	0.1577	0.167	0.1762	0.1855	

De la tabla 6.4 es importante señalar dos aspectos: primero el VPN se mantiene constante sin importar el nivel de inflación. El segundo es que la TIR se mantiene constante aunque en apariencia no lo esté. Esto se comprueba con la fórmula que dice:

$$\Delta\Phi = \Delta f - \Delta\Phi \times f$$

Una explicación de ella sería: la diferencia TIR – TMAR sin inflación, que tiene un valor de 0.9275 en el ejemplo, siempre es igual a la diferencia TIR' – TMAR', considerando cualquier nivel de inflación, menos la diferencia TIR – TMAR sin inflación y multiplicada por el valor de la inflación. Para comprobar la validez de la fórmula se calcula $\Delta\Phi$, o para todos los datos del ejemplo. Estos valores se presentan en la tabla 6.5.

TABLA 6.5

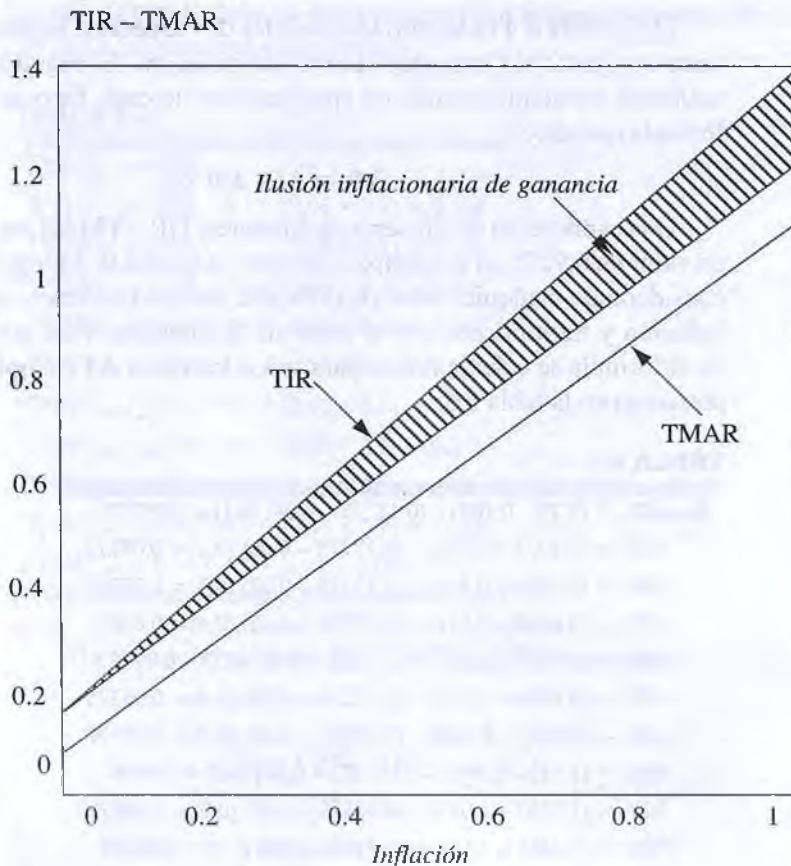
Para 10% = (0.29 – 0.188) – (0.17275 – 0.08) (0.1) = 0.092725
20% = (0.4073 – 0.296) – (0.17275 – 0.08) (0.2) = 0.09275
30% = (0.5246 – 0.404) – (0.17275 – 0.08) (0.3) = 0.09277
40% = (0.6418 – 0.512) – (0.17275 – 0.08) (0.4) = 0.0927
50% = (0.7592 – 0.62) – (0.17275 – 0.08) (0.5) = 0.09282
60% = (0.8764 – 0.728) – (0.17275 – 0.08) (0.6) = 0.09275
70% = (0.9937 – 0.836) – (0.17275 – 0.08) (0.7) = 0.09277
80% = (1.111 – 0.944) – (0.17275 – 0.08) (0.8) = 0.0928
90% = (1.2282 – 1.052) – (0.17275 – 0.08) (0.9) = 0.09273
100% = (1.3455 – 1.16) – (0.17275 – 0.08) (1.0) = 0.09275

Las pequeñas diferencias mostradas en la diezmilésima cifra de los resultados se deben al redondeo de cifras y no alteran las conclusiones que se obtengan.

Estos resultados prueban algo fundamental para la aplicación real de la ingeniería económica: si una inversión es rentable para un cierto nivel de inflación y para cierto nivel de utilización del equipo instalado se obtendrá exactamente la misma rentabilidad, cualquiera que sea la inflación en el futuro y siempre que no varíen las ventas iniciales, lo que significa seguir utilizando el equipo instalado al mismo nivel. Esta declaración implica también que si se eleva la inflación a cualquier nivel, también se elevarían los costos a un nivel similar, pero que además, el productor, propietario de las instalaciones, compensa este aumento de costos con un aumento en el precio de su producto, en la misma medida del nivel inflacionario vigente.

El resultado numérico del ejemplo demuestra que con un alto nivel de inflación, en realidad no se gana más que con baja inflación (manteniendo constante el

GRÁFICA 6.3



nivel de producción), sino que las cifras de la TIR aparecen igualmente infladas, lo cual no significa una ganancia mayor, sino que resulta ser otra de las ilusiones causadas por el fenómeno inflacionario. Esta aseveración queda corroborada no sólo por los cálculos hechos sobre la $\Delta\Phi$, sino porque el VPN se mantiene constante a cualquier nivel de inflación y el VPN es un valor de dinero y no un índice como la TIR. En la gráfica 6.3 se puede observar que este aumento ficticio en el valor de la TIR se presenta por el área oscura, en tanto que el área rayada es la diferencia TIR – TMAR que se mantiene constante independientemente del nivel inflacionario, siempre que se considere al ajuste correspondiente, tal y como se mostró a lo largo de todo el ejemplo.

5. Se adquirió un equipo de control numérico a un costo de \$630 000 con una vida útil de cinco años y un valor de salvamento de \$80 000 al final de ese periodo. La máquina proporcionará ingresos antes de depreciación e impuestos por \$145 000 en dinero del año cero. Los impuestos se pagan a una tasa de 40%. La TMAR de la empresa, excluyendo inflación, es de 5% anual y se espera que el nivel inflacionario sea de 11% anual en los próximos cinco años. Calcúlese el VPN de la inversión si se deprecia la máquina: a) por línea recta, b) por SDA.

SOLUCIÓN A Para el caso de depreciación por línea recta, se obtienen los FNE sin considerar inflación y después se inflan sólo los FNE. Véase el estado de resultados en la tabla 6.6.

$$Dt = \frac{630\,000 - 80\,000}{5} = 110\,000$$

TABLA 6.6

	Años 1 a 5
+ Ingresos	145 000
- Depreciación	110 000
= UAI	35 000
- Impuestos 40%	14 000
= UDI	21 000
+ Depreciación	110 000
= FNE	131 000

Sin considerar inflación el VPN es:

$$\text{VPN} = -630\,000 + 131\,000(P/A, 5\%, 5) + 80\,000(P/F, 5\%, 5) = -\$156$$

tomando en consideración la inflación, los FNE se muestran en la tabla 6.7

$$\text{VS} = 80\,000(1 + 0.11)^5 = \$134.805$$

TABLA 6.7

Años	0	1	2	3	4	5
FNE	131 000	145 410	161 405	179 160	198 867	220 743

$$\text{TMAR} = 0.05 + 0.11 + (0.05 \times 0.11) = 0.1655$$

$$\text{VPN} = -630000 + \frac{145410}{(1.1655)^1} + \frac{161405}{(1.1655)^2} + \frac{179160}{(1.1655)^3} + \frac{198867}{(1.1655)^4} + \frac{220743}{(1.1655)^5} + \frac{134805}{(1.1655)^5} = -\$156$$

Los resultados anteriores nuevamente confirman que los enfoques con y sin inflación son iguales, pues producen resultados idénticos. Si se desea, se pueden obtener esos flujos usando cifras infladas; sólo se muestra como ejemplo la obtención de los FNE de los años 1 y 2 (véase la tabla 6.8).

TABLA 6.8

Año	0	1	2
+ Ingresos	145 000	160 950	178 655
- Depreciación	110 000	122 100	135 531
= UAI	35 000	38 850	43 124
- Impuesto 40%	14 000	15 540	17 250
= UDI	21 000	23 310	25 874
+ Depreciación	110 000	122 100	135 531
= FNE	131 000	145 410	161 405

SOLUCIÓN B Depreciación por SDA (véase las tablas 6.9 y 6.10).

$$\text{SDA} = 15$$

TABLA 6.9

Año	D_t	D_t inflado
1	$5/15(550000) = 183333$	$183333 \times 1.11 = 203500$
2	$4/15(550000) = 146666$	$146666 \times 1.11^2 = 108707$
3	$3/15(550000) = 110000$	$110000 \times 1.11^3 = 150439$
4	$2/15(550000) = 73330$	$73330 \times 1.11^4 = 111325$
5	$1/15(550000) = 36666$	$36666 \times 1.11^5 = 61784$

TABLA 6.10

Año	1	2	3	4	5
+ Ingresos	160 950	178 655	198 306	220 120	244 333
- Depreciación	203 500	180 707	150 439	111 325	61 784
= UAI	-42 550	-2 052	47 867	108 795	182 549
- Impuesto 40%	+17 020	821	19 147	43 518	73 020
= UDI	-25 530	-1 231	28 720	65 277	109 529
+ Depreciación	203 500	180 707	150 439	111 325	61 784
= FNE	177 970	179 476	179 159	176 602	171 313

$$\begin{aligned}
 \text{VPN} &= -630\,000 + \frac{177\,970}{(1.1655)^1} + \frac{179\,476}{(1.1655)^2} + \frac{179\,159}{(1.1655)^3} + \\
 &\quad \frac{176\,602}{(1.1655)^4} + \frac{171\,313 + 134\,805}{(1.1655)^5} = +\$6\,033
 \end{aligned}$$

6. Joel Smart invirtió \$200 000 en un instrumento de renta fija en una casa de bolsa. Ésta se comprometió a otorgarle un interés neto de 16.5% anual durante tres años, al cabo de los cuales la casa de bolsa le regresará los \$200 000 que invirtió. La TMAR del señor Smart, excluyendo inflación, es de 6% anual y tiene la absoluta certeza de que durante el primer año después de invertir, el nivel inflacionario será sólo de 7.5%. ¿Cuál es el nivel máximo que puede alcanzar la inflación en los años 2 y 3 para que aún pueda ganar su TMAR de 6%, dado que sus ingresos son fijos?

SOLUCIÓN Los ingresos que percibirá son:

$$A = 200\,000 \left[\frac{0.165(1+0.165)^3}{(1+0.165)^3 - 1} \right] = \$89\,782 \text{ cada fin de año}$$

Para calcular la inflación de los años 2 y 3, necesaria para que aún pueda ganar su TMAR de 6%, la ecuación es:

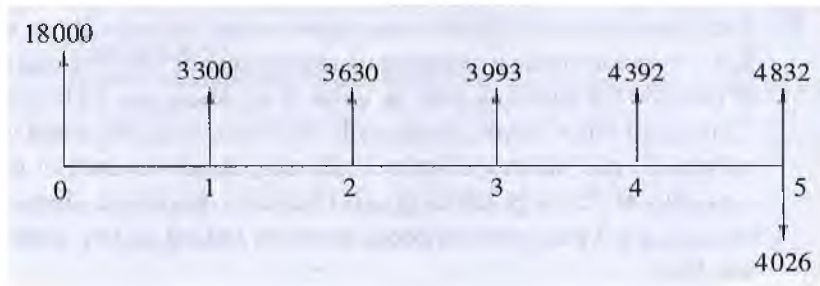
$$\begin{aligned}
 200\,000 &= \frac{89\,782}{(1+0.06)^1(1+0.075)^1} + \frac{89\,782}{(1+0.06)^2(1+0.075)^2} + \frac{89\,782 + 200\,000}{(1+0.06)^3(1+0.075)^3} \\
 121\,209 &= \frac{89\,782}{(1+0.06)^2(1+f)^2} + \frac{289\,782}{(1+0.06)^3(1+f)^3}
 \end{aligned}$$

Por prueba y error se encuentra que $f = 43.47\%$, que es el nivel máximo que puede alcanzar f en los años 2 y 3.

7. Una empresa necesita contar con una copiadora y tiene dos opciones para obtenerla: puede comprarla a un precio de \$18 000, en cuyo caso tendría que pagar además el mantenimiento anual que asciende a \$3 000 en dinero del año cero. Su valor de salvamento se calcula en \$2 500 al final del quinto año. También puede rentarla por el mismo periodo, teniendo que pagar renta por adelantado en cada año de uso; con esta opción no hay más gastos adicionales. La TMAR de la empresa es 5% sin incluir inflación. Si se ha calculado que el nivel de inflación será de 10% los próximos cinco años, ¿cuál es la cantidad uniforme que se debe pagar de renta durante los cinco años, para que las opciones de compra y renta sean indiferentes?

SOLUCIÓN Primero, dibújese el diagrama de flujo de cada una de las opciones y determínese la ecuación que represente su valor presente. El problema incluye sólo datos de costos, por lo que éstos se representan con signo positivo (véase la gráfica 6.4).

GRÁFICA 6.4



Las cantidades del diagrama se calcularon con una inflación de 10%, según se muestra en la tabla 6.11.

$$VS = 2500(1 + 0.5)^5 = 4026$$

TABLA 6.11

Año	0	1	2	3	4	5
Costo anual	3000	3300	3630	3993	4392	4832

La TMAR' (con inflación) se calcula como:

$$TMAR = 0.05 + 0.1 + (0.05 \times 0.1) = 15.5\%$$

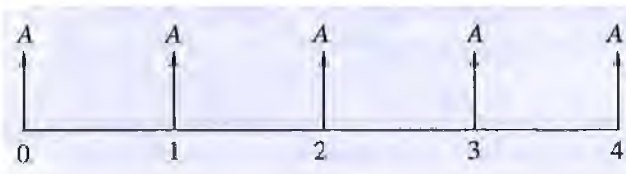
La ecuación que representa el VP del diagrama de compra es:

$$VP_c = 18000 + \frac{3300}{(1+0.155)^1} + \frac{3630}{(1+0.155)^2} + \frac{3993}{(1+0.155)^3} + \frac{4392}{(1+0.155)^4} + \frac{4832 - 4026}{(1+0.155)^5} VP = \$28851$$

el VS se resta al costo del quinto año puesto que es un ingreso.

OPCIÓN DE RENTA. Aquí tenemos nuevamente el concepto de pago por adelantado, el cual se representa según se muestra en la gráfica 6.5.

GRÁFICA 6.5



Es decir, el pago por adelantado para el uso de la copiadora durante el primer año se efectúa en el periodo cero, del mismo modo que al final del cuarto año se paga adelantada la renta del quinto año. El VP del diagrama se calcula como:

$$VP_R = A + \frac{A}{(1+0.155)^1} + \frac{A}{(1+0.155)^2} + \frac{A}{(1+0.155)^3} + \frac{A}{(1+0.155)^4}$$

$$VP_R = 3.8263A$$

La condición para que ambas opciones sean indiferentes es que $VP_c = VP_R$, es decir, que sus costos sean iguales en un mismo instante de tiempo. Por lo tanto:

$$28851 = 3.8263A$$

$$A = 7540$$

- Para instalar una empresa fabricante de rodamientos automotrices se requiere de una inversión de \$10.8 millones de dólares (mdd). El periodo de análisis es de seis años y se ha determinado que la inversión tendrá un valor de salvamento de \$3.5 mdd al final de ese periodo. Se espera que cada año la inversión genere ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos de \$2.2 mdd en dinero del año cero. La inversión se deprecia por suma de dígitos de los años (SDA). Para realizar la inversión se solicita un préstamo por \$4.0 mdd, el cual se liquidará mediante el pago de seis anualidades iguales, que se empezarán a pagar al final del primer año, y el interés que se pagará por el préstamo es de 15% anual; este valor ya incluye a la inflación. La TMAR de la empresa sin considerar inflación es de 8%; además, se espera que la inflación sea de 10% en cada uno de los tres primeros años y de 13% en cada uno de los últimos tres años. Se pagan impuestos de 50%. Determinar el VPN de la inversión considerando inflación, financiamiento y TMAR mixta. Redondear todas las cifras a dos decimales.

SOLUCIÓN Lo que ejemplifica este problema es el correcto uso de la depreciación con SDA y la consideración de dos inflaciones en el problema. Primero se van a calcular todas las cifras que son necesarias para el estado de resultados.

Depreciación con SDA e inflación

Año	Cargo	Inflación	D_t
1	$6/21(10.8 - 3.50)$	$(1.1)^1$	= 2.29
2	$5/21(10.8 - 3.50)$	$(1.1)^2$	= 2.10
3	$4/21(10.8 - 3.50)$	$(1.1)^3$	= 1.85
4	$3/21(10.8 - 3.50)$	$(1.1)^3(1.13)^1$	= 1.57
5	$2/21(10.8 - 3.50)$	$(1.1)^3(1.13)^2$	= 1.18
6	$1/21(10.8 - 3.50)$	$(1.1)^3(1.13)^3$	= 0.67

La justificación de por qué se procede de esta forma radica en que, cuando se calculan los cargos de depreciación por SDA, en cuanto a la columna *cargo* en la tabla, todos los valores obtenidos están en el periodo cero. Obsérvese que si en el año 6 se quiere calcular el cargo, y se considera una inflación de 10% constante cada año, entonces el cálculo sería:

$$1/21(10.80 - 3.50)(1.1)(1.1)(1.1)(1.1)(1.1)$$

Cuando se consideran dos o más inflaciones distintas, simplemente se sustituye el valor de f en el año correspondiente.

Cálculo del pago anual de financiamiento:

$$A = 4.0 \left[\frac{0.15(1+0.15)^6}{(1+0.15)^6 - 1} \right] = 1.0569$$

Esta anualidad incluye pago de intereses y capital en diferentes proporciones cada año. Como hay que separar intereses de pago de capital, es necesario hacer una tabla de pago de la deuda. Sólo para fines de demostración se utilizarán cuatro decimales en la tabla de pago de la deuda, pero cuando estas cifras se transcriban al estado de resultados se anotarán con el segundo decimal redondeado.

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Anualidad	Pago de capital	Saldo insoluto
0		0	0	4.0000
1	0.6000	1.0569	0.4569	3.5431
2	0.5315	1.0569	0.5254	3.0177

(Continúa)

Tabla de pago de la deuda (Continuación)

Año	Interés	Anualidad	Pago de capital	Saldo insoluto
3	0.4526	1.0569	0.6043	2.4134
4	0.3620	1.0569	0.6949	1.7185
5	0.2578	1.0569	0.7991	0.9194
6	10.13790	1.0569	0.9190	0.0004

En este ejemplo, el redondeo de cifras es muy grande y por esa razón el saldo insoluto residual también tiene un valor elevado. Ahora se transcriben estas cifras al estado de resultados.

	Estado de resultados						
	0	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	2.20	2.42	2.66	2.93	3.31	3.74	4.23
- Depreciación		2.29	2.10	1.85	1.57	1.18	0.67
- Interés		0.60	0.53	0.45	0.36	0.26	0.14
= UAI		(0.47)	0.03	0.63	1.38	2.30	3.42
- Impuestos 50%		+0.24	(0.01)	(0.31)	(0.69)	(1.15)	(1.71)
= UDI		(0.23)	0.02	0.32	0.69	1.15	1.71
+ Depreciación		2.29	2.10	1.85	1.57	1.18	0.67
- Pago capital		0.46	0.53	0.60	0.69	0.80	0.92
= FNE		1.60	1.59	1.57	1.57	1.53	1.46

Para el cálculo de los ingresos con inflación se sigue el mismo principio que se aplicó para calcular los cargos de depreciación, es decir, para t_1 el valor de los ingresos es $2.20(1.1) = 2.42$ y, para el año 6, el cálculo directo es $2.20(1.1)^3 (1.13)^3 = 4.225$, aunque es preciso recordar que se está redondeando el segundo decimal. Asimismo, de manera particular este ejemplo, en los renglones de UAI (utilidad antes de impuestos), de impuestos y de UDI (utilidad después de impuestos), se ha utilizado un signo + y paréntesis para enfatizar que se generan cifras negativas y que se hace uso del escudo fiscal en el primer año. En las soluciones que se proporcionan al final del texto, en general éstas no aparecen como las de este problema, ya que los signos que se deben considerar en cada concepto del estado de resultados están anotados en la extrema izquierda de cada concepto.

El siguiente cálculo que se hace es el valor de salvamento con inflación. El valor de salvamento de cualquier activo también resulta influenciado por la inflación que va aconteciendo a través de los años; por lo tanto, cuando se considera

inflación en un problema, el VS también será afectado de manera proporcional por la inflación. Como la inflación considerada en el problema es de 8% anual constante cada año:

$$VS_f = 3.50 (1.1)^3 (1.13)^3 = 6.72$$

El último cálculo que debe hacerse antes de la determinación del VPN es la TMAR mixta. La TMAR mixta se genera cuando se requiere más de un capital para conformar una inversión. En este problema, para reunir los \$10.8 mdd se requiere que un banco aporte \$4.0 con 15% de interés y el resto lo aportaría la empresa, la cual tiene o exige una tasa de ganancia distinta a la del banco. La tasa de ganancia de la empresa es la TMAR con inflación. La TMAR mixta se define como el promedio ponderado de las aportaciones de los capitales y los costos que conforman una inversión, con la salvedad de que ahora hay dos inflaciones, por lo que deberán considerarse dos TMAR con inflación y dos TMAR mixtas. La primera será para los años 1 a 3, y la segunda será para los años 4 a 6. Primero se calcula la TMAR de la empresa con inflación.

$$TMAR_{f \text{ años } 1-3} = i + f + if = 0.08 + 0.1 + (0.08)(0.1) = 0.188$$

$$TMAR_{\text{mixta años } 1-3} = \frac{6.8}{10.8}(0.188) + \frac{4.0}{10.8}(0.15) = 0.1739$$

$$TMAR_{f \text{ años } 4-6} = i + f + if = 0.08 + 0.13 + (0.08)(0.13) = 0.2204$$

$$TMAR_{\text{mixta años } 4-6} = \frac{6.8}{10.8}(0.2204) + \frac{4.0}{10.8}(0.15) = 0.1943$$

En el cálculo del VPN, la inversión inicial se considera exclusivamente el desembolso hecho por la empresa, es decir, en este problema la inversión inicial es $(\$10.8 - \$4.0) = \$6.8$; de lo contrario, los \$4.0 del préstamo se estarían considerando dos veces. También se hace un redondeo de las TMAR, pero ahora con tres decimales:

$$\begin{aligned} VPN = & -6.8 + \frac{1.60}{(1.174)^1} + \frac{1.59}{(1.174)^2} + \frac{1.57}{(1.174)^3} + \frac{1.57}{(1.174)^3(1.194)^1} + \\ & \frac{1.53}{(1.174)^3(1.194)^2} + \frac{1.46 + 6.72}{(1.174)^3(1.194)^3} \end{aligned}$$

$$VPN = 1.1325$$

Por lo tanto, se recomienda aceptar la inversión.

En el cálculo del VPN se hace uso del mismo principio utilizado en el cálculo de la depreciación y del estado de resultados con inflación, pero en forma inversa.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Un hombre compró una casa en \$17 000 hace 15 años. La tasa de inflación promedio que se ha tenido en ese periodo es de 13% anual. En este momento, 15 años después de la compra, le ofrecen \$200 000 por la casa. Si la TMAR de ese hombre es 5% excluyendo inflación, ¿es económicamente conveniente para él vender la casa a ese precio?

RESPUESTA No es conveniente, pierde \$21 037 si la vende a ese precio.

2. Una persona desea comprar un auto cuyo precio actual es de \$41 000 y cuenta con el dinero para realizar la compra. Sin embargo, recibe el consejo de invertir su dinero a una tasa de ganancia constante de 11% anual durante cinco años. Las expectativas inflacionarias para ese periodo son de 8% los dos primeros años, 10% los dos siguientes y de 16% el último año. Determinése si es conveniente comprar ahora el auto o posponer la compra, suponiendo que el auto sólo aumentará de precio debido a la inflación.

RESPUESTA Le conviene invertir y comprar el auto dentro de cinco años, ganaría \$1 963.

3. Cierta ama de casa gastó \$10 000 en alimentos durante el último año. Ella espera que la cantidad de comida que se consuma en el futuro permanezca prácticamente invariable. Si se espera que la inflación sea de 10% los próximos tres años y de 8% los siguientes cuatro, ¿cuánto gastará en alimentos al final del séptimo año, al valor del dinero en ese año?

RESPUESTA \$18 108.

4. Una empresa de productos agropecuarios desea instalar una nueva sucursal a un costo de \$500 (cifra en millones). La nueva planta tendría un valor de salvamento de \$80 al final de su vida útil de siete años. Las instalaciones se deprecian por SDA. La empresa paga impuestos a una tasa de 40% y ha fijado una TMAR de 10% excluyendo inflación. Se determinó que el beneficio anual antes de depreciación e impuestos es de \$106 en dinero del año cero. Se espera que la inflación en los próximos siete años sea de 8% anual. Determinése la conveniencia económica de instalar la sucursal.

RESPUESTA $VPN = -\$21.4$.

5. Para adquirir una roladora de acero, con un costo de \$125 000 y que tiene un valor de salvamento de \$41 000 al final de su vida útil de seis años, se pidió un préstamo de \$30 000 que será liquidado en seis pagos anuales iguales, que iniciarán un año después de pedir el préstamo. La tasa de interés que cobra el banco es de 12% anual. La roladora producirá un ingreso antes de depreciación, intereses e impues-

tos de \$22 000 en dinero del año cero. La máquina se deprecia por línea recta. La TMAR de la empresa excluyendo inflación es de 5%. Se pagan impuestos a una tasa de 50%. Se espera una inflación anual de 10% en los próximos seis años. Determínese el VPN: a) sin considerar inflación ni préstamo; b) considerando inflación, préstamo y TMAR mixta.

RESPUESTA a) VPN = -\$1 514; b) VPN = +\$7 537.8.

6. Una persona tiene \$10 000 para comprar un auto que vale \$30 000 el día de hoy. Deposita los \$10 000 en un banco que paga un interés de 10% anual y se propone ahorrar \$4 000 cada año durante cinco años, haciendo el primer depósito dentro de un año. Su deseo es comprar el auto al final de cinco años, luego de haber hecho cinco depósitos de \$4 000. Si la inflación en los próximos cinco años es de 12% anual, ¿cuánto le faltará para comprar el auto al final de ese periodo?

RESPUESTA \$12 344.

7. Se compró una excavadora para incrementar la capacidad de trabajo de una constructora. La máquina tiene un costo de \$137 000 el día de hoy sin valor de salvamento al final de su vida útil de 10 años. Se deprecia por SDA y se espera que produzca unos beneficios antes de depreciación e impuestos de \$24 500 por año en dinero presente. La TMAR de la empresa es de 8% anual excluyendo inflación y paga impuestos a una tasa de 50%. Se espera que el nivel de la inflación sea de 5% los primeros cinco años y de 11% los siguientes cinco. Determínese la conveniencia económica de a compra de la excavadora para un periodo de 10 años.

RESPUESTA No es conveniente pues el VPN = -\$3 584.

8. Una empresa productora de refacciones para automóviles ha comprometido toda su producción a las armadoras durante los siguientes cinco años, bajo el programa que se muestra en la tabla 6.12.

TABLA 6.12

Año	Pieza/año
1	3 500
2	3 750
3	4 000
4	4 000
5	4 300

Cada pieza se vende en \$25 y tiene un costo de producción de \$17 sin incluir depreciación, en dinero del año cero. Para fabricar esas piezas la empresa compró

una máquina especial a un costo de \$140 000 con una vida útil de cinco años, al cabo de los cuales tendrá un valor de salvamento de \$30 000 y la depreciará por línea recta. Se pagan impuestos a una tasa de 40% y se ha fijado una TMAR de 8% excluyendo inflación, la cual se espera que sea de 11% anual en los próximos cinco años. Determínese la conveniencia económica de haber adquirido la máquina.

RESPUESTA $VPN = -\$29\,241$.

9. Un comerciante compró unos locales y los acondicionó para instalar cierto tipo de negocio, con una inversión total de \$220 000. La vida útil de las instalaciones se calcula en 10 años, se depreciarán por línea recta y tendrán un valor de salvamento de \$72 000 al final de ese periodo. Para realizar la inversión, el comerciante pidió un préstamo por \$50 000 a una tasa de interés de 10% anual y el banco le ofrece dos opciones para liquidar el préstamo: *a*) pagar una cantidad igual cada año a lo largo de seis años, comenzando un año después de obtener el financiamiento; *b*) pagar una cantidad al final de seis años que incluya capital e interés. Se estima que los negocios instalados producirán un beneficio antes de interés, depreciación e impuestos de \$22 000 al año, en dinero del año cero. La tasa de impuestos que se paga es de 40%. Si se fija una TMAR de 5% anual excluyendo inflación y se espera que ésta sea de 8% anual en los próximos 10 años, determínese cuál plan de financiamiento debe adoptar el comerciante.

RESPUESTA Plan *a*) $VPN = -\$11\,611$; Plan *b*) $VPN = -\$1\,705$.

10. Para un proceso especial se compró una máquina a un costo de \$331 000 con un valor de salvamento de \$31 000 al final de su vida útil de seis años. La máquina producirá beneficios antes de depreciación e impuestos de \$80 000 en dinero del año cero. Se pagan impuestos a una tasa de 40% y la TMAR de la empresa excluyendo inflación es 8%. Se espera que el nivel inflacionario de los próximos seis años sea de 10% anual. Determínese el VPN: *a*) si se utiliza depreciación LR; *b*) si se utiliza depreciación SDA.

RESPUESTA *a*) $VPN = +\$16\,790$; *b*) $VPN = +\$22\,549$.

11. Un banco, que arriesga mucho en sus financiamientos, tiene una TMAR de 5% excluyendo inflación. Acaba de otorgar un préstamo a una empresa por \$1.5 millones, para pagar en siete anualidades iguales de fin de año, que comenzarán un año después de firmar la operación. Por el préstamo cobrará un interés fijo de 15%. El banco tiene la absoluta certeza de que en los próximos dos años la inflación será de sólo 8% anual, ¿cuál es el nivel máximo que puede alcanzar la inflación de los años 3 al 7 para que el banco aún pueda pagar su TMAR de 5% excluyendo inflación?

RESPUESTA 9.836% anual de los años 3 al 7.

12. Una persona compró un camión de autotransporte cuyo precio es de \$135 000 el día de hoy. Ha calculado que le puede proporcionar un ingreso neto anual de \$25 600 en dinero del año cero, durante los próximos seis años. La TMAR de esta persona es de 5% excluyendo inflación. Si se espera que el valor de la inflación sea de 10% anual en los próximos seis años, ¿en cuánto debe vender el vehículo al final del año seis para compensar la inflación y aún ganar su TMAR de 5%?

RESPUESTA $VS = \$12019.56$.

13. Un inversionista compró un pozo petrolero en \$170 000 y vendió toda la producción de la vida útil del pozo, calculada en ocho años, a un precio fijo de \$22 dólares por barril durante los ocho años. De este ingreso le queda una utilidad neta después de impuestos de \$5 dólares por barril. Los especialistas determinaron que la producción del pozo sería de 16 000 barriles el primer año con una disminución de 2 000 barriles cada año, hasta el octavo año en que el pozo se agotaría y las instalaciones no tendrían ningún valor de salvamento. La TMAR del inversionista excluyendo inflación es de 7%. Como el acuerdo de venta es que el precio del barril se mantendrá fijo, independientemente del nivel de inflación, ¿cuál debe ser el nivel máximo que puede alcanzar la inflación para que el inversionista aún pueda ganar su TMAR de 7%?

RESPUESTA $f = 21.25\%$

14. Un joven recién egresado de la universidad obtuvo un empleo en el cual le pagaron un sueldo de \$36 000 en dinero del periodo cero. En los siguientes cuatro años, ya sea por aumentos contractuales o por ascensos, su sueldo fue de \$40 000 al final del año 1, \$45 000 al final del año 2, \$53 000 al final del año 3 y \$60 000 al final del año 4. Si los niveles inflacionarios de los años 1 al 4 han sido: 10, 12, 15.1 y 17.6%, respectivamente, ¿cuál ha sido el incremento real de su sueldo, después de compensar los efectos inflacionarios y tomando como base los \$36 000 del año cero?

RESPUESTA Está ganando \$20.27 menos que su sueldo inicial.

15. Una persona depositó \$10 000 en un banco, mediante un contrato por medio del cual el banco se compromete a pagar una tasa fija de interés de 1.8% mensual durante 12 meses, independientemente de la inflación que se pudiera tener en ese periodo. Si el nivel de inflación de los 12 meses de vigencia del contrato fue de 6% el primer trimestre, 5.1% el segundo trimestre, 5% el tercero y 7.2% el cuarto trimestre, determínese si el dinero depositado creció en términos reales al final de los 12 meses.

RESPUESTA Al final del cuarto año perdió \$17.36 en dinero del año cero.

16. En México hay un control gubernamental en los precios de ciertos productos de consumo básico; el aumento en los precios sólo se autoriza cada año. El producto

A tiene un precio en el periodo cero de \$12 y el fabricante de ese producto dice que en ese momento su utilidad es prácticamente nula. La inflación en los siguientes 12 meses es de: 1, 1.1, 2, 1.4, 0.7, 2.1, 1.5, 1.6, 1.3, 1.0, 1.8, 2.1%, respectivamente. Si el gobierno autoriza en el periodo cero un aumento al precio del producto A , *a*) ¿cuál debe ser el precio justo para que al final de los 12 meses sólo se alcance a compensar la pérdida inflacionaria, pero que no haya utilidad por la venta del producto? *b*) Si además de compensar la pérdida inflacionaria el fabricante desea ganar una TMAR de 5% al año, excluyendo inflación, ¿cuál debe ser el precio en el periodo cero para que al final de año se gana exactamente 5% sobre el nivel de inflación?

RESPUESTA *a*) \$14.28; *b*) \$15.00.

17. Un inversionista compró acciones en la bolsa de valores por \$10 000. Pudo cobrar intereses de \$15 000 al final de cada uno de los primeros cinco años y de \$17 000 al final de cada uno de los siguientes cinco. Al final de los 10 años vendió las acciones en \$100 000. Si la inflación promedio durante los 10 años fue de 8% anual, ¿cuál fue la tasa de incremento real de su dinero durante ese periodo?

RESPUESTA 52.4%

18. Un padre depositó \$42 000 en un banco para pagar la educación universitaria de su hijo el mismo día en que éste ingresó a la universidad. El banco paga una tasa de 10% del interés anual. La educación del hijo tiene un costo de \$10 000 en dinero del año cero y la colegiatura se paga al principio del año escolar, es decir, al ingresar debe pagar \$10 000 y los pagos subsecuentes ya tienen incrementos inflacionarios. Si la educación es de cinco años y se espera que la inflación sea de 12% anual en cada uno de los cinco años, ¿cuánto dinero le faltaría para hacer el quinto pago a la universidad a principios del año cinco?

RESPUESTA \$14423.

19. La revista *Play Child* ofrece varias opciones de suscripción a sus lectores: la primera sería un pago de \$225 en este momento con derecho a recibir la revista durante los siguientes cinco años; la segunda opción es un contrato de pago por adelantado por cada año que se reciba la revista durante los próximos cinco años. Si la TMAR de *Play Child*, excluyendo inflación, es 3% anual y han calculado que la inflación en los próximos dos años será de 9.18% y en los siguientes tres de 12.1%, ¿cuál debe ser el pago por adelantado uniforme que debe cobrar la revista a sus lectores para que ambas opciones sean indiferentes?

RESPUESTA \$56.84.

20. Para instalar una planta de productos alimenticios se necesita una inversión inicial de \$3.8 millones (mp). Se estima que los beneficios antes de depreciación, intere-

ses e impuestos serán de 2.5 mp cada año en dinero del año cero. La inversión se deprecia por SDA y tendrá un valor de salvamento de 0.8 mp al final de su vida útil de cinco años. Para instalar la planta se solicitó un préstamo de 1.5 mp, el cual se acordó liquidar en cinco años mediante el pago de cinco anualidades cada fin de año que se comenzarán a pagar un año después de recibirlo. Por el préstamo se cobrará una tasa de interés de 18% anual, la cual ya incluye inflación. Se pagan impuestos a una tasa de 50%. La TMAR de la empresa es 8% sin incluir inflación y se espera que ésta sea de 12% los dos primeros años y de 15% los tres últimos. Determinése el VPN de la inversión: *a)* sin financiamiento y sin inflación; *b)* con financiamiento y con inflación utilizando TMAR mixta.

RESPUESTA *a)* VPN = +\$2.996 mp; *b)* VPN = +\$3.269.

21. Para adquirir una máquina que tiene un costo de \$130 000, con un valor de salvamento de \$30 000 al final de su vida útil de seis años, se pide un préstamo por \$40 000 para ser liquidado en cinco pagos anuales iguales, que se empezarán a pagar un año después de recibir el préstamo. La tasa de interés que cobra el banco es de 11% anual, y ya incluye inflación. La máquina producirá ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos de \$27 000 en dinero del año cero. La máquina se deprecia por suma de dígitos de los años. La TMAR que se considera es de 6% excluyendo inflación y se espera que la inflación sea de 9% en cada uno de los próximos seis años. Se pagan impuestos a una tasa de 50%. Determinése el VPN de la inversión: *a)* sin considerar inflación ni préstamo, *b)* con inflación, préstamo y TMAR mixta.

RESPUESTA *a)* VPN = \$494.77; *b)* VPN = \$13 971.74.

22. Se compró una máquina por \$110 000 que tiene un valor de salvamento de \$10 000 al final de su vida útil de cinco años. Para adquirirla se pidió un préstamo por \$40 000 a una tasa de interés de 11% anual, la cual ya incluye inflación. El plan de pago del préstamo consiste en sólo cubrir intereses al final de los años 1, 2, 3 y 4, pagando capital e intereses al final del año 5. El equipo se deprecia por suma de dígitos de los años. Se pagan impuestos a una tasa de 50% y la TMAR de la empresa es de 5% sin considerar inflación. Se espera que la inflación sea de 8% en cada uno de los próximos cinco años. La máquina produce beneficios anuales, antes de depreciación, intereses e impuestos, de \$22 500 en dinero del año cero. Determinése el VPN de la inversión con financiamiento, inflación y TMAR mixta.

RESPUESTA VPN = \$3 461.

23. Se desea instalar una empresa que requiere una inversión de \$2.5 millones (m), con un valor de salvamento de \$0.4 m al final de su vida útil de cinco años. La empresa producirá beneficios antes de depreciación, intereses e impuestos de \$0.72 m cada año en dinero del año cero. Para la inversión se pide un préstamo

por \$1 m, por el que se cobra un interés de 15% anual, el cual ya tiene incluida la inflación. El préstamo se pagará en cinco anualidades iguales que se empezarán a pagar un año después de pedir el préstamo. La inversión se deprecia por suma de dígitos de los años, se pagan impuestos a una tasa de 50% y la TMAR de la empresa es de 10% sin incluir la inflación. Se espera que la inflación sea de 8% en cada uno de los próximos cinco años. Determinése el VPN de la inversión, considerando financiamiento, inflación y TMAR mixta.

RESPUESTA VPN = \$0.2718 m.

24. Se adquirió un equipo con valor de \$600 000, vida útil de cinco años y valor de salvamento de \$100 000 al final de ese periodo. El equipo proporciona ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos de \$160 000 al año en dinero del año cero. Los impuestos se pagan a una tasa de 50%, el equipo se deprecia por línea recta y la TMAR de la empresa es de 6% sin incluir inflación, que se espera sea de 9% en cada uno de los dos primeros años y de 11% en cada uno de los últimos tres años. Para comprar el equipo se pidió un préstamo por \$210 000, el cual se liquidará en cinco anualidades iguales de fin de año, que se empezarán a pagar al final del primer año, en el que se cobrará un interés de 15%, ya considerando inflación. Determinése: a) el VPN sin inflación ni financiamiento; b) el VPN con inflación, financiamiento y TMAR mixta.

RESPUESTA a) VPN = \$22 333.1; b) VPN = \$71 725.

25. Una inversión tiene un costo de \$1 200, una vida estimada de seis años y un valor de salvamento de \$200 al final de ese periodo. La inversión se deprecia por suma de dígitos de los años. Se calcula que producirá beneficios antes de depreciación, intereses e impuestos de \$320 cada año en dinero del año cero. Para realizar la inversión se piden dos préstamos. El primero lo aporta el banco A por un monto de \$250, por el que se cobra un interés de 25% anual y se pagaría en seis anualidades iguales que comenzarían al final del primer año. El segundo préstamo lo aporta el banco B por un monto de \$300, con un interés de 28% anual, el cual se paga en una sola cantidad al final del año 6, ésta incluye el capital más todos los intereses acumulados. Ambas tasas de interés ya tienen considerada la inflación. La empresa paga impuestos de 50%, su TMAR es de 10% sin incluir inflación. Se espera que la inflación sea de 18% en cada uno de los tres primeros años y de 20% en cada uno de los últimos tres años. Calcule el VPN de la inversión con financiamiento, inflación y TMAR mixta.

RESPUESTA VPN = \$264.87.

26. Se invierten \$200 000 en el área de proceso de una empresa. La inversión tiene una vida útil de cuatro años y un valor de salvamento de 10% de la inversión original. Produce ingresos de \$68 000 al año en dinero del año cero antes de

depreciación, intereses e impuestos. Se deprecia por suma de dígitos de los años y se pagan impuestos a una tasa de 50%. Para realizar la inversión se pide un préstamo por \$50 000 que se paga en una sola cantidad, que incluye capital más todos los intereses acumulados al final del año cuatro, por el cual se cobra un interés de 18% anual. Ese interés ya considera la inflación. La TMAR de la empresa es de 9% anual sin incluir inflación. Los pronósticos macroeconómicos indican que la inflación será de 7% en cada uno de los próximos dos años y de 12% en cada uno de los últimos dos años. Determínese: *a*) el VPN y la TIR sin inflación y sin financiamiento; *b*) el VPN con inflación, financiamiento y TMAR mixta.

RESPUESTA *a*) VPN = \$347, TIR = 9.081%; *b*) VPN = \$13 806.40.

27. Se desea adquirir un equipo que tiene un costo de \$125 000, con un valor de salvamento de \$11 000 al final de su vida útil de seis años. Se ha calculado que el equipo producirá ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos por \$27 000 al año en dinero del año cero. La TMAR de la empresa es de 8% excluyendo inflación. Se pronostica que la inflación será de 10% en cada uno de los próximos seis años. Un banco local puede prestar hasta \$42 000 para adquirir el equipo cobrando un interés de 15% anual, lo cual ya incluye inflación. Además, ofrece dos planes de pago. Con el plan I se pagaría una sola cantidad que incluiría capital y todos los intereses acumulados al final del año seis. El plan II implica pagar una cantidad igual de capital en cada uno de los seis años, más intereses sobre saldos insolutos cada año. El director de la empresa dice que sería conveniente tomar el plan I y depreciar al equipo por línea recta. El gerente financiero dice que es más conveniente tomar el plan II y depreciar por suma de dígitos de los años. Si se pagan impuestos de 50% y utilizando la TMAR mixta, determínese quién tiene la razón.

RESPUESTA Tomar el plan I y depreciar por LR, VPN = \$8 173.26.

28. Se desea comprar una máquina nueva a un costo de \$560 000 que tiene una vida útil de cinco años y un valor de salvamento de \$60 000 al final de ese periodo. Se deprecia por línea recta. La máquina generará ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos de \$145 000 al año en dinero del año cero. Para comprar la máquina se pidió un préstamo por \$200 000 a un interés de 12% anual, el cual ya considera inflación y se pagará en una sola cantidad que incluye capital e intereses acumulados al final del año 5. Se pagan impuestos a una tasa de 40% y la TMAR es de 10% excluyendo inflación. El gobierno pronostica una inflación promedio anual de 7% en cada uno de los siguientes cinco años. Determínese: *a*) la TIR y el VPN sin inflación ni financiamiento, *b*) el VPN y TIR con inflación, financiamiento y TMAR mixta.

RESPUESTA *a*) TIR = 7.22%, VPN = -\$41.31; *b*) VPN = \$45 624.8, TIR = 21.86%.

29. Se compra un equipo por \$330 000 con una vida útil de cinco años y un valor de salvamento de \$30 000 al final de ese periodo. Se espera que produzca ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos de \$92 000 anuales en dinero del año cero. El equipo se deprecia por suma de dígitos de los años. Para comprar el equipo se pide un financiamiento por \$150 000 a una tasa de interés de 28% anual, la cual ya considera la inflación. Para liquidar el financiamiento se pagará, cada año, una fracción igual de capital más intereses sobre saldos insolutos. Se pagan impuestos de 50%, la TMAR de la empresa es de 10% sin incluir inflación, y se espera que la inflación sea de 25% en cada uno de los tres primeros años y de 30% en cada uno de los dos últimos años. Determinése el VPN de la inversión con financiamiento, inflación y TMAR mixta.

RESPUESTA VPN = \$63 189.7.

30. Una persona invirtió \$121 948 en un pequeño negocio. Éste le proporcionó una ganancia neta (equivalente a los FNE del estado de resultados) de \$32 800 al final del primer año, de \$45 300 al final del segundo año, de \$50 000 al final del tercer año, de \$52 000 al final del cuarto año y de \$61 700 al final del quinto año, momento en que también vendió lo que quedaba del negocio en \$80 000. La inflación en cada uno de los dos primeros años fue de 20%, y para cada uno de los últimos años la inflación fue de 28%. ¿Cuál fue el premio al riesgo (ganancia por arriba de la inflación) que ganó el inversionista en cada uno de los cinco años?

RESPUESTA 8% anual.

31. La inversión requerida para instalar una empresa es de \$4 millones (m), la cual tiene un valor de salvamento de \$1 m al final de su vida útil de cinco años. Se esperan ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos de \$0.94 m al año, expresados en dinero del año cero. La inversión se deprecia por suma de dígitos de los años. Para realizar la inversión se pide un préstamo de \$1.5 m a una tasa de interés anual de 32%, la cual ya incluye inflación. Para liquidar la deuda se pagará una cantidad igual de capital cada año, más intereses sobre saldos insolutos, los cuales también se cubrirán cada fin de año. Se pagan impuestos a una tasa de 50%. La TMAR de la empresa es de 10% sin incluir inflación y se espera que la inflación sea de 20% en cada uno de los próximos cinco años. Calcule el VPN de la inversión con inflación, financiamiento y TMAR mixta.

RESPUESTA VPN = \$0.0099 m.

32. Un asesor de una bolsa de valores aconsejó a un inversionista comprar un conjunto de acciones cuyo valor fue de \$371 658.78. Por su compra, el inversionista recibió \$135 000 al final del primer año, \$154 000 al final de los años 2, 3, 4 y 5. Además, el inversionista pudo vender las acciones en \$500 000 al final del quinto año. El inversionista tuvo una ganancia de 8% por arriba de la inflación en cada

uno de los cinco años. Si se sabe que la inflación en cada uno de los años 3, 4 y 5 fue de 35%, ¿cuál fue la inflación en cada uno de los dos primeros años?

RESPUESTA 30%.

33. Se invierten \$600 en una máquina cuya vida útil es de cinco años, con un valor de salvamento de \$100 al final de ese periodo. La inversión se deprecia por suma de dígitos de los años. Se espera obtener ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos de \$185 anuales, expresados en dinero del año cero. Para realizar la inversión se pide un préstamo por \$150 a un interés anual de 20%, el cual ya incluye inflación. Del préstamo sólo se pagarán intereses cada fin de año y al final del quinto año se pagará el interés de ese año, más todo el capital en deuda. Los impuestos son de 50%. La TMAR es de 10% sin incluir inflación. Se espera que la inflación sea de 15% en cada uno de los tres primeros años y de 20% en cada uno de los dos últimos años. Determinese el VPN de la inversión, considerando inflación, financiamiento y TMAR mixta.

RESPUESTA $VPN = \$104.97$.

34. Se invierten \$500 en una planta industrial con una vida útil de ocho años y un valor de salvamento de \$100 al final de ese periodo. Para realizar la inversión se piden dos préstamos. El primero es por \$120 a una tasa de interés de 35% anual, para pagar en una sola cantidad que incluya capital e intereses acumulados al final del año 8. El segundo préstamo es por \$80 con un interés de 40% anual, para pagar en ocho anualidades iguales. Se calcula que la inversión producirá un ingreso de \$65 antes de depreciación, intereses e impuestos, expresada en dinero del año cero. El equipo se deprecia por línea recta y se pagan impuestos de 50%. La TMAR de la empresa es de 10% sin incluir inflación. Se pronostica que la inflación será de 30% en cada uno de los próximos ocho años. Determinese el VPN de la inversión considerando inflación, financiamiento y TMAR mixta.

RESPUESTA $VPN = -\$9.7593$.

35. Se invierten \$550 en una máquina con una vida útil de cinco años y un valor de salvamento de \$50 al final de ese periodo. La inversión se deprecia por suma de dígitos de los años. Se espera que la máquina proporcione ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos por \$120 anuales en dinero del año cero. Para realizar la inversión se pide un préstamo por \$225 para pagar en cinco anualidades iguales de fin de año, a una tasa de interés de 30% anual, la cual ya está considerando la inflación futura. Se pagan impuestos de 50%. La TMAR sin inflación es de 12% y se espera que la inflación sea de 35% en cada uno de los primeros cuatro años y de 42% el último año. Calcular el VPN de la compra de la máquina con inflación, financiamiento y TMAR mixta.

RESPUESTA $VPN = \$65.22$.

36. Se invierten \$500 en una máquina cuya vida útil es de seis años y tiene un valor de salvamento de \$50 al final de los seis años. Se deprecia por línea recta. Se espera que proporcione ingresos antes de depreciación, intereses e impuestos de \$170 anuales en dinero del año cero. Para realizar la inversión se pide un préstamo por \$200, que se liquidará en un solo pago al final del sexto año que incluye capital y todos los intereses acumulados. Por el préstamo se está cobrando una tasa de interés de 32% anual, la cual ya incluye inflación. Se pagan impuestos a una tasa de 50%. La TMAR de la empresa es de 10% sin considerar la inflación. Los pronósticos de la empresa indican que la inflación será de 25% al final del primer año, de 28% al final del segundo año y de 30% en cada uno de los años 3, 4, 5 y 6. Determinése el VPN de la inversión considerando inflación, financiamiento y TMAR mixta.

RESPUESTA $VPN = \$220.00$.

37. El conocido magnate financiero Greedy Jones invirtió \$500 000 en la bolsa de valores. Al finalizar el primer año no obtuvo ganancia alguna por sus acciones. Sus ganancias netas al final de los siguientes años fueron: \$80 000 al final del segundo año; \$20 000 al final del tercer año; \$90 000 al final del cuarto año y de \$100 000 al final del quinto año. En ese momento pudo vender sus acciones en \$550 000. La inflación promedio en cada uno de los cinco años fue de 11%, ¿cuál fue la tasa de crecimiento real del dinero de Greedy en cada uno de los cinco años?

RESPUESTA 1.083% anual.

NOTA El resultado que se obtenga en la solución de los problemas puede variar ligeramente del resultado del libro; pero nunca por más de la unidad (1). Esto puede ocurrir por el número de cifras decimales que se consideren en los cálculos.

OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN Y SU EVALUACIÓN ECONÓMICA

OBJETIVO GENERAL

- ◆ Al terminar el presente capítulo, el alumno será capaz de conocer las principales alternativas de inversión y hacer su evaluación económica.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ◆ El estudiante podrá tomar decisiones en las oportunidades de inversión.
- ◆ El estudiante será capaz de hacer la evaluación económica de una inversión.
- ◆ El estudiante aplicará su visión para elegir mejores oportunidades de inversión y determinar los factores que pueden afectar o contribuir a ella.

Introducción

En todo el texto se ha discutido acerca del dinero y de las tasas de interés, que si bien son conceptos cotidianos de la vida moderna, cabe preguntar ¿de dónde proviene todo ese dinero? ¿Cómo se genera? ¿Por qué hay países muy ricos y otros demasiado pobres? ¿Por qué la tasa de interés que pagan los bancos en México ha variado de 15% mensual en febrero de 1988 hasta menos de 5% anual en el año 2004? ¿Por qué en países como Bolivia en la década de los ochenta hubo inflaciones cercanas a 2000% en un solo año?

Estas complicadas preguntas tienen respuestas muy sorprendentes que se tratará de contestar a lo largo de este capítulo. Hay que aclarar que las respuestas no serán definitivas, ya que ningún teórico de las finanzas o de la economía en el mundo ha logrado definir con claridad muchos conceptos relacionados con esas áreas del conocimiento.

La creación de la moneda

Imaginemos al mundo hace algunos miles de años, cuando no había ningún tipo de moneda en circulación. Las transacciones comerciales existentes se hacían por medio del trueque, es decir, se intercambiaban mercancías de un valor similar acordado por las partes que intervenían; en caso de que las mercancías no tuvieran un valor equivalente, el trueque se llevaba a cabo simplemente porque así convenía a las partes que lo realizaban.

Las mercancías siempre se han intercambiado por una razón natural; por ejemplo, si alguien pescaba tenía pescado en exceso, pero también necesitaba granos como el trigo para hacer pan y no contaba con éstos; en tanto, aquel que producía trigo no podía o no sabía pescar, pero necesitaba pescado para proveerse de otros nutrientes. Es fácil imaginar que, en esta situación, una mercancía era tan valiosa en la medida que la contraparte que la solicitaba la necesitaba con urgencia, o cuando ésta era propiedad de un sólo proveedor. Bajo estas condiciones no podía haber gente rica, pues lo único que tenían de valor esas personas eran alimentos para ser intercambiados y, dados los nulos conocimientos que había en aquellos tiempos para conservar los alimentos, por más que alguien tuviera mucho trigo, pescado o carne de cualquier otro tipo, se echaba a perder en poco tiempo, así que no era posible acumular grandes riquezas. Todos los habitantes de una comunidad tenían que hacer algo para subsistir, ya sea cazar, pescar, recolectar frutos o sembrar. Lo importante era tener algo útil para los demás; básicamente se intercambiaba comida que otros necesitaban y, al mismo tiempo, se obtenía una mayor variedad de alimentos para consumir.

La posesión de cabezas de ganado también ha sido considerada como una fuente de riqueza, ya que el ganado se reproduce en forma natural, además se puede vender la carne o la leche que se obtienen de ese ganado. También es posible tener más cabezas de ganado conforme pasa el tiempo. Sin embargo, el ganado es una riqueza muy frágil, pues una enfermedad puede acabar con miles de cabezas en cuestión de días.

Fue hasta la época en que surgió la propiedad privada cuando se empezó a hablar de la gente rica. Quien tuviera más tierras (o un lago con peces) o más ganado era más rico. De hecho, se dice¹ que la palabra *capital*, en términos de dinero por supuesto, significa lo mismo en inglés y en español, proviene de la palabra sajona *chattles* o *cattle* que significa ganado vacuno, aunque hay que decir que el hombre también ha considerado como elemento de trueque o como forma de dinero al marfil, al ámbar, al cacao en el caso de los aztecas, etc. Otra palabra poco utilizada es *pecunia* (de donde deriva pecuniaria), cuyo significado es *dinero* y se deriva de la palabra latina *pecus*, la cual significa oveja o ganado ovino. Lo anterior muestra la relación que existía entre poseer ganado como un bien y que éste sirviera como dinero.

Ante este intercambio de valores, que era muy poco equitativo, los gobiernos de los grandes imperios como el asirio, el romano, el egipcio, etc., detectaron la necesidad de intercambiar mercancía con base en algo que tuviera valor para todos, que no se deteriorara con el tiempo y que fuera aceptado casi en cualquier lugar donde se llevaran a cabo transacciones de mercancías. Asimismo, desde tiempos inmemoriales el hombre se dio cuenta de que algunos metales, básicamente el oro y la plata, tenían un valor intrínseco, es decir, valen simplemente porque han sido y son apreciados por cualquier cultura o país a través de la historia de la humanidad. Estos metales no se deterioran con el paso del tiempo, incluso, ni al paso de miles años pierden su valor. Así, las primeras monedas fueron de oro y en menor medida de plata. La moneda metálica más antigua hecha de oro fue encontrada recientemente (en el año 2000) por unos arqueólogos en la actual Turquía, en una población llamada Sardis, donde el rey se llamaba Croesus. De acuerdo con los estudios realizados, se determinó que la moneda de oro databa del siglo VI a.C.²

También existieron monedas de otros metales como las de hierro, de bronce y de cobre, pero no duraron mucho tiempo en circulación. Los comerciantes que las usaban observaron que no tenían valor y que se deterioraban con relativa facilidad. Bajo estas circunstancias ya podía existir la gente rica, ya que el surgimiento de la moneda hizo posible acumular algo valioso en grandes cantidades (las monedas de oro) e intercambiarlo en el futuro por cualquier mercancía.

Pasaron cientos de años en la historia de la humanidad hasta llegar a la época de la Europa medieval, en donde ya existía formalmente la propiedad privada, así como reinos en todo el continente y grupos de artesanos que fabricaban de manera sencilla todo tipo de productos. Ya había gente muy rica, pero aún no se creaba la moneda en billete. En esos tiempos todavía existía el trueque y el dinero en uso fue el oro o la plata en forma de moneda metálica acuñada, es decir, cada reino tenía su propia moneda y sobre ella se troquelaba la figura de quien la había emitido.

¹ Davies, Glyn, *A History of Money from Ancient Times to Present Day*, 3a ed., Cardiff University of Wales Press, 2002.

² *Ibid.*

La historia de la banca

La palabra *banca* proviene del latín y significa el lugar donde se sentaba la persona que contaba o pesaba el grano de las cosechas. Se sabe que la actividad bancaria se originó en la antigua Mesopotamia, donde los templos eran un lugar seguro para guardar los granos de las cosechas y otros bienes valiosos como armas y metales como el oro. En el Código de Hammurabi se pueden leer las operaciones de depósito de granos y su posterior transferencia a terceros como forma de pago. Estas operaciones las hacían los sacerdotes con unas notas escritas en pergaminos, lo cual se considera el primer papel moneda o el primer tipo de cheque.³ De igual forma, los egipcios operaban bancos de granos pero sólo para el comercio local; para el comercio con el exterior tenían bancos de oro que empleaban básicamente para comprar armas que no se producían en Egipto.

De aquí pasamos hasta Inglaterra en el siglo XVI, en el inicio de la banca moderna. Los reyes acostumbraban guardar los metales preciosos, ya sea como lingotes o joyas, en los monasterios; sin embargo, éstos desaparecieron en 1530, momento que aprovecharon los orfebres para ser ellos los depositarios y custodios de los metales preciosos, en virtud de que comúnmente ya manejaban una buena cantidad de estos metales para elaborar joyas. En 1640 obtuvieron el permiso del rey para resguardar metales en sus bóvedas. Así, después de la Guerra Civil (1642-1651), el propio gobierno instó a los ricos a depositar sus joyas y metales preciosos con los orfebres.

Para 1677 habían 44 banqueros orfebres en Londres,⁴ que aceptaban custodiar dinero y daban un comprobante por escrito que servía para reclamar el pago de lo depositado. Los depositantes tenían la opción de elaborar unas notas para retirar dinero, mismas que podía hacer efectivas un tercero. Aunque estos documentos son los antecedentes de las notas bancarias y de los cheques modernos, probablemente eran una copia de las antiquísimas prácticas de Mesopotamia y Egipto.

En el siglo XVII, el gobierno inglés ya imponía restricciones a la operación de los bancos, sobre todo en el tamaño de éstos. No obstante, a finales de ese siglo y después de la Revolución Industrial se dio un enorme crecimiento del comercio, sobre todo más allá de las fronteras inglesas, así que el gobierno no tuvo más que permitir la expansión en el número y tamaño de los bancos. En el año 1650, Thomas Smith empezó a operar el primer banco provincial en Nottingham; en 1750 ya habían 119 bancos, y en 1850, después de la Revolución Industrial, el número de bancos en toda Inglaterra aumentó a 650. El primer banco de Inglaterra fue fundado en 1694 por William Peterson y el Banco de Escocia fue creado en 1695 por John Holland.

Para 1770 empezó la sofisticación de los bancos y se creó la primera Cámara de Compensación, cuya función era liquidar a los diferentes bancos todas las operaciones interbancarias. La mayoría de los bancos ya se habían asociado, y los depositantes

³ Galbraith, John. *Money, Whence it came; where it went*. Boston, Houghton Mifflin, 1995.

⁴ Chalmers, Thomas. *Dr. Duncan of Ruthwell, Founder of Savings Banks*. Lloyds TSB Scotland Archives, 1994.

habituales podían realizar operaciones en diferentes bancos y sucursales. La confianza en un determinado banco residía en la riqueza personal de los socios y en la fama de honestidad que tuvieran. Esto era así porque los bancos empezaron a emitir notas bancarias que estaban respaldadas por las reservas de oro que el banco tuviera. En múltiples ocasiones los depositantes entraron en pánico por alguna noticia sobre el banco, y de inmediato acudían a retirar todas las notas bancarias exigiendo su pago en oro, lo cual en la mayoría de las ocasiones no fue posible, por lo que decenas de bancos provinciales quebraron a lo largo de los años. Para 1880 aparecieron los primeros bancos con personal que tenía cargos y funciones muy similares a las actuales, incluyendo gerente general, cajero, tesorero e incluso agentes internacionales para captar más clientes.

Hasta el momento se ha citado una breve historia de la banca en Inglaterra porque en la actualidad Londres es uno de los principales centros financieros del mundo, pero a continuación se detallará la historia del otro gran centro financiero ubicado en Estados Unidos: Nueva York. Hasta antes de la declaración de su independencia, cuando aún era una colonia de Inglaterra, Estados Unidos no tiene una gran historia bancaria. Incluso en los siglos XVII y XVIII, en las colonias inglesas, el dólar español sirvió como moneda oficial.

Con toda esa experiencia, en la colonia de la Bahía de Massachussets en 1690⁵ se emitió el primer papel moneda respaldado por oro y se le llamó *continental*. La guerra revolucionaria de 1775 fue financiada por este papel moneda, pero su respaldo no fue el oro ni la plata, sino la anticipación de los ingresos futuros en impuestos, por lo que sólo tuvo validez en las colonias y su valor fue de cero cuando dos años después el país se independizó. Después de 1777 se emitieron las primeras notas bancarias (no billetes) que tenían como leyenda *Estados Unidos* y fueron firmadas por conocidos revolucionarios para darles credibilidad.

Los pequeños bancos siguieron operando en forma independiente, hasta que en 1791 se fundó el primer Banco Central, con un permiso para operar hasta 1811. Hay que tomar en cuenta que el Banco Central es una institución del gobierno que tiene la función de controlar a los bancos privados en todos los sentidos. Sin embargo, los primeros bancos centrales apenas representaron un intento de este control. El segundo Banco Central fue fundado en 1816 y controlado por el Congreso; no obstante, en 1832 Andrew Jackson vetó su funcionamiento, lo cual fue aprovechado para la proliferación libre de bancos privados que emitían notas promisorias de pago, una especie de dinero pagado por adelantado. Al final, la mayoría de estos bancos quebró por las mismas razones que habían llevado a la ruina a los bancos provinciales ingleses. En 1792 el Congreso y el presidente John Quincy Adams le dieron a la moneda el nombre de *dólar* y, aunque todas las monedas inglesas seguían circulando, le cambiaron el nombre sólo como un rasgo de independencia.

⁵ Knox, John, *A History of Banking in the United States*, New York, Bradford Rhodes, 1903.

Tiempo después ocurrió la Guerra Civil, y en 1861 el Congreso autorizó unas *notas de demanda* para financiar la guerra. El gobierno no había emitido notas desde los *continentales*, que eran canjeables por dinero en efectivo. La primera moneda nacional con efectos legales para pagar deudas públicas y privadas se emitió en 1862 y se llamó *Legal Tender Notes* (Notas de oferta legal), fue emitida por el Congreso y ya aparecían en ella figuras y sellos distintivos. Entre 1861 y 1865 el Congreso también emitió la *moneda confederada*. Es importante observar que de 1832 a 1865 no existió en Estados Unidos un Banco Central, y toda la emisión de moneda y el control de los bancos lo hacía el Congreso.

Fue hasta 1863 que Abraham Lincoln y el Secretario del Tesoro convencieron al Congreso de aprobar el Acta de la Banca Nacional, que establecía el sistema bancario nacional. Los bancos privados fueron requeridos para comprar títulos de deuda del gobierno a fin de respaldar sus *Notas del Banco Nacional*. Fue hasta 1878 cuando el gobierno emitió certificados de depósito respaldados por plata que funcionaron muy bien. Sin embargo, durante la Gran Depresión de 1931 las personas preferían tener dinero en monedas metálicas de plata que en billetes. Para 1960 el valor de la plata se elevó demasiado y las personas prefirieron atesorar las monedas que dejarlas circular, por lo que en 1963 se eliminaron los certificados de plata y se emitieron por primera vez *Notas de la Reserva Federal*. En 1913 se crea el Sistema de la Reserva Federal como el Banco Central de la Nación para regular el flujo de dinero, el crédito y para apoyar la estabilidad y el crecimiento económico. En 1955 se agregó al papel moneda la leyenda *In God we trust* (confiamos en Dios) que se observa desde entonces en el billete verde.

Bosquejo de la historia de la banca en México⁶

Uno de los problemas con la banca en México fue que antes de la independencia, iniciada en 1810 y declarada formalmente en 1821, el país fue una colonia dominada por España, por lo que en esa época no hubo un desarrollo de la banca. Toda la moneda que circulaba era de oro o de plata. Al iniciar la lucha por la independencia se suspendieron casi todas las actividades mineras que respaldaban la producción de monedas metálicas y el país casi se quedó sin monedas, ya que los españoles que habitaban en el país fueron los que principalmente tenían las monedas, así que al iniciar la lucha armada huyeron a España llevándose las monedas.

Después de 1821, y luego de 11 años de lucha armada, el emperador Agustín de Iturbide intentó reactivar la actividad minera que daría metal y monedas al país, por lo que el 20 de diciembre de 1822 emitió papel moneda para recaudar fondos. Este hecho representa la primera emisión oficial de papel moneda en forma de notas bancarias en México. Tenía la leyenda *Imperio Mexicano*, con denominaciones de 1, 2 y 10 pesos. Este papel nunca fue aceptado por la población, que prefería la moneda metálica de oro y plata. En 1821 el emperador creó la Casa de Moneda y el Nacional

⁶ En este apartado se reporta parcialmente el proyecto de investigación CGPI 20050049.

Monte de Piedad; en aquel tiempo ambas instituciones eran privadas. En 1830 se creó el Banco de Avío Industrial Textil, el cual pertenecía al gobierno y su objetivo era apoyar las actividades de la industria textil. Años después, en 1837, se fundó el Banco de Amortización de la Moneda de Cobre, también del gobierno. Estos bancos no tuvieron un impacto significativo en la economía del país.

En 1823 México se convirtió en una República Federal, entonces el gobierno retiró el antiguo papel moneda y emitió otras notas bancarias respaldadas por la iglesia y el Papa, esperando que fueran aceptadas por la fuerte religiosidad del pueblo mexicano, pero no ocurrió así. Fue hasta 1864, durante el imperio de Maximiliano, cuando el gobierno permitió el establecimiento del primer banco privado extranjero, el Banco de Londres, México y Sudamérica, el cual emitió notas bancarias de aceptación opcional y, debido a que se anunció que todas estas notas estaban respaldadas con oro, fueron bien aceptadas incluso más que la moneda metálica.⁷

Durante el periodo de 1877 a 1911, el Presidente Porfirio Díaz organizó un sistema bancario estable y funcional. Emitió la Ley de Instituciones de Crédito en 1897. En 1880 autorizó al Banco de Londres y México a ofrecer servicios financieros y creó el Banco Nacional de México, el cual operó como Banco Central. Por ello, en cada estado de la República había al menos una sucursal del Banco de Londres, regulado en sus actividades por el Banco de México. En 1895 se creó el antecedente de la Bolsa Mexicana de Valores, la cual se llamó simplemente Bolsa de México y su función era la compraventa de acciones de únicamente dos compañías mineras. Para 1907 se cambió el nombre y se convirtió formalmente la Bolsa Mexicana de Valores.⁸ Prácticamente a partir de 1900 México adoptó las notas bancarias como papel moneda y toda emisión fue respaldada por oro y plata, aun cuando las notas eran manufacturadas por compañías extranjeras como la Wilkinson & Co., American Note Co., etcétera.

Durante la Revolución Mexicana, iniciada en 1910 para derrocar a Porfirio Díaz, el país tenía un Banco Central en el que no se sabía a cuál gobierno obedecer, por lo tanto, los bancos privados perdieron la confianza en el gobierno mientras que el público dejó de creer en las notas bancarias. Asimismo, graves errores como los que cometió Victoriano Huerta al ordenar la emisión de mucho papel moneda sin respaldo, o el de Venustiano Carranza, quien al mando de la mayoría de los ejércitos revolucionarios del país, autorizaba a los gobiernos de los estados emitir papel moneda en las cantidades y denominaciones que quisieran, provocando una gran crisis económica. Para 1916, Carranza decretó que sólo el papel moneda que él autorizara tendría valor en operaciones comerciales, pero nuevamente dicho papel moneda no fue aceptado por el público, por lo que tuvo la necesidad de poner en circulación monedas de oro y de plata. Como se podrá observar, el Banco Central no funcionaba por la anarquía política prevaleciente y las decisiones monetarias eran tomadas por el presidente.

⁷ *Historia bancaria de México*, Stanford University Archives.

⁸ Marichal, C. y Cerrutí, M, *Historia de las grandes empresas en México. 1850-1930*, FCE. 1997.

En 1917, Venustiano Carranza promulgó la Constitución del país, que en su artículo 28 declara que el Banco Central bajo el control del gobierno es el único autorizado para emitir moneda; no obstante, fue hasta 1924 que el Banco Central empezó a ejercer estas actividades. En 1917 el gobierno también creó el Banco Mercantil de Crédito Agrícola, la Hipotecaria de Obras Públicas, el Banco Mercantil de Comercio Exterior y los Almacenes Nacionales de Depósito. En septiembre de 1925 el Banco de México o Banco Central inició formalmente su operación con el objetivo de emitir y controlar la circulación de dinero. Las emisiones autorizadas fueron en los años 1936-1942, luego de 1936 a 1978 se autorizó una tercera emisión; todas estas emisiones de papel moneda fueron llevadas a cabo por la American Banknote Company. Fue hasta 1969 cuando la Casa de Moneda instaló su propia imprenta con la más alta tecnología y entonces se autorizó una cuarta emisión de papel moneda de 1969 a 1991. Un decreto presidencial del 18 de junio de 1991 autorizó la eliminación de tres ceros a la moneda mexicana, la cual, en virtud de las elevadas inflaciones sufridas en su economía en la década de los ochenta, ya estaba emitiendo billetes con denominaciones de 100 000 pesos. Esto obligó al gobierno mexicano a autorizar una quinta emisión de papel moneda a partir de 1991.

En 1978 el Banco Central autorizó la emisión de los Certificados de la Tesorería (Cetes), como una forma de financiar al propio gobierno por parte del público en general. En 1982 el presidente José López Portillo *estatizó* la banca, es decir, el gobierno compró todos los bancos argumentando que estas instituciones eran las culpables de la crisis económica del país y de la constante devaluación de la moneda. Para 1990, el presidente Carlos Salinas de Gortari reprivatizó la banca después de observar que el gobierno era un pésimo administrador del sistema bancario.

Después de estas brevisimas historias de los bancos, es posible hacer las siguientes reflexiones: primero, Inglaterra es el país donde se intentó dar una explicación teórica del comportamiento que se observaba en su economía. En este país surgieron los grandes teóricos de la economía clásica como Adam Smith, David Ricardo, los creadores de la teoría del Banco Central que son Henry Thornton y Ralph George Hawtrey, Knut Wicksell, Alfred Marshall, etc., todos economistas de finales del siglo XIX, excepto Maynard Keynes, quien vivió a principios del siglo XX. Para finales del siglo XX los grandes economistas fueron Milton Friedman, Paul Samuelson, Rudiger Dornbusch, sólo por citar a algunos de los más importantes, cuyas teorías aún hoy se debaten.

La creación de dinero

Supóngase que hipotéticamente sólo existen dos personas que producen y venden cierta mercancía, la primera produce 1 kg de pan al día y la segunda produce 1 kg de queso al día para vender, ya que su consumo personal es aparte. Como ambas personas quieren comer pan con queso intercambian su mercancía uno a uno, es decir, las partes están de acuerdo en que cada kg de queso equivale o es igual a 1 kg de pan.

Supóngase también que el intercambio de pan y queso es diario, por lo que ambos deciden escribir un papel que dice: *vale por 1 kg de queso o 1 kg de pan*, y elaboran un vale o papel para cada uno. En un momento dado una de estas personas podría tener los dos vales, pero su necesidad del otro alimento haría que de inmediato utilizara al menos un vale para adquirir 1 kg del alimento que no produce. No tendría sentido hacer o emitir más vales pues no serían necesarios.

De manera hipotética supóngase que, por alguna razón, aquel que produce pan elabora cuatro vales adicionales a los dos ya existentes, de forma que en un momento dado puede tener un mínimo de cuatro vales y un máximo de seis, de forma que acude con el productor de queso y le pide que le venda 4 kg de queso. Obviamente el productor de queso será incapaz de vender tal cantidad, pero ante la insistencia del poseedor de los cuatro vales el productor de queso seguramente le dirá que 1 kg de queso ahora tiene un costo de dos vales, y también es casi seguro que si el productor de pan no tiene en qué más gastar el dinero, no hay otro vendedor de queso y no hay disponible más que 1 kg de queso, pagará dos vales por el producto. Es decir, se elevó el precio del queso porque se emitieron vales que no estaban respaldados por la producción de esta mercancía, lo cual significa que para que no suba el precio del pan ni del queso *deberá haber tantos vales como kilos de queso o pan se produzcan*. Al contrario, si cada persona elabora 4 kg de pan y 4 kg de queso por día, pero sólo hay cuatro vales disponibles para los dos, ninguno de los productores tendría la capacidad de comprar la producción total de su contraparte. Esta situación afectaría a ambos porque se quedarían sin vender una parte de su mercancía, además provocaría cualquiera de las dos situaciones siguientes: bajar ambos su producción para igualarla al número de vales disponibles, o vender más barata la mercancía a fin de no quedarse con sobrantes de producto que serían muy difíciles de vender dada la escasez de vales o, en su defecto, tendrían que elaborar más vales.

A partir de este sencillo ejemplo queda claro que no importa el número de productores de pan y queso que existan (o de cualquier otro producto) para mantener estable el valor de las mercancías, es necesario emitir o elaborar un número de vales igual o casi igual a la cantidad de mercancía que se produzca en esa hipotética entidad de comercio. De igual forma, sin importar el número y tipo de productores que pudieran existir en una comunidad, el principio sigue siendo válido, es decir, esa comunidad deberá tener tantos vales de intercambio de mercancías como la cantidad de mercancías que se produzcan en esa comunidad.

¿Cómo se creó ese dinero? La respuesta es y seguirá siendo: se creó porque había mercancías que comprar y vender, y deberá haber más dinero en la medida que existan más productos disponibles para comprar y vender. Ahora ampliemos un poco el horizonte de la hipotética comunidad de productores y supongamos que esa comunidad, a la que llamaremos *A*, empieza a comerciar con otras comunidades ubicadas a diferentes distancias, algunas muy lejanas. Si la comunidad *A* quiere intercambiar productos de cualquier tipo con otra comunidad tiene dos opciones: la primera es por trueque directo, es decir, hacer lo mismo que cuando sólo había dos productores; la

segunda opción no es comprar mercancías de otras comunidades con vales, porque seguramente los vendedores de otras comunidades no aceptarían los vales, ya que éstos sólo son conocidos y utilizados en la comunidad *A*, por lo tanto, sería necesario pensar en algún tipo de producto que tuviera un valor reconocido y aceptado en cualquier sitio, por muy lejano que pudiera encontrarse; además, ese producto o medio de intercambio no debería perder su valor con el paso del tiempo.

Como ya se comentó en el primer apartado, desde tiempo inmemorial y por razones desconocidas, el hombre encontró que el oro y en menor medida la plata cumplían con estos requisitos, es decir, esos metales tienen un valor intrínseco, ya que son aceptados prácticamente en cualquier parte y no pierden su valor con el tiempo. Supóngase ahora que la comunidad *A* encontró una buena cantidad de oro en sus tierras, y sabiendo que este metal es aceptado como valioso en cualquiera de las comunidades con las que intercambia mercancía, emite los vales para compra-venta de mercancía y le avisa a las otras comunidades que en el momento en que ellas quieran podrán cambiar los vales por la cantidad equivalente en oro. Con ese respaldo es muy probable que todas las comunidades acepten los vales como medio de intercambio a pesar de que sólo es un papel, pero ¿cómo se sabe cuánto oro es posible cambiar por cada vale emitido por la comunidad *A*?

Dejemos de lado el hipotético ejemplo y vayamos a la realidad. Desde el siglo VI a.C., fecha en que se ha encontrado que ya existían monedas de oro, todo su valor de intercambio se determinó por el peso de la moneda de oro respecto de otro producto. De manera inicial, el hombre asignó un valor a cierto peso en oro, equivalente a determinado peso en granos comestibles, básicamente trigo. Esta práctica continuó por muchos siglos, pues lo que le interesaba a la gente y a los gobernantes era la comida.

Se tienen registros de que 400 años a.C. en Roma⁹ se utilizaba una moneda de plata que pesaba una libra y era llamada *As*; esta palabra proviene del latín y quiere decir báscula o balanza, o el acto de pesar algo. Aunque es imposible decir cuánto pesaba aquella libra de plata, pues no existía ningún sistema de referencia, se sabe que esa libra de plata fue dividida en 12 partes y a cada una de éstas se le llamó *uncia*, un nombre que se quedó vigente como unidad de peso. Cuando los romanos conquistaron Gran Bretaña llevaron sus monedas. A la libra le llamaron *pound*, que tiene el mismo significado de libra porque es una palabra latina que significa peso o el acto de pesar; en tanto, la *uncia* pasó a ser la ounce (onza) en Inglaterra. Además de todo lo anterior cabe mencionar que las primeras monedas de oro o plata se pesaban y se les grababa un sello real para dar fe de que eran auténticas. Su peso siempre estuvo referido con respecto a granos tales como el trigo, la cebada o el arroz.

Ya desde la época de los egipcios se había instalado un banco de granos y, junto a éste, un banco de oro. Si alguien vendía granos se le pagaba con su equivalente de oro y si alguien compraba granos pagaba con oro; pero todo este comercio se basaba en pesar el oro y los granos a ciertas cantidades equivalentes. En realidad, esta costumbre

⁹ Davies, Glyn, *op. cit.*

se mantuvo prácticamente desde las culturas antiguas como las que se desarrollaron en Turquía, Mesopotamia y Egipto, donde ya se utilizaban monedas de oro, hasta la Inglaterra del siglo XVII con los orfebres que empezaron a emitir notas escritas como garantía de depósitos de oro, que también se utilizaban como comprobante de retiro del metal. Como esos orfebres se convirtieron en banqueros, incluso con autorización del gobierno, llegaron a acumular cantidades considerables de oro y a emitir igualmente un gran número de notas bancarias respaldadas por oro. En este punto se vuelve a preguntar, ¿cómo se crea el dinero? ¿Emitiendo notas bancarias respaldadas por oro o simplemente extrayendo oro y plata de minas y transformándolos en monedas?

Bajo estas condiciones surgen los primeros teóricos de la economía como Adam Smith, quien en su obra *La riqueza de las naciones* (1774) afirma que hay una *mano invisible* que dirige la economía. Sin embargo, tal riqueza fue empañada cuando Henry Thornton observó incrementos de precios *por causas desconocidas* en Londres durante la década de 1790. Ocurrió que de los aproximadamente 120 bancos autorizados, cuyos propietarios eran orfebres que, como ya estaban asociados, emitían notas bancarias de diferentes denominaciones y nombres, es decir, ya existía la libra en billetes y el chelín en moneda metálica; sin embargo, la emisión de billetes era como su discreción les aconsejaba, aunque se suponía que las emisiones debían estar respaldadas por el oro que el banco tenía almacenado. No obstante, como negocio que era el banco, en muchas ocasiones se emitió mucho más valor en billete que el oro que se tenía. Al observar y constatar este hecho, Thornton empezó a pensar en la creación de un banco del gobierno que controlara la emisión de *billetes*, pues, al parecer, el exceso de billetes en circulación ocasionaba que se elevara el precio de las mercancías y se devaluara el valor de la moneda. Para 1797 se instauró en Inglaterra el *curso forzoso*, que consistió en fijar el precio de una onza de oro en términos del valor de los propios billetes. Los precios fueron de una onza de oro por 4 libras y 6 chelines en 1801; para 1809 el precio fue de 4 libras y 12 chelines frente a un promedio estable de 3 libras y 17 chelines en los 20 años anteriores.¹⁰ La moneda en forma de billete se depreciaba y había inflación, el oro mantenía su valor ¿Por qué sucedía esto?

La primera noticia que se tiene de inflación en la historia¹¹ ocurrió en el año 407 a.C., cuando los espartanos tomaron por la fuerza unas minas de plata atenienses y liberaron a 20 000 esclavos, a los cuales debían darles dinero, pues eran hombres libres, pero sucedió que no había dinero en forma de monedas, así que los espartanos produjeron muchas monedas de bronce en los años 406 y 405 a.C., lo cual ocasionó gran escasez de alimentos y la elevación en los precios de todos los productos, pues todos los esclavos liberados y ahora con dinero, demandaron una cantidad considerable de alimentos y ropa que no estaba disponible en la ciudad. Por lo tanto, crear dinero no significa imprimir más billetes o fundir más monedas.

¹⁰ Ricardo, David, *El alto precio de los metales preciosos, una prueba de la depreciación de los bancos. 1810, en Obras y correspondencia*, vol. III, Sraffa P. Editor, México, FCE, 1959.

¹¹ Davies, Glyn, *op. cit.*

¿Qué sucedía en Londres a finales del siglo XVIII? ¿Por qué había inflación y depreciación de la moneda? Como se sabe, Inglaterra es una isla con un clima pésimo, donde sólo es posible cultivar papas y algunas frutas rojas ácidas. La producción de trigo es insuficiente con respecto al tamaño de la población. Sus recursos naturales son mínimos, exceptuando el mar y los yacimientos marítimos de petróleo que se empezaron a explotar hasta el siglo XX. Ante este panorama de exiguos recursos, desde la Edad Media los habitantes de esta isla ya no lograron mantener a la creciente población y tuvieron que traspasar las fronteras para buscar y conseguir, incluso por la fuerza, los recursos que no tenían. De esta manera, en el siglo XVIII se convirtieron desde piratas hasta conquistadores y poseedores de las tres cuartas partes de la Tierra. Por otro lado, Inglaterra ha sido cuna de grandes inventores y científicos. En 1793, cuando James Watt inventó la máquina de vapor y la mayoría de la producción artesanal pasó a formar parte de la producción industrial, las máquinas comenzaron a trabajar y en menor medida el hombre; fue en ese momento cuando se desarrolló en Inglaterra la Revolución Industrial ¿Y qué relación tiene esto con la inflación y la devaluación de la libra?

Al ser un país colonizador y explotador de las riquezas naturales de los países conquistados, en Inglaterra había desde aquel tiempo (siglos XVII y XVIII) enormes cantidades de materias primas de todo tipo. Incluso en el siglo XVIII Inglaterra acuñó una moneda de oro llamada *guinea*,¹² la cual tenía ese nombre porque el oro provenía de ese país africano. El dinero, como medio de intercambio de mercancías, debe existir en la medida en que haya mercancías, por lo que en la Inglaterra de aquellos tiempos, invadida por una enorme variedad y cantidad de mercancías, aunadas a la enorme producción interna fomentada por la Revolución Industrial, surgió la necesidad de imprimir cada vez mayores cantidades de papel moneda. Los bancos de provincia, que eran independientes en la decisión de imprimir papel moneda, continuamente emitían más moneda de la necesaria, causando que la población tuviera una mayor cantidad de dinero y demandara más productos de los que había disponibles. Todo esto ocasionó una elevación de los precios. En el mismo sentido, para compensar el enorme poder adquisitivo del dinero y la falta de productos en cantidad suficiente, fue necesario devaluar el poder adquisitivo del dinero para que de esta forma sólo alcanzara para comprar los productos disponibles en el mercado. Desde aquel tiempo se concluyó que el valor de una moneda varía en relación inversa con su cantidad en circulación.

La tentación de emitir más papel moneda que la cantidad equivalente en las reservas de oro de los bancos o de un país ha sido una tentación común a lo largo de la historia económica de todos los países y a la que todos han cedido, en mayor o en menor medida, con severas consecuencias económicas para el mundo, como se podrá observar en otros apartados de este capítulo.

¹² *Guinea* fue una antigua moneda de oro con un valor de 21 chelines (*shillings*), que fue reemplazada en 1817 por el soberano (*sovereign*), de igual valor que la libra esterlina.

Debido a que en la Inglaterra de aquel tiempo continuamente se padecían alzas en los precios de las mercancías y la devaluación de la moneda (de 1790 a 1810), Thornton¹³ propone la creación de un Banco Central cuya función básica consistiría en ser la única entidad bancaria autorizada para emitir papel moneda, y por lo tanto, para controlar la cantidad de dinero circulante en la economía del país, a diferencia del Banco de Inglaterra que ya existía desde el siglo XVII y cuya única función era acumular oro como reserva para respaldar la moneda. Desde entonces, la fuerza de la moneda de un país resultó influenciada fuertemente por la reputación del Banco Central de esa nación. La buena reputación de un banco se traduce en que rara vez o tal vez nunca va a emitir más papel moneda que la cantidad que pueda respaldar. En la banca internacional del siglo XXI las reservas bancarias se mantienen en efectivo o en depósitos en el Banco Central y suman alrededor de 10% de sus depósitos a la vista; esto se hace por la normatividad del Banco Central de cualquier país.

¿Cómo se crea el dinero? El dinero se crea en la medida en que haya mercancías para las actividades de compra y venta. El papel moneda únicamente facilita la circulación de las mercancías, pero es evidente que por sí sólo no tiene ningún valor. Adam Smith decía:¹⁴ “la facultad de fabricar a bajos precios es una riqueza más real y más segura que una acumulación de oro y plata”. El dinero se debe crear sólo para representar la riqueza que un país tiene, ya que si se producen muchas mercancías o servicios, también deben crear (imprimir o emitir) más dinero para que esas mercancías y servicios fluyan con mayor facilidad dentro y fuera de esa nación. Por ello, es importante observar que al inicio del siglo XXI los países más pobres del mundo como Haití, Etiopía, Bangladesh, etc., aun cuando son ricos en recursos naturales no los explotan, tienen poca industria y, en promedio, presentan muy bajos niveles educativos. El hombre pobre y el obrero en general tienen algo valioso que vender: su fuerza de trabajo. Se necesita dinero para comprar esa fuerza de trabajo, pero como esos países no producen una gran cantidad de bienes o servicios no se requiere de un capital tan grande en comparación con las naciones que producen a gran escala.

Pero aquí no termina la historia. Hasta antes de la Segunda Guerra Mundial, debido al predominio mundial de Inglaterra en los aspectos económicos, de extensión territorial y de armamento, la moneda inglesa, la libra esterlina, fue impuesta como la moneda para las transacciones comerciales a nivel internacional. Tiempo después, cuando esta guerra terminó y fue ganada por Estados Unidos, el dólar estadounidense sustituyó en sus funciones a la libra esterlina. El mundo ha sufrido cambios radicales en el aspecto económico y estos aspectos también son importantes para contestar desde otro punto de vista la pregunta planteada: ¿cómo se crea el dinero?

¹³ Vale recordar aquí que Henry Thornton es considerado el primer teórico de las funciones de un Banco Central.

¹⁴ Adam Smith, *op. cit.*

Los acuerdos de Bretton Woods,¹⁵ firmados en 1944 al término de la Segunda Guerra Mundial, tuvieron como propósito poner orden económico en el caos que dejó la guerra. El acuerdo firmado por 44 países representó un retorno al *bimetalismo* o *estándar de oro*, una antigua práctica de cientos de años atrás en Europa, para determinar el valor relativo de una moneda con respecto a otra, lo cual formalmente se conoce como *paridad de la moneda*. El estándar de oro otorgaba a cualquier país la capacidad de emitir una cantidad de papel moneda en proporción con la cantidad de sus reservas de oro, y ese ha sido uno de los grandes errores cometidos por los científicos de la economía, tal vez disculpados porque en ese momento de la historia se había mantenido un estándar de oro en Europa entre 1821 hasta 1914. Las paridades de las monedas se habían mantenido relativamente fijas, hubo crecimiento económico en el mundo y no ocurrieron guerras mundiales. Los científicos de la economía omitieron la depresión económica mundial de la década de 1890, la contracción económica de 1907 y repetidas recesiones durante este periodo en varios países, que incluso estaban afiliados al estándar de oro.

También olvidaron el fracaso del *estándar cambiario de oro*, vigente entre 1925 y 1931, el cual permitía sólo a Estados Unidos e Inglaterra mantener reservas de oro, y obligaba a los demás países firmantes a mantener reservas de oro o de dólares estadounidenses y libras esterlinas. Inglaterra abandonó el estándar en 1931, pues el acuerdo provocó un flujo masivo de oro y dinero a las reservas de Inglaterra, generando una tasa cambiaria muy alta e inconveniente para el comercio internacional de Inglaterra, el cual tuvo que devaluar su moneda para mantener su competitividad. Ante este hecho, las otras 25 naciones firmantes respondieron con la devaluación de su propia moneda para mantener su competitividad comercial frente a Inglaterra. Hay que observar que de 1929 a 1931 sucedió en Estados Unidos la Gran Depresión, cuyas causas hasta ahora no han sido bien explicadas. Durante este periodo, en 1930, quebraron más de 9 000 bancos en Estados Unidos, debido principalmente a que los depositantes, motivados por la incertidumbre económica del momento, acudieron a pedir la devolución inmediata de todo su dinero; por ello, un gran número de bancos, incluyendo a muchos financieramente sanos, fueron incapaces de soportar esa demanda masiva de dinero.

Pensando en que el error no volvería a ocurrir, el acuerdo de Bretton Woods permitía a cualquiera de las naciones firmantes acumular reservas solamente de oro, como base para fijar la paridad de sus monedas. Pero además, a partir de Bretton Woods nacieron tres organismos nefastos para el mundo: el Fondo Monetario Internacional (FMI), el Banco Mundial¹⁶ (BM) y el Banco Internacional de Liquidación¹⁷ (ISB, por sus siglas en inglés). Incluso, el ISB actuó como coordinador de todos los

¹⁵ Véase en este mismo capítulo la sección Factores que determinan el valor de una moneda.

¹⁶ En realidad, el Banco Mundial inicialmente estaba formado por la AID (Asociación Internacional para el Desarrollo) y por el BIRD (Banco Internacional para la Reconstrucción y el Desarrollo).

¹⁷ Este banco fue fundado en Basle, Suiza, en 1930, con el objetivo de promover la cooperación entre los bancos centrales de 25 países como Australia, Canadá, Japón, Sudáfrica, Estados Unidos, entre otras naciones de Europa.

bancos centrales de los países más industrializados. Además, fue creado para ayudar a los bancos centrales de naciones desarrolladas en la administración e inversión de sus excedentes en los bancos centrales de los países en vías de desarrollo. Todo esto con el propósito de apoyar el desarrollo económico de los países pobres, siempre en colaboración con el FMI y el BM.

Sin embargo, de nueva cuenta el acuerdo fracasó, básicamente porque los países subdesarrollados no estaban de acuerdo en que el ISB controlara su economía y, a pesar de que el acuerdo era un sistema teóricamente diseñado para mantener paridades fijas en los países firmantes, para 1971 12 países industrializados, o parcialmente industrializados, ya habían devaluado su moneda en un promedio de 30% con respecto al dólar; cuatro naciones la habían revaluado y otros cuatro países mantenían una paridad flotante en relación con el dólar.

Las cosas no estaban funcionando como se esperaba. A pesar de una serie de drásticas medidas tomadas por la Reserva Federal de Estados Unidos con respecto al manejo del oro, como mantener el precio del oro en \$35 dólares la onza, el 15 de agosto de 1971 el presidente Nixon anunció una devaluación del dólar de 8% y para 1973 de otro 11%, a pesar de que entre 1965 y 1969 el dólar ya había perdido 19% de su valor.

¿Por qué falló nuevamente el estándar de oro en Estados Unidos, a pesar de la experiencia de los años veinte y de que se tomaron nuevas previsiones para evitar un desastre? Hay tres razones principales:¹⁸ primero, la guerra de Vietnam, como todas las guerras, requirió de mucho dinero extra que fue emitido sin respaldo, esperando ganar la guerra y recuperar la inversión. No obstante, fue una guerra de 10 años que se perdió. Segundo, el presidente Johnson inició extensos programas sociales con alto costo. En tercer lugar, los gastos militares de defensa en Estados Unidos durante la Guerra Fría fueron altísimos, se desarrollaron nuevas armas, nuevos aviones, el país se armó como nunca antes en su historia y al final tuvo que mantener todo ese arsenal y a todo ese ejército sin más beneficio que la seguridad nacional. Los expertos estadounidenses aseguran que se necesitaba elevar los impuestos en vez de emitir dinero sin respaldo. Se les olvidaron más de 2000 años de historia económica que ha demostrado repetidamente que siempre que se emiten billetes sin respaldo habrá graves problemas económicos, y esa vez no fue la excepción.

Después de un análisis de dos años, en 1973 el mundo adoptó el régimen de libre flotación para fijar las paridades de todas las monedas. Después de una serie de manejos erróneos del dólar por parte del gobierno estadounidense, donde hubo muchos signos confusos sobre su política fiscal y monetaria, en 1985 Estados Unidos convocó en el Hotel Plaza de Nueva York a las cinco naciones económicamente más poderosas: Francia, Japón, Gran Bretaña y Alemania Oriental, para pedirles ayuda en el sentido de que adoptaran políticas comerciales proteccionistas menos severas y tendentes a apoyar el dólar, a fin de disminuir el déficit comercial estadounidense que ya era muy

¹⁸ Shapiro, Alan, *Multinacional Financial Management*, 5a. ed., Prentice Hall, 1996.

severo. El *Tratado Plaza*, como se conoció al resultado de aquella reunión, ayudó a la economía estadounidense a declinar el valor del dólar para hacerlo más competitivo. En febrero de 1987 Estados Unidos convocó a otra reunión, ahora en el Louvre, París, a la cual acudieron siete naciones además de las mencionadas. También fueron invitadas Italia y Canadá. El resultado de aquella reunión, llamada el *Acuerdo Louvre*, consistía en que esos países, incluyendo a Estados Unidos, alinearían sus economías en una misma dirección, a fin de mantener las paridades de sus monedas casi sin cambio. Pero había una condición importante: los demás cooperarían si Estados Unidos disminuía su déficit. Esto no se logró y el acuerdo se vino abajo en poco tiempo. Entonces, si ni el oro ni la plata respaldan al papel moneda estadounidense, ¿qué lo respalda? Desde finales del siglo XX todas las monedas y billetes en Estados Unidos son *dinero fiduciario*, lo cual significa que el gobierno decide que un papel sea dinero, aunque no tenga ningún valor, determina que ese papel es de curso legal y que debe aceptarse para todas las deudas públicas y privadas.¹⁹

Sin embargo, esta historia deja una gran lección. No se puede emitir moneda sin respaldo; además, no se puede manipular la paridad de las monedas en países soberanos, a pesar de haber firmado excelentes acuerdos con las mejores intenciones. Si la economía de un país no está sana, los acuerdos tendrán efecto sólo al corto plazo.

El concepto básico de creación del dinero no ha cambiado. Se debe imprimir o emitir dinero en la medida que haya mercancías o servicios para comerciar. Como ya no hay acuerdos internacionales para mantener paridades monetarias fijas, cada país es soberano en este sentido y deberá emitir moneda propia en la medida en que produzca algo, ya sea petróleo, tecnología, productos agrícolas, productos marinos, servicios, etc. No obstante, en el siguiente apartado se explicará con cierto detalle otros aspectos importantísimos de la economía mundial. Se está hablando del endeudamiento externo de la mayoría de los países, de la globalización del capital y de la forma en que esto ha repercutido en el comportamiento de las tasas de interés en todo el planeta.

¿Por qué existen las tasas de interés y cómo se determina su valor?

En cualquier libro sobre teoría económica se podrá encontrar la *ley de la oferta y la demanda*, y la forma en que ésta explica la determinación de los precios. Lo que dice esta ley es muy sencillo: si existe abundancia de algún producto, es decir excedentes, su precio seguramente va a disminuir con respecto al precio normal. Por el contrario, si hay escasez del mismo artículo, su precio se va a elevar siempre que la demanda permanezca constante, por lo tanto, la oferta determina en gran parte el precio de los artículos. Pero si se supone que la oferta es la que permanece constante y la demanda del producto se eleva de manera pronunciada, entonces su precio aumentará; en tanto que, si la oferta permanece constante y disminuye la demanda, el precio va a disminuir.

¹⁹ Samuelson, Nordhaus, *Economía*, 16a. ed., McGraw-Hill, 2000.

Un ejemplo muy conocido es el precio del tomate rojo o jitomate. Se considera que la demanda de este producto es constante en una población, estado o nación. Cuando hay una mala cosecha, hay escasez del producto y el precio se eleva; pero cuando la cosecha fue buena sucede lo contrario. La oferta determina el precio. Un ejemplo de producto con oferta constante son las acciones bursátiles de una empresa. Si la empresa va mal económicamente, los inversionistas no estarán interesados en comprar esas acciones, por lo tanto, la demanda va a disminuir al igual que el precio de las acciones, en tanto que si los resultados de la empresa fueron positivos o prometen ser muy buenos, la demanda para comprar esas acciones se va a incrementar, lo mismo que el precio de las acciones.

El interés que se cobra por el dinero se define como *el precio del dinero o valor de uso del dinero* y, de manera sorprendente, el precio del dinero, es decir, el interés, obedece en gran medida a la ley de la oferta y la demanda. Por eso, cuando el Banco Central de un país emite moneda en exceso hay una sobreoferta del dinero y éste debe disminuir su valor, es decir, devaluarse, para regresar al equilibrio. Sin embargo, el dinero no es un tomate rojo, ni naranjas, ya que muchos otros factores afectan el interés que se paga por el uso de cierta moneda.

El papel del Banco Central en una economía²⁰

Para explicar los factores que determinan la tasa de interés en una economía es preciso remitirse a las funciones principales de un Banco Central, las cuales se definen como:

- Controlar la cantidad de dinero en circulación, considerando al Banco Central como la única entidad autorizada para emitir o retirar dinero de la circulación.
- Determinar la tasa de interés vigente en el mercado.
- Propiciar el crecimiento económico del país.

Aquí, las palabras clave son: *crecimiento económico del país*. Un país necesita crecer por dos razones: la primera es que si su tasa de crecimiento demográfico es positiva, es decir, cada año hay más habitantes, el gobierno tiene la obligación de proporcionarles de todo, esto es, servicios de salud, educación, vivienda, trabajo estable y bien remunerado, etc. Es probable que el gobierno no proporcione directamente todo esto, pero sí debe propiciar las condiciones para que los ciudadanos adquieran estos satisfactores con cierta facilidad. En segundo lugar, si la tasa demográfica del país es cero o negativa,²¹ el gobierno tiene la obligación de elevar el nivel de vida de la población, lo cual significa propiciar la adquisición de los factores mencionados, pero de mejor calidad.

²⁰ La mayoría de las ideas y comentarios que aparecen en este apartado son parte del Proyecto de Investigación CGPI-IPN 2005-049.

²¹ Al iniciar el tercer milenio algunos países, principalmente europeos, ya presentaban tendencias de crecimiento poblacional de cero o negativas.

Para que las condiciones de crecimiento sean propicias en un país, y la población en general pueda adquirir los satisfactores mencionados, es necesaria una condición económica llamada *equilibrio*. El equilibrio es lo contrario de inestabilidad y la inestabilidad económica se caracteriza por una alta fluctuación en los parámetros económicos: la tasa de interés, la paridad de la moneda, la inflación, la tasa de empleo (o de desempleo), el producto interno bruto (PIB), el resultado de la balanza comercial, etc., lo cual significa que si hay inestabilidad en una economía, estos parámetros y otros fluctuarán de manera abrupta de un año a otro, o permanecerán con valores malos durante largos periodos. En tanto, una economía estable se caracteriza por una baja tasa de interés en el mercado, una paridad de la moneda con muy poca variación durante largos periodos, una baja tasa de desempleo de la población en edad de trabajar, un PIB positivo cada año, de preferencia igual o mayor que la tasa de crecimiento poblacional, una balanza comercial con un déficit mínimo y de preferencia cero o con superávit, etc. Al menos dos de estos parámetros, la tasa de interés y la paridad monetaria, dependen casi en forma directa del Banco Central, aunque sus políticas tienen gran repercusión en el comportamiento de los demás parámetros macroeconómicos mencionados.

Las economías de los países, sobre todo los desarrollados, tienen un comportamiento cíclico. En Estados Unidos este ciclo tiene una duración de aproximadamente cuatro años, donde se puede observar una fase de expansión, otra de estabilidad y una última fase de contracción que puede derivar en una recesión. No obstante, durante el gobierno de nueve años del presidente William Clinton, de 1991 a 2000, se observó un crecimiento sostenido de la economía estadounidense, hecho sin precedente en su historia. Pero, cuando tomó la presidencia George W. Bush en 2001, el país entró en una recesión que duró más de dos años, y fue hasta finales de 2003 que la economía estadounidense dio síntomas claros de recuperación.

Supóngase que se toma a la economía de Estados Unidos en una fase recesiva, donde el ciudadano común está descontento porque hay poco empleo, la economía está lenta, es decir, no hay muchas ventas y las tasas de interés son elevadas. Para reactivar la economía, la medida que puede tomar el Banco Central, llamado en aquel país Sistema de la Reserva Federal o simplemente la FED, es darle más dinero a la gente para que consuma más y así se ponga en marcha toda la economía. Esto se lleva a cabo de dos formas: la primera consiste en bajar las tasas de interés por decreto, lo cual hará que el consumidor común compre de inmediato a crédito; una segunda forma es disminuir los impuestos, lo cual es una forma más directa de *no quitar dinero* a la gente. Al cabo de pocos meses la economía se habrá reactivado y entrará a una fase de expansión,²² la cual, si no se controla adecuadamente, provocará una inflación elevada que, por supuesto, no es conveniente. Si la inflación ha sobrepasado cierto nivel habrá que controlarla con las medidas inversas, es decir, se elevarán las tasas

²² La FED declara oficialmente una expansión de la economía si durante tres meses consecutivos el monto total de la facturación de las empresas ha tenido un incremento.

de interés por decreto de la FED y podrán aumentarse también los impuestos, hasta restringir de tal forma el poder de compra del consumidor que la economía vuelva a entrar a una fase de recesión,²³ y entonces el ciclo se volverá a repetir. Durante la Gran Depresión de 1929 en Estados Unidos, las tasas de interés cayeron hasta la increíble cifra de 0.1% al año (prácticamente 0% anual) a fin de reactivar la economía, lo cual provocó que los bancos tuvieran un exceso de reservas pues no había opciones de inversión atractivas para el dinero de sus depositantes.

Pero, ¿cómo funciona internamente un Banco Central? ¿Quién toma las decisiones? Hay que recordar que sus objetivos principales son: un crecimiento económico acorde con el potencial de la economía para expandirse, un elevado nivel de empleo, unos precios estables y unos moderados tipos de interés a largo plazo.²⁴ El paradigma de los bancos centrales es el Sistema de la Reserva Federal de Estados Unidos, del que se describe brevemente su organización. Al interior tiene al Comité Federal de Mercado Abierto, compuesto por 12 miembros elegidos por votación que al mismo tiempo son presidentes de bancos regionales. Siete de ellos ostentan el cargo de gobernadores de la FED y a la cabeza está el presidente de la Junta de Gobernadores. De manera formal, el Sistema de la Reserva Federal es una sociedad anónima propiedad de los bancos comerciales, los cuales tienen a un representante en el sistema. Aunque es un organismo independiente, en realidad funciona como un organismo público, ya que es responsable ante el Congreso estadounidense del manejo adecuado de la economía. La Junta de Gobernadores del Sistema de la Reserva Federal es la única facultada en el país para tomar decisiones sobre la impresión de papel moneda y sobre la política monetaria, con base en las ideas sobre lo que es más conveniente para el país en materia económica; por ello, con frecuencia entra en conflicto con el poder ejecutivo. Sus disposiciones no tienen que ser aprobadas o ratificadas por nadie, incluyendo al Congreso y al presidente, por lo que son verdaderamente independientes en la toma de decisiones. Este tipo de organización para la FED ha sido muy criticado, y a pesar de que se han cometido múltiples errores, se considera el más adecuado, ya que son los representantes de los grandes capitales (12 bancos regionales) los que toman las decisiones. Asimismo, son ellos, por los intereses que representan, los primeros a quienes les interesa que la economía de su país funcione adecuadamente. Se argumenta que si la FED dependiera del gobierno, generalmente sus decisiones estarían influenciadas por el partido político en el poder, lo cual sería inconveniente para los intereses de la nación.

Ésta es la estructura del Banco Central en la economía más poderosa del mundo, pero ¿cómo funciona el Banco Central en un país como México, que tiene grandes

²³ La FED declara oficialmente haber entrado en una recesión si durante tres meses consecutivos la facturación total de las empresas ha sufrido una disminución. Como se podrá observar, si esos decrementos son mínimos, se declara una recesión leve, pero si los decrementos son muy pronunciados, entonces se declara una recesión fuerte.

²⁴ The Federal Reserve System: Purposes and functions. Board of Governors of the Federal Reserve System, Washington, D.C., 1994.

problemas y una crisis económica crónica? Desde su fundación oficial en septiembre de 1925, fue el único organismo facultado para emitir papel moneda, fijar las tasas de interés y controlar la paridad cambiaria de la moneda. Para esa fecha era presidente de México Plutarco Elías Calles, quien en 1929 fundó el Partido Nacional Revolucionario (PNR), antecedente del Partido Revolucionario Institucional (PRI), que fue el partido político que gobernó al país durante 71 años hasta el año 2000. El Banco Central fue controlado por el gobierno hasta abril de 1994, fecha en que obtuvo su autonomía.

Dependiente del gobierno, el Banco Central de México siempre obedeció ciegamente al PRI, y seguramente ésta es la principal causa de la ruina económica de la nación a partir de 1970, aunque es importante comentar que hubo un director del Banco, Rodrigo Gómez, quien se declaró enemigo acérrimo de la inflación e hizo crecer económicamente al país durante todo el periodo de su gestión, de 1954 a 1970, fecha en que murió. Don Rodrigo, como era conocido, tomó las medidas acertadas que controlaron la inflación en ese periodo, hizo crecer el ingreso *per cápita* y los salarios reales. En el último sexenio de su gestión la inflación del país fue de sólo 6.5% en seis años, lo que implica una inflación promedio anual de 1.1 %.

La autonomía del Banco Central de México es relativa, está formado por un gobernador, cuatro subgobernadores, 10 direcciones, dos asesores y un contralor. Sus funciones y objetivos siguen siendo los mismos y las decisiones son tomadas por la Junta de Gobierno, que está formada por el gobernador y los cuatro subgobernadores, siempre aconsejados por los asesores. El gobernador es elegido por el Congreso y él personalmente elige a sus colaboradores. En teoría representan los intereses económicos del país, pero en realidad el banco es un organismo descentralizado del gobierno, lo cual significa que es relativamente autónomo, ya que el gobierno establece todas las normas de funcionamiento, asigna el presupuesto y los inmuebles de las oficinas y también nombra a los funcionarios. Sin duda, se trata de una mala copia de la FED.

El crecimiento económico y las decisiones del Banco Central

En realidad, el objetivo de un Banco Central es tomar medidas monetarias o fiscales a fin de propiciar el crecimiento económico del país, lo cual significa, entre otras cosas, elevar de manera lenta pero constante el nivel de vida de la población. Y estas medidas generalmente son fijar la tasa de interés del mercado, controlar la oferta monetaria y establecer los niveles de impuestos. Si estas tres acciones son efectuadas adecuadamente, a su vez propiciarán la estabilidad de la moneda, así como el crecimiento del empleo y de la actividad económica en general. Esto es relativamente sencillo de hacer en economías estables como las de los países desarrollados, donde todos los actores económicos se ajustan a las disposiciones del Banco Central y, a pesar de eso, se generan los ciclos económicos descritos, los cuales eventualmente sobrepasan los rangos aceptados como normales, es decir, en ocasiones se genera una recesión aguda y larga, la tasa de interés del mercado llega a dos dígitos y la tasa de desempleo es mayor de lo deseado, etc. Si esto llega a suceder en los países desarrollados, imagine las dificultades que enfrenta el Banco Central de países en vías de desarrollo como México.

Antes de abordar el problema del crecimiento económico de países en vías de desarrollo es necesario definir qué se debe entender concretamente por crecimiento económico. El *crecimiento económico* de un país se mide por el crecimiento del Producto Interno Bruto (PIB),²⁵ y de manera más específica por la tasa de crecimiento de la producción *per cápita*, ya que ésta determina la tasa a la que aumenta el nivel de vida de los habitantes de un país,²⁶ que es precisamente el objetivo del crecimiento económico.

Por otro lado, se han definido cuatro factores que tienen una influencia definitiva en el crecimiento económico de una nación. Estos factores son: 1) Recursos humanos, los cuales deben estar bien capacitados; esto es, a mayor nivel de estudios, mayor nivel de capacitación en el trabajo que desempeñen y mejor nivel de salud. 2) Desarrollo de tecnología propia, en la medida que una nación no sea dependiente tecnológicamente del exterior y esto no afecte sus recursos económicos, podrá desarrollarse mejor. 3) Desarrollo de infraestructura industrial, significa invertir en carreteras, redes ferroviarias, generación suficiente de energía eléctrica, etc., ya que estos servicios son la base para que se invierta y se desarrolle todo tipo de industria; sin embargo, las inversiones deben ser del gobierno no de particulares o a base de préstamos internacionales, los cuales, como se verá más tarde, drenan aún más la economía de un país. 4) Recursos naturales. Este factor se cita al final porque no es indispensable contar con este factor para lograr una mayor prosperidad, aunque si se tiene y se administra correctamente facilita el desarrollo económico. El más claro ejemplo de esto es Japón que, con excepción del mar, prácticamente no tiene más recursos naturales; no obstante, se ha logrado colocar como una de las siete economías más poderosas del mundo.

Todo esto parece sencillo y además tiene mucha lógica, pero una cosa es la teoría y otro asunto muy diferente la práctica. Además, la forma en que se han desarrollado históricamente estos factores en las economías tanto desarrolladas como en vías de desarrollo, ha provocado que no más de una docena, de los casi 200 países independientes que existen en el mundo, se hayan desarrollado de manera satisfactoria en el ámbito económico. Pero esto es así porque históricamente los gobiernos de los países desarrollados han abusado y siguen abusando de la idiosincrasia de los países pobres, lo cual significa, abusar de la ignorancia, de las creencias, de la ingenuidad, pero básicamente del poder que ejercen las naciones ricas sobre las que tienen menos recursos.

Para la década de los sesenta Estados Unidos empezó a desarrollarse enormemente, y cuando alcanzaron el pleno empleo y la mano de obra fue demasiado cara iniciaron la búsqueda de países pobres para instalar sus industrias, en donde la mano de obra es mucho más barata. Al instalar ahí sus industrias, los estadounidenses po-

²⁵ El PIB es el indicador más utilizado para medir la producción total de bienes y servicios de un país. Al margen de las enormes dificultades y errores que puede haber en su medición, es la suma de los valores monetarios del consumo, la inversión bruta, las compras de bienes y servicios por parte del Estado y las exportaciones netas producidas en un país durante cierto periodo, generalmente un año. Samuelson y Nordhaus, *op. cit.*

²⁶ *Ibid.*

dían exigir a los gobiernos una serie de privilegios, como la exención de impuestos por varios años por la creación de fuentes permanentes de empleo. Además, como la tecnología empleada era estadounidense, al igual que muchas materias primas, refacciones y el servicio de mantenimiento de esa tecnología, la ganancia real para los países que aceptaron a esas industrias era mínima. Por otro lado, el FMI y el BM, convencieron a esas naciones de que debían desarrollarse económicamente, para lo cual necesitaban de infraestructura industrial, como la construcción de fuentes de energía eléctrica, carreteras, presas, etc. Entonces, como aquellos países no estaban desarrollados y tampoco tenían dinero, el FMI inició el endeudamiento de la mayoría de los países de todo el mundo. El pretexto era muy bueno y cierto: no hay desarrollo económico sin infraestructura industrial, pero en los años sesenta el mayor beneficio de esa nueva infraestructura lo obtuvieron las empresas trasnacionales. Al paso del tiempo algunos empresarios locales compraron tecnología estadounidense, o de cualquier otro país que la tuviera y quisiera negociar; así, los dueños de la tecnología la vendieron a cambio del *pago de regalías*, esto es, una clase de impuesto por el uso de un conocimiento aplicado del cual no se es propietario. Como se puede observar, los países en vías de desarrollo tenían que pagar por todo ya que no había otro camino.

Bajo estas condiciones se empezaron a fraguar las bases de una crisis económica crónica en todos los países en vías de desarrollo. Su dependencia tecnológica hace que una buena parte de la disponibilidad monetaria del país se drene hacia el exterior y, por otro lado, para lograr el desarrollo se necesita infraestructura, y esto sólo se consigue obteniendo préstamos del FMI o del BM. El lector se podrá preguntar, ¿por qué los gobiernos de esos países no financiaron y construyeron ellos mismos estos proyectos de infraestructura? La respuesta es muy sencilla, porque estaban inmersos en el círculo vicioso de dependencia tecnológica-deuda externa, es decir, para construir la mayoría de la infraestructura industrial se requería de equipo y tecnología extranjera, la cual tenía que comprar en dólares, y esto sólo se conseguía al pedir un préstamo al exterior. No era posible comprar esa tecnología con moneda local porque en su totalidad pertenecía a los países desarrollados.

A pesar de esta situación, la mayoría de los países, que en aquellos años eran muy pocos, se fueron desarrollando lentamente pero con una deuda externa que cada día se hacía más grande, mientras cada dólar adicional de deuda externa era un peso que frenaba aún más el desarrollo económico. Los intereses de los préstamos en dólares no eran bajos, entre 12 y 15% anual. Hoy, la mayoría de los países en vías de desarrollo tienen una deuda externa impagable. En realidad, los préstamos hechos por los organismos internacionales, básicamente después de la Segunda Guerra Mundial, hicieron con los países pobres lo que hacían los dueños de las empresas en el siglo XIX, sólo los alimentaron, los hicieron crecer, pero los esclavizaron de tal forma que ahora los países altamente endeudados rigen sus políticas sociales y de crecimiento económico por órdenes directas del FMI, un organismo que, por esta razón, es acusado de *intervencionista*.

Un país no está endeudado por la cantidad de dinero que debe al exterior, sino por su capacidad de pago para saldar esa deuda. Un buen indicador de esa capacidad es la tasa de la deuda externa en relación con el PIB del país. De acuerdo con el informe del Banco Mundial de 1997, los países con la tasa deuda/PIB más alta son República del Congo con 247%, aunque su deuda externa apenas rebasa los 5 000 millones de dólares (mdd) y Nicaragua con una tasa de 244%, con una deuda externa de unos 7 000 mdd para ese año.²⁷ Deber 200% del PIB significa que sólo los intereses representan 15% o más del PIB al año, cifras que, sin duda son impagables y que además frenan cualquier intento de crecimiento económico y social.

De acuerdo con el Criterio de Convergencia del Tratado de Maastricht, de la Unión Monetaria Europea, la tasa límite de deuda/PIB para que un país siga siendo sujeto de crédito es 60%.²⁸ El promedio de esta tasa para Latinoamérica fue de 37% para 1998, de 40% para el Este Asiático, de 27% para el sur de Asia, para los países europeos en vías de desarrollo 36%, Medio Oriente 29% y de 68% para África. La pregunta es ¿cómo llegaron tal cantidad de países a estos niveles de endeudamiento? El problema para ambas partes, acreedores y deudores, es que para los acreedores una gran proporción de esa deuda es impagable. Para los países deudores es que, en vez de dedicar muchos de sus ingresos para sentar las bases de su desarrollo económico, mediante la promoción de la educación, la salud, la infraestructura industrial, etc., ese dinero se destina a pagar la deuda con sus respectivos intereses, y los países se hunden cada vez más en la pobreza, con todas las consecuencias que ello acarrea. Entonces, ¿dónde quedaron los objetivos iniciales del FMI y del BM? Los resultados han sido totalmente contrarios a los objetivos planteados.

Los miles de millones de dólares otorgados en préstamo a los países pobres crearon un exceso de circulante, sin una contraparte de aumento en la oferta de productos y servicios en esos países, lo cual generó las enormes inflaciones que ocurrieron en los años ochenta y la consiguiente devaluación de la moneda local. Todo parece indicar que se trataba de un plan a largo plazo que fue muy bien definido por los grandes poseedores de capital, ya que esta situación se repite en la mayoría de los países en desarrollo. La inversión extranjera y el incremento de la deuda externa ocasionan que, a muy corto plazo, el país funcione mejor, pero en el mediano plazo, el exceso de circulante causa inflación, es decir, se forma una burbuja especulativa e inflacionaria que hace que la inversión extranjera sea retirada del país por una elevada inflación que ellos mismos provocaron, dejando al país más endeudado y a largo plazo más pobre.

Para principios de la década de los ochenta se originó una crisis mundial por lo impagables que eran las deudas de los países pobres. Todos los acreedores, ya fueran bancos privados, gobiernos u organismos internacionales de apoyo para el desarrollo, decidieron tomar una serie de medidas a fin de superar esa crisis. Tales medidas

²⁷ World Development Indicators, 2004.

²⁸ El Tratado de Maastricht se firmó en la ciudad del mismo nombre en Holanda en 1992.

incluyeron operaciones de renegociación, refinanciamiento y reestructuración de la deuda, lo cual significó, entre otras cosas, la prórroga de créditos bancarios, la reestructuración de pagos de la deuda mediante la ampliación de la fecha de vencimiento y el refinanciamiento de intereses. Todas las operaciones fueron supervisadas por el FMI y el Club de París.

También hubo un tercer bloque de procedimientos mucho más agresivos para los países deudores. Uno de estos procedimientos fue rematar la deuda con descuento. La entidad adquirente de la deuda, normalmente grandes capitalistas, al ser los nuevos poseedores de parte de la deuda de un país tenían derecho a intercambiarla por empresas estratégicas de los gobiernos. Por ejemplo, una parte de la deuda externa de México fue recomprada por particulares (nacionales o extranjeros) con 43% de descuento en moneda local. El trato era que el nuevo acreedor tenía el derecho y el gobierno la obligación de venderle empresas estratégicas para el país, como las minas y el acero. Esto provocó que casi todos los países deudores debieran menos, pero ahora tenían mucho menos control de los recursos necesarios para su desarrollo económico y social.

Sin embargo, como se podrá observar por el tipo de medidas, éstas no funcionaron. Entre 1985 y 1989, en Estados Unidos se generaron los Planes Brady y Baker que, entre otras cosas, sostenían que era una insensatez restringir la inversión extranjera en los países pobres, ya que ésta era el motor del crecimiento económico y de la transferencia de tecnología de los países avanzados hacia los países pobres. Estos planes también promovieron la privatización del Estado y la desregulación del comercio, ya que sostenían que una elevada regulación era la causa de una elevada corrupción por parte de las autoridades reguladoras.

Pero la apoteosis de las medidas surgió en 1989 con el Consenso de Washington, liderado por John Williamson. Para empezar, cuando Williamson se refería a Washington, en realidad se refería a un complejo político-económico-social-intelectual integrado por el FMI-BM, el Congreso de Estados Unidos, la FED (el Tesoro de Estados Unidos) y algunos grupos de expertos, es decir, los defensores y propietarios de los grandes capitales que estaban prestados a los países pobres. Su enorme ventaja es que tenían a los países deudores sometidos por una serie de tratados y acuerdos, por medio de los cuales no tenían más alternativa que obedecer las órdenes que se les dictaran. Así, el Consenso de Washington llegó a los siguientes acuerdos sobre cómo sanear y encarrilar a los países deudores hacia un sano crecimiento:

- Disciplina presupuestal, no se debía exceder 0.4% la tasa deuda/PIB.
- Las prioridades del gasto público serían sanidad, educación e infraestructura. Sin embargo, el Consenso de Washington dictará la forma en que se debe gastar en sanidad, la forma en que deba impartirse la educación, cambiando los modelos educativos desde la educación básica hasta las universidades públicas, y también determinará cuál infraestructura será prioritaria para dedicarle más recursos.
- Reforma fiscal.

- ❖ Liberalización financiera, lo cual implica que los valores del tipo de cambio de la moneda local y de las tasas de interés del mercado serán determinadas por las fuerzas del mercado, con la condición de que sean competitivas.
- ❖ Liberalización comercial, consiste en desgravar más las importaciones, abrir las economías a todo el mundo y abrir sin límites la inversión extranjera directa.
- ❖ Privatización de todas o casi todas las empresas de participación estatal, lo cual conlleva la disminución al mínimo o la desaparición de la seguridad social, con la consiguiente reducción de los gastos del Estado. Esto deberá generar, por un lado, un aparato gubernamental eficiente y reducido, por otro lado provocará un sector privado en expansión.
- ❖ Garantía de los derechos de propiedad apoyados en tratados internacionales. Esto significa que ningún país podrá expropiar en beneficio de la nación bienes que sean propiedad de extranjeros. Si llegara a suceder, una corte internacional, siempre influenciada por el Consenso de Washington, daría el fallo definitivo.

De acuerdo con el Consenso de Washington, estas medidas acabarán en el largo plazo con la pobreza de todos los países, pero básicamente representan una garantía de que los préstamos hechos a todos los países pobres van a ser recuperados, ya sea como dinero en efectivo, como apropiación de empresas estratégicas de los países deudores o, lo que es peor, adquiriendo legalmente el control económico de los países que acepten estas medidas como única salida para pagar la deuda contraída.

El mundo como una economía unificada

Las teorías presentadas sobre los factores que afectan a la economía de cualquier país, funcionan de manera regular en la práctica. Se dice que *más o menos funcionan* porque si funcionaran del todo no habría problemas económicos en el país que practicara tales teorías.

Es posible afirmar, con reservas, que sólo los países económicamente desarrollados, que no son más de 10 en el mundo, aplican esas teorías en su economía y, aun así, funcionan de forma deficiente. Esto se debe a que las economías de todos los países están estrechamente interrelacionadas y aunque un país empleara las teorías de manera estricta, la influencia de las otras economías afectaría su desempeño. Por esta razón se habla del *efecto dragón*, el cual ocurrió cuando la crisis en Japón afectó básicamente a todos los países de Oriente. El *efecto tequila*, generado por una crisis profunda en México que afectó a casi toda Latinoamérica, el *efecto samba* etcétera.

Si se está de acuerdo con las teorías presentadas, de manera específica en que se debe crear (imprimir) dinero en la medida en que haya más mercancías generadas en una economía, ya que el dinero es el medio ideal para el intercambio de mercancías, y que además un exceso de dinero en la economía necesariamente genera inflación, analice las posibles causas de por qué el mundo ha llegado al lamentable estado actual.

Haga el ejercicio de no considerar a los países pobres o a los avanzados al pensar en los efectos que tienen estas teorías, más bien, intente ver el mundo como una sola economía. Al pensar de esta manera es evidente que en el mundo hay un número limitado de productos que se han generado y que se pueden producir en el futuro; por lo tanto, ¿esa cantidad de productos que se generan actualmente tiene su contraparte adecuada en la cantidad de dinero circulante? Además de esto, es importante recordar que el dinero debe estar en la cantidad apropiada y de acuerdo con la cantidad de mercancías que existan en determinado sitio, ¿está el dinero repartido en el mundo de esta manera? Por el lado del dinero circulante en el mundo, ¿será adecuado pensar que algunos bancos privados y centrales voraces han emitido cantidades excesivamente grandes de dinero y han inundado al mundo con un exceso de circulante en forma de préstamos otorgados por el BM y el FMI? ¿Será posible determinar la cantidad de dinero circulante que es más adecuada a nivel mundial para controlar algunas crisis económicas? ¿Es posible determinar su ubicación más apropiada? No hay que olvidar que un exceso de circulante siempre causará inflación en cualquier economía.

Si esto fuera verdad es fácil imaginar cómo se ha generado la terrible situación económica que padecen los países endeudados. Después de ganar la Segunda Guerra Mundial, Estados Unidos impuso condiciones económicas no sólo a los perdedores del conflicto bélico, sino a todo el mundo. Básicamente han impuesto al dólar estadounidense como moneda oficial para todas las transacciones económicas en el mundo, por lo que los préstamos internacionales también se fijaron en esta moneda. Luego crearon el FMI, el BM, etc., y empezaron a prestar dinero a los países pobres que pretendían desarrollarse. Al respecto cabe preguntar, ¿de dónde salieron los cerca de 500 mil millones de dólares que deben todos los países pobres? Hay que recordar que la cantidad de circulante debe ser proporcional a la cantidad de mercancías, y en este caso se está hablando de que el mundo es una sola economía y que el dinero emitido debe estar respaldado por oro o plata. Si no existía respaldo en cuanto a la cantidad de mercancías producidas a nivel mundial, ni suficiente respaldo en oro en la FED, única institución autorizada para imprimir dólares, entonces el Banco Central de Estados Unidos, imprimió un enorme excedente de dólares y, de acuerdo con la teoría, esta acción a largo plazo debió generar una inflación a nivel mundial, básicamente en los países que recibieron préstamos. Esos préstamos crearon un excedente de circulante, ya que el país recibía los dólares y a su vez imprimía moneda local que estaba respaldada por los dólares recibidos en préstamo, pero esos dólares quizá no estaban respaldados ni por oro, ni por mercancías. El otro aspecto de la teoría dice que la emisión de dinero deberá estar respaldada con oro por parte del emisor, ¿alguien verificó que Estados Unidos contara con una cantidad suficiente de oro para respaldar los miles de millones de dólares otorgados en préstamos? Pero, ¿a quién afectó esa inflación? El dinero no se quedó en Estados Unidos, sino en los países que solicitaron créditos.

Ahora véase lo sucedido en un país que solicitó un crédito al FMI o al BM, recuérdese que estos hechos se dieron al inicio de la década de los cincuenta, cuando la mayoría de los solicitantes de créditos no poseían casi nada, ni infraestructura, ni industria, ni tecnología, ni personal capacitado porque además no había ni muchas

ni buenas universidades, etc., lo único que poseían eran recursos naturales, mar, petróleo, tierra fértil, minas, etc., por lo cual recibieron créditos que no fueron utilizados para instalar industrias y elaborar productos que compensarían los millones de dólares que entraban a sus economías por concepto de créditos. Por lo tanto, se pagaba a los trabajadores locales y se inyectaba dinero a las economías de esos países, pero no se generaba la suficiente cantidad de productos para equilibrar la dupla cantidad de circulante-cantidad de productos, lo cual, sin duda, causó inflación.

De forma casual, a principios de la década de los setenta desapareció el patrón oro como respaldo oficial e internacional para emitir moneda, básicamente dólares estadounidenses por ser la moneda aceptada en las transacciones internacionales. A partir de ese momento, la emisión del billete verde sólo está respaldada por la fe en el gobierno de Estados Unidos. Ya se comentó que desde finales del siglo XX el gobierno de ese país decretó que el dólar estadounidense es *dinero fiduciario*, lo cual significa que la FED decide que un billete (un pedazo de papel impreso) es dinero, aunque no tenga ningún valor o no esté respaldado por oro.²⁹

Con un pensamiento malévolo se diría que es muy probable que el BM, el FMI y la FED se dieron cuenta de que la impresión de dólares excedía sus reservas de oro, y con el decreto del *dinero fiduciario* ya nadie tendría elementos para exigirle a la FED mostrar sus reservas en oro como respaldo por los miles de millones de dólares que habían prestado.

Por el lado de la economía estadounidense, y en general de todos los países cuyos bancos privados prestaron dinero a los países en desarrollo, ya sea por medio del BM, del FMI o de forma directa, en vez de ayudar a las naciones pobres las perjudicaron, mientras que los países prestadores se beneficiaron enormemente. En palabras de Peter Drucker, uno de los filósofos más prominentes del siglo XX: "Fui partidario de la *Alianza para el Progreso* del Presidente Kennedy... pero me desilusioné completamente. Aprendí que la ayuda de gobierno a gobierno no funciona. Conocemos las razones. Sabemos que la ayuda de gobierno a gobierno, y en este aspecto el Banco Mundial es una institución gubernamental, se convierte a menudo en ayuda militar, que luego se desperdicia en armas inútiles, como ocurrió con gran parte de la asistencia de Estados Unidos a América del Sur. O bien, su destino es el enriquecimiento de los gobiernos y sus burócratas. O tal vez se malgasta en grandiosos proyectos en países que no tienen los recursos o los mercados para ellos. Ésta ha sido la suerte de gran parte de la ayuda del Banco Mundial".³⁰

Sin embargo, una vez firmado el préstamo el país endeudado ya no tenía salida. Tenía que pagar intereses a una tasa de entre 12 y 15% anual, los dólares en préstamo eran fiduciarios, es decir, seguramente no respaldados por oro, los gobiernos los desperdiciaban en una gran proporción, y los objetivos de los préstamos para el desarrollo de los países pobres se desvanecían. Así, aspectos como la creación de empleo, el

²⁹ Samuelson/Nordhaus, *op. cit.*

³⁰ Drucker, Peter, Nakauchi, Isao, *Tiempo de desafíos, tiempo de reinventaciones*, Hermes, 1997, pág. 73.

desarrollo económico, el control de la inflación, la capacitación de mano de obra con mejores universidades, etc., quedaron sólo en buenos deseos, pues casi todo lo que producía el país se destinaba al pago de intereses y del capital de la deuda externa.

Los países prestadores, básicamente Estados Unidos, habían hecho inversiones garantizadas con los recursos naturales de los países, productos, tierra, industrias estratégicas, etc., que a largo plazo han pasado lentamente a manos de extranjeros. El exceso en la impresión de dinero nunca produjo inflación en Estados Unidos, ya que de inmediato salió en forma de préstamo y, a cambio de eso, recibieron productos importados a bajo precio, procedentes de las empresas transnacionales instaladas en esos países. En tanto, los bancos privados prestadores de dinero, el BM y el FMI, cada año tuvieron más recursos para seguir prestando y arruinando aún más a los más pobres.

No conformes con eso, instaron a los gobiernos a crear su propia Bolsa de Valores, en la cual se pondrían a la venta certificados de deuda emitidos por el propio gobierno, también podrían invertirse los grandes capitales excedentes en todo el mundo. La mayoría de los países endeudados ya no eran sujetos de crédito, de manera que una nueva forma de endeudarlos más fue por medio de la compra de títulos gubernamentales negociados en las Bolsas de Valores locales. Ahora, los países debían ofrecer altas tasas de rendimiento en esos títulos, de lo contrario, los capitales extranjeros invertidos en ellos saldrían de inmediato a buscar mejores sitios. Por esta razón se afirma que los gobiernos de los países pobres que tengan una Bolsa de Valores local deben restringir la inversión extranjera, y aquí deberían tomar en cuenta la experiencia de México en diciembre de 1994, cuando el nuevo gobierno de Ernesto Zedillo, que sólo tenía 20 días en el cargo, anunció una devaluación del peso mexicano respecto del dólar de casi 100%, y en no más de dos días salieron del país alrededor de 17 mil millones de dólares estadounidenses invertidos en títulos gubernamentales de alta bursatilidad (los Certificados de la Tesorería), dejando al país al borde de una guerra civil, con daños sociales profundos y de reparación a muy largo plazo.

El juego es muy simple: los países endeudados ya no son sujetos de crédito, pero siguen necesitando dinero para crecer. No pueden imprimir el dinero que necesitan en su propia moneda, pues no pueden respaldarlo. Entonces, las autoridades hacendarias de ese país y el propio gobierno se dejan convencer por ciertos asesores de que la mejor forma de conseguir dólares, que ahora sí propiciarían el crecimiento económico del país, es que el gobierno emita y respalde deuda en forma de certificados de alta bursatilidad, los cuales podrán venderse a través de la Bolsa de Valores del país, la cual, si no existe, es preciso fundarla, pero si ésta existe bastará con poner a subasta tales títulos de deuda. La condición para que los títulos de deuda emitidos por el gobierno “funcionen bien y sean promotores del desarrollo” es que puedan ser comprados por inversionistas nacionales y extranjeros, quienes inyectarían dólares a esa economía.

Los gobiernos de los países que ya no tenían crédito ante el BM y el FMI vieron solamente una salida a su falta de liquidez y capital para seguir creciendo: la emisión de títulos gubernamentales, sin notar que tal vez esta solución era peor que tener directamente una deuda. Como en la mayoría de los países que tienen Bolsa de Valores

y que su gobierno emite títulos de deuda no está limitada la cantidad de inversión extranjera que puede haber en la compra de esos títulos, nuevamente el gran capital internacional ha invertido en esta opción. Sin embargo, se asegura que esta solución de financiamiento es peor que la anterior, porque antes fue posible renegociar la deuda a largo plazo con el BM y con el FMI, tal como lo hicieron México y otros países en 1989 y 1990, pero ahora, con la emisión de títulos de deuda gubernamentales ya no existe esa opción. Tales títulos son deuda a corto plazo que tiene vencimientos que van desde siete días hasta plazos de máximo un año. Como son títulos de alta bursatilidad, es decir, que se pueden vender y convertir fácilmente en efectivo, si a los inversionistas nacionales o extranjeros no les agradan las condiciones económicas del país, simplemente pueden vender los títulos en un día, cambiar la moneda local a dólares y llevarse su dinero a cualquier otro país que les resulte más atractivo para invertir.

Haciendo un símil con una persona física, supóngase que dicha persona tiene una deuda elevada, y que la entidad que le otorgó el préstamo tiene el derecho de exigirle el pago total de la deuda en cualquier momento.

¿Cómo se crea el dinero y por qué existen las tasas de interés?

Después de presentar una breve historia de los principales bancos centrales y de las teorías que explican por qué debe existir el dinero y cómo se determinan las tasas de interés en una economía, es preciso volver a formular la pregunta que se planteó al inicio a este capítulo. Algunas preguntas tienen respuesta más o menos claras, otras definitivamente tienen una respuesta difusa.

¿Qué es el dinero? Antes de intentar responder a esta pregunta es conveniente analizar que a principios del siglo XXI para mucha gente y muchas empresas ya no es necesario tener dinero en efectivo, ya sea en forma de billete o de moneda metálica. Por ejemplo, si una persona trabaja en una empresa es muy probable que su sueldo se le pague mediante un depósito bancario realizado por una transferencia electrónica. Con la tarjeta de débito que le otorgó la empresa, para disponer de su sueldo, puede comprar prácticamente lo que sea para mantener su vida normal sin manejar dinero en efectivo. Lo mismo sucede para la mayoría de las empresas; de esta manera, los pagos provenientes por sus clientes rara vez se recibirán en efectivo, y para pagar a todos sus proveedores tampoco se necesita de efectivo. Los cheques son cada día menos utilizados. En contraste, las transferencias electrónicas de dinero cada día son más comunes, incluso para pagar todo tipo de impuestos al gobierno. Además, si usted viaja fuera de su país no necesita llevar en efectivo mucha moneda local del país a donde va de visita. Si posee una tarjeta de crédito internacional podrá comprar lo que quiera en prácticamente cualquier parte del mundo. Entonces, ¿qué es el dinero?

A principios del siglo XXI el dinero es simplemente un poder de compra representado en una tarjeta de crédito, en una línea de crédito en alguna institución bancaria, sin dejar totalmente de lado a los billetes y a las monedas metálicas (dinero fiduciario). Al igual que los modernos medios electrónicos de comunicación están eliminando

lentamente el papel en las oficinas, como medio físico de comunicación, del mismo modo, esos medios electrónicos están eliminando lentamente al dinero físico (billetes y monedas) de la circulación, aunque deberá suponerse que si una persona posee en un banco un millón de dólares estadounidenses, está en su derecho de pedir en efectivo el millón en billetes, y el banco tendrá la obligación de darle los billetes, aunque en la realidad esto nunca vaya a suceder. Sucede lo mismo con los archivos electrónicos. Una empresa puede tener 10 Gb de información en archivos y el director de la empresa podría solicitar los 10 Gb de archivos en forma impresa y, por supuesto que los podría tener, pero nunca lo hará porque no tiene caso.

Esta forma electrónica de manejar grandes sumas de dinero es lo que ha deteriorado mucho el control del circulante en todo el mundo. Si el BM o el FMI otorgan a un país un préstamo de 1 000 millones de dólares, no le enviarían una maleta con billetes por esa suma, al igual que un inversionista extranjero que quiera comprar títulos de deuda gubernamental en un país, no llega a ese lugar con un portafolios lleno de billetes. Todo se hace por medio de transferencias electrónicas entre bancos. Cuando el gobierno de ese país utiliza el préstamo para comprar productos o tecnología tampoco va a pagar en efectivo, sino que lo hará mediante una transferencia electrónica de fondos entre los bancos de los países involucrados en la transacción, y así continúa la cadena de transacciones sin que casi ninguna de las entidades que intervienen pueda ver dinero o dólares en efectivo.

Por esta razón los dólares estadounidenses son fiduciarios. Además, no es necesario que la FED imprima dinero para prestarlo, ya que ahora autoriza líneas de crédito, porque cada nueva línea de crédito es como autorizar la impresión de dinero, ya que otorga poder de compra a quien utiliza ese crédito. Ahora ya no es necesario imprimir dinero y menos que esté respaldado por oro. Es imposible contar la cantidad en dólares que existen circulando por el mundo. Además de todos los depósitos electrónicos en dólares que existen en los bancos, están los billetes y las monedas que mucha gente utiliza, sobre todo fuera de Estados Unidos. Pero aún falta lo peor, la cantidad potencial de dólares que circulan por el mundo está determinada por el monto que tienen todas las tarjetas de crédito internacionales, ya que cualquier poseedor de una de esas tarjetas puede viajar a la Unión Americana y consumir, para después recibir el estado de cuenta de su tarjeta en su país de origen y pagar la deuda en moneda local. Nunca tuvo dólares físicos en billetes, pero compró en dólares y la tienda que hizo la venta en Estados Unidos recibió una transferencia electrónica de dólares por esa venta. No fue necesario imprimir billetes para hacer esa venta, pero el efecto final fue que, por esa venta, salieron dólares electrónicos de un país e ingresaron dólares del extranjero a Estados Unidos, todo por medios electrónicos. En realidad, con esta transacción, más que una transferencia de dólares físicos hubo una transferencia de poder de compra, la tienda aumentó su poder de compra pues obtuvo una ganancia por la venta, en tanto que el comprador disminuyó su poder de compra, pues decrecieron los activos en su cuenta bancaria.

En teoría, el dinero debe crearse o imprimirse con base en la cantidad de mercancías que existen en una economía. Sin embargo, esto ya no es así. Con todos los

créditos disponibles electrónicamente que hay en la actualidad, los bancos centrales han dejado de controlar la cantidad de dinero circulante en una economía, la cual está hecha un caos, tanto en los países en vías de desarrollo como en los del mundo en general. Los países desarrollados sufren menos vaivenes en sus economías, pero aun así, no logran controlarla como ellos quisieran.

Por lo tanto, una buena y sana medida sería volver al patrón oro, pues es la única forma de garantizar el valor de una moneda. El dinero fiduciario, tan de moda en estos tiempos, ha sido el más perjudicial para el mundo. Los bancos, al otorgar cada nueva tarjeta de crédito, en realidad están imprimiendo dinero electrónico. Además, los bancos centrales de todos los países deberían controlar los nuevos créditos y el dinero electrónico que crean los bancos comerciales. Parece que esa es la mejor vía para que se estabilicen muchas economías en el mundo.

Si se logra determinar que hay mucho dinero fiduciario, principalmente dólares, y que la mayoría de este dinero se imprimió sin respaldo y fue prestado a los países pobres para su desarrollo, debería cancelarse de inmediato la deuda externa de esas naciones a fin de aliviar una pesada carga que les impide un sano desarrollo económico que sirvió como pretexto para endeudarlos. Por otro lado, también se podrían eliminar electrónicamente unos 500 mil millones de dólares que es la cantidad aproximada de deuda externa de todos los países pobres, y de paso se acabaría con ese excedente de dinero circulante en el mundo, lo cual reduciría la inflación en más de un país.

Por lo tanto, a principios del siglo XXI se puede decir que el dinero es un poder de compra fiduciario otorgado por instituciones bancarias o de crédito, que tiene todas las características del dinero como papel moneda, es decir, es un medio para realizar transacciones, sin olvidar que una gran parte de la población aún utiliza el dinero en forma física, ya sean billetes o monedas metálicas.

A la pregunta de ¿por qué existe una tasa de interés en el dinero? Se puede decir que la determinación de esta tasa en una economía todavía obedece a la relativa escasez o abundancia de dinero que hay en un momento dado en una economía. El problema ahora es que la devaluación de una moneda también desencadena inflación y, por lo tanto, que se eleven las tasas de interés de esa economía. Además, dada la globalización económica, la economía de un país débil sufre de manera más acentuada los efectos de una crisis económica en los países desarrollados, en comparación con lo que estos últimos pueden sufrir si un país pobre enfrenta una crisis económica fuerte, es decir, en contraste con el pasado, las tasas de interés tienen ahora mucha más influencia externa en su determinación. La tasa de interés sobre el dinero va a existir en la medida en que haya personas físicas o morales (empresas o instituciones) que necesiten dinero y, por supuesto, que haya instituciones de crédito o bancos que estén dispuestos a prestar ese dinero porque lo tienen como excedente. Es decir, la tasa de interés, como reflejo o representación del costo del dinero, existirá en la medida en que el dinero sea abundante o escaso en una economía.

Estos efectos externos podrían atenuarse un poco si no existiera la deuda externa de los países pobres y si no hubiera el enorme excedente de *dinero fiduciario* en dólares que anda por el mundo buscando cuál país le ofrece la mejor tasa de interés para

invertir al corto plazo. El dinero proveniente del extranjero sólo debería invertirse en proyectos productivos y no en inversiones especulativas. De otra forma, la economía del mundo difícilmente va a cambiar.

Historia del dinero y de las tasas de interés

Una persona preferirá invertir su dinero en vez de gastarlo si considera, bajo ciertos criterios de análisis, que tendrá más dinero en el futuro que la cantidad que posee en el presente, lo cual le va a proporcionar mayor capacidad de compra en el futuro, es decir, la *inversión* le debe proporcionar mayor consumo en el futuro, en comparación con el que podría realizar con el mismo dinero en el presente. Si no fuera así, definitivamente gastaría su dinero el día de hoy.

No hay necesidad de insistir mucho en esta forma de pensamiento de cualquier persona a la que le sobra un poco (o mucho) dinero para invertir, sin embargo, el análisis no es tan simple. Existen muchas oportunidades de inversión hoy en día, y cuando un inversionista potencial con dinero y ganas de invertir se pregunta ¿cuál es la mejor alternativa para invertir?, se le presenta tal cantidad de alternativas que es difícil que las conozca todas, y menos que identifique las ventajas y desventajas de cada oportunidad de inversión.

Todo inversionista potencial debe saber que el dinero no se crea de la nada, lo cual significa que lo primero que se debe observar es a *quién* o a *qué institución* le va a dar su dinero para que lo administre; y el segundo punto, derivado del primero, es el riesgo que corre el inversionista (y su dinero, por supuesto) de que no gane el interés que le prometieron. Como ejemplo de la gravedad del desconocimiento de esos puntos se citan tres casos sucedidos en México, que costaron miles de millones de pesos a inversionistas voraces pero ignorantes.

En la década de los ochenta en México se vivió la peor inflación por año y por década en toda la historia del país. El presidente Miguel de la Madrid tomó el cargo en 1982 con una paridad del peso de \$257.9 pesos por dólar estadounidense, al término de su mandato en 1988, el peso estaba a \$2 291.24 por dólar,³¹ lo cual originó, entre otras cosas, que el gobierno le quitara tres ceros a la moneda en 1991. Esta enorme devaluación originó inflaciones altísimas. Por ejemplo, de 98.8% en 1982, de 80.76% en 1993, de 105.74% en 1986 y de 159.16% en 1987³² y, en los años restantes de esa década, las inflaciones nunca estuvieron por debajo de 50% anual.

Esta situación produjo un comportamiento poco usual de los inversionistas en la Bolsa de Valores de México, la cual siempre ha sido muy pequeña en comparación con otras bolsas de valores en el mundo. Para el año 2000, el número de empresas que cotizaban en la bolsa apenas se acercaba a 300, pero en la década de los ochenta

³¹ Fuente: Banco de México e INEGI. Tipo de cambio promedio.

³² Diario Oficial de la Federación, 10 de abril de 1995.

su número rebasó con trabajos a 100 empresas promedio en todos los 10 años. (Al 31 de diciembre de 1996, sólo 193 empresas mexicanas cotizaban en la Bolsa de Valores de México.) Las utilidades generadas por las empresas que cotizaban en la Bolsa de Valores en la década de los ochenta, eran cada día más impactantes, pero como se verá a lo largo de este capítulo, el valor de una acción bursátil depende de las expectativas de ganancia. Lo que nunca vieron los inversionistas es que las enormes ganancias de la bolsa estaban influenciadas por la inflación, al igual que los salarios; en este sentido, las ganancias que arrojaba la Bolsa de Valores se debían a la inflación, más que a expectativas reales de ganancia.

Con el paso de los años, pero básicamente en los de mayor inflación (1986 y 1987), se podía ver casi a cualquier persona con un poco de dinero extra, comprar acciones de cualquier tipo, debido a que el valor de casi cualquier acción bursátil se había duplicado en pocos meses, y al cabo de esos dos años algunas casi habían triplicado su valor. La Bolsa de Valores de México estaba haciendo ricos a los inversionistas.

Pero estos inversionistas avariciosos e ingenuos —porque la mayoría no sabía ni lo elemental del funcionamiento de una Bolsa de Valores— vieron frustrados sus sueños de riqueza en octubre de 1987, cuando *se cayó la Bolsa* y entonces perdieron miles de millones de pesos. Se les olvidó que *el dinero no se crea de la nada*; pero ya era demasiado tarde. A los pocos años, el gobierno del país encarceló a un alto funcionario de la Bolsa de Valores, bajo la acusación de haber sido el artífice de la caída de la bolsa y del gran fraude que hizo perder miles de millones de pesos a los inversionistas, lo cual sería peor, si es que todo fue un fraude elaborado con mucha astucia.

Derivado de esta situación inflacionaria, los bancos del país, que en aquel tiempo pertenecían al Estado, después de su privatización en 1982 por López Portillo, ofrecían al ahorrador tasas de interés que rebasaban 15% mensual en febrero de 1988, con tasas inflacionarias en la economía de 14.76% en diciembre de 1987, 15.46% en enero de 1988,³³ etc. El gobierno, a través de sus bancos, se vio forzado a incrementar las tasas de interés a esos niveles sin precedentes en la historia del país, para tratar de quitar el dinero a la gente, es decir, en la medida en que a la gente común se le ofrece una buena oportunidad de inversión, prefiere no gastar su dinero e invertirlo con buenos rendimientos. Cuando la gente no gasta su dinero consumiendo, baja la inflación debido a que disminuye la demanda de bienes y servicios. Tal vez ha sido la única ocasión en que el gobierno verdaderamente ofreció *tasas positivas*³⁴ a los inversionistas, como un último recurso para controlar la inflación, que estuvo a un paso de convertirse en *hiperinflación*.³⁵ Era tan atractivo para cualquier pequeño

³³ *Ídem*.

³⁴ Tasa positiva. Se dice cuando la tasa que ofrecen los bancos a sus inversionistas es superior al índice de inflación vigente en ese momento.

³⁵ Hiperinflación. Término utilizado para indicar inflaciones arriba de 200 o 250% anual. La economía del país que padece este nivel inflacionario se vuelve un caos completo.

ahorrador recibir 15% mensual por su dinero en cualquier banco, que miles de personas vendieron sus casas, autos o cualquier objeto de valor para invertirlo en el banco, porque pensaron que con los intereses que cobraban podrían vivir toda la vida sin mayores problemas, incluso rentando una buena casa. Su desilusión llegó en diciembre de 1988, cuando tomó posesión como presidente Carlos Salinas de Gortari, quien de inmediato puso en operación un plan nacional de choque económico para frenar la inflación, llamado *Pacto de Solidaridad*.

Este plan provocó que para enero de 1989, la inflación en ese mes fuera de sólo 1.36% y después siguió bajando a lo largo de todo ese sexenio. Para los pequeños ahorradores, nuevamente, ya era demasiado tarde. Habían vendido sus casas y objetos de valor, y ahora se encontraban en la pobreza, no tenían un lugar propio para vivir y los intereses que cobraban de sus ahorros en el banco apenas les alcanzaba para comer. Otra vez se les olvidó que *el dinero no se crea de la nada*.

Un último ejemplo de lo que significa la ignorancia a la hora de invertir se deriva de esta misma historia. Carlos Salinas, al término de su mandato en 1994, dejó una inflación oficial de 8% en la economía. Los mexicanos pensamos que la crisis se había superado y que el futuro del país era promisorio. Al nuevo gobierno de Ernesto Zedillo le bastaron 20 días para sufrir los efectos no del error que cometió el gabinete de Zedillo, sino de la bomba de tiempo que había dejado Carlos Salinas y que debía estallar sin remedio. El peso mexicano debió haberse devaluado al menos tres veces durante el sexenio de Salinas. Esto implica varias cosas, primero, que una *moneda sobrevaluada*³⁶ como el peso mexicano en aquel tiempo, no debe devaluarse para que alcance su valor real de manera brusca, ése fue uno de los errores de Zedillo; por otro lado, el valor real de una moneda es muy difícil de determinar. Cuando se dice que Salinas debió devaluar el peso, al menos tres veces durante su sexenio, precisamente se hace alusión al hecho de lo peligrosa que resulta una devaluación repentina y brusca, pero si se desea saber el valor al cual Salinas devaluó el peso varias veces, es muy difícil de establecer (como se verá a lo largo del capítulo), pero como no lo hizo, ésta fue la bomba de tiempo que le dejó a Zedillo, la cual debía estallar sin remedio. A este hecho se le conoce como el *error de diciembre de Zedillo*, que sumió al país en la peor crisis económica de su historia. Al siguiente año de este error (para 1995) el PIB³⁷ de México fue negativo en 7.2%,³⁸ aunque hay otras fuentes que citan un valor menor. Cualquiera que sea el valor real, el *error de diciembre de 1994* generó el cierre de miles de empresas, la tasa de desempleo abierto llegó a ser la más alta en la historia del país, con un valor de 6.22%.³⁹ La economía nacional se fue recuperando muy lentamente a lo largo del sexenio de Zedillo.

³⁶ Moneda sobrevaluada. Es la que tiene un valor mucho mayor que el valor que debería tener frente a otras monedas.

³⁷ Producto Interno Bruto. Indicador macroeconómico que muestra indicios de la actividad y el crecimiento económico de un país.

³⁸ Banco de México, *Reporte trimestral*, 1997.

³⁹ INEGI, *Encuesta Nacional de Empleo Urbano. Estudios sobre el desempleo en México*, 2000.

Con este panorama y con la reestructuración del sistema bancario mexicano, las *Sincas* (Sociedad de Inversión de Capitales) se mostraron a los pequeños inversionistas como una opción de inversión muy atractiva. Con poco capital era posible obtener atractivos rendimientos por las inversiones; muchos desempleados que recientemente habían sido despedidos, y un gran número de jubilados, confiaron su dinero a las Sincas. Ofrecían más que los bancos comerciales y no se arriesgaba el dinero como en la Bolsa de Valores comprando acciones. Para el año 2000, una Sinca que operaba en varios estados (departamentos) del país defraudó a miles de pequeños inversionistas por más de 4 mil millones de pesos (unos 400 millones de dólares). Se informó que algunos inversionistas se suicidaron pues quedaron en la pobreza, sin ninguna fuente de ingreso para su sustento. Cuando se dieron cuenta de que la Sinca ya no les estaba pagando los intereses prometidos, y que aun suspendió los pagos de interés, ya era demasiado tarde. Una vez más, se les olvidó a los inversionistas que *el dinero no se crea de la nada*.

Bastan estos tres ejemplos para resaltar la importancia de estar bien informado antes de arriesgar el dinero en cualquier tipo de inversión. En este capítulo se mostrarán las principales alternativas de inversión que existen en un país y la forma de evaluarlas, a fin de crear conciencia en el futuro inversionista de cómo elegir la mejor alternativa.

Lo que debe significar una inversión y los factores que la afectan

Una *inversión* es sólo una forma de colocar algún dinero extra en alguna alternativa o lugar para obtener rendimientos monetarios. Existen varios tipos de *inversionistas*:⁴⁰ las *empresas*, que por razón natural manejan dinero a diario y tienen periodos en los que les sobra el dinero (obtienen ganancias), y periodos en los que necesitan dinero (necesidad de financiamiento); las *personas físicas*, que pueden jugar el papel de inversionistas, pero aquí hay que distinguir claramente dos tipos: las personas que invierten porque tienen un poco de dinero extra, y aquellas que invierten como una forma de obtener ingresos para mantenerse, como es el caso de pensionados y viudas. Existe un tercer tipo de inversionistas, que son los *organismos públicos*, aunque en México se les prohíbe hacer inversiones con fines de lucro.

Por otro lado, todo inversionista siempre deberá tener presente que a *mayor rendimiento, mayor riesgo*. No se trata sólo de invertir donde se ofrezcan los mayores rendimientos, sino que lo más importante es observar o calcular el riesgo que corre el dinero invertido en determinada institución; el *riesgo* se entiende como la posibilidad de que la institución donde se ha depositado el dinero no cumpla con el pago de intereses, o con la devolución de capital en el tiempo pactado, o que incumpla con ambas cosas.

⁴⁰ Inversionista o inversor son términos equivalentes y su uso depende del país en que se utilice la palabra.

No siempre la mejor inversión es la de menor riesgo. Por ejemplo, un banco comercial le dará en México un rendimiento muy seguro pero bajísimo. Una inversión segura en un banco mexicano, en el año 2000 le hacía perder dinero al inversionista debido a la *inflación*.⁴¹ Por ejemplo, si la inflación era de 12% anual el banco le ofrecía 6% anual, por lo tanto, al final de un año, el inversionista tenía más dinero nominal, pero su poder efectivo de compra había disminuido debido a la inflación. De esta manera, otro factor de gran importancia para el inversionista deberá ser el índice inflacionario vigente y pronosticado en la economía en la cual se realice la inversión.

Un último factor importantísimo para cualquier inversionista es el *vencimiento de la inversión*, es decir, el tiempo en el cual la institución a la que le ha confiado su dinero, le regresará el mismo de manera íntegra.

Los cuatro factores están íntimamente relacionados: rendimiento, riesgo, inflación y vencimiento. Tomemos dos ejemplos extremos para ejemplificar la influencia de los cuatro factores mencionados. Un vendedor de frutas y legumbres al menudeo puede ser considerado un inversionista si su actividad consiste en viajar 200 o 300 km para comprar la fruta al pie de una huerta (esta compra se considera una inversión), la transporta en su vehículo, y luego la vende en su propio negocio con un incremento en el precio. Su rendimiento por este tipo de operación puede ser altísimo, porque en cuestión de días podría duplicar su inversión en la compra de la fruta; desde ese punto de vista puede considerarse una inversión muy lucrativa, pero a la luz de considerar los demás factores, probablemente ya no parezca tan atractiva.

Este supuesto personaje corre un gran riesgo cada vez que realiza la inversión y le ha costado inversiones adicionales el tener un negocio de este tipo. Le ha costado comprar un vehículo que se desgasta cada vez que realiza un viaje, y le ha costado tener un local para vender la mercancía una vez que la ha comprado y transportado. Cuando no trabaja, no puede ganar dinero. Además, cada vez que hace un viaje para comprar mercancía se arriesga a tener un accidente en su vehículo, o a que éste sufra una avería en el camino que afecte la mercancía que ha comprado y también se arriesga a que no venda toda la mercancía en el tiempo ni al precio previstos. Por todos estos riesgos se puede aceptar que su ganancia también sea grande. A él no le afecta en gran medida la inflación ni el vencimiento de su inversión, pues todo es a corto plazo. A cambio de esto, en un accidente puede perder gran parte de su inversión.

Por otro lado, consideremos a un inversionista que ha comprado Cetes⁴² en México; para obtener un rendimiento no necesita tener algún tipo de inversión extra. Basta que tenga disponible un millón de pesos (el equivalente a unos 100 000 dólares para el año 2000) y que acuda a una casa de bolsa⁴³ y solicite hacer una inversión en Cetes. Una

⁴¹ Véase definición en el capítulo 6.

⁴² Cetes. Acrónimo de Certificados de la Tesorería, que son documentos de deuda que emite el gobierno de México, equivalentes a los billetes del Tesoro que emite el gobierno de Estados Unidos. Se considera una inversión con riesgo cero.

⁴³ Casa de bolsa. Denominación genérica de las instituciones privadas legalmente autorizadas en México para la compraventa de títulos de inversión de cualquier tipo.

vez hecha la inversión, esta persona puede irse a su casa a descansar y sabrá que el gobierno le va a pagar el interés convenido y le regresará su dinero en el plazo pactado. Observe la gran diferencia en actividad con el vendedor de fruta al menudeo. Sin embargo, aunque parezca muy atractiva esta inversión, no lo es; primero se necesita tener disponible esa cantidad de dinero, lo cual no es tan común; segundo, aunque el riesgo es prácticamente cero, el rendimiento que otorgan los Cetes es bajo, casi igual a la tasa de inflación, lo cual significa que al invertir en Cetes no se incrementa el poder adquisitivo del inversionista, si acaso sólo lo mantiene, a diferencia del otro inversionista, quien sí puede incrementar su riqueza de forma evidente.

Pero existen dos factores que rara vez se analizan en los Cetes: el vencimiento y la inflación a futuro. La teoría macroeconómica⁴⁴ plantea que en una economía estable las tasas de interés a largo plazo deben siempre ser mayores que las tasas a corto plazo, por razones que se explicarán más adelante en este capítulo. Si un inversionista compra Cetes a un plazo de siete días, no tendrá riesgo, apenas mantendrá el poder adquisitivo de su dinero y la tasa de interés que obtenga será menor que si invierte en ellos a largo plazo. Ahora supóngase que el inversionista decide invertir a largo plazo, digamos a 270 días, debido al mayor rendimiento. Estaría corriendo otro riesgo que implica la inflación. Por ejemplo, si él pactó un interés de 13% anual a ese plazo, no podrá disponer de su dinero en todo ese tiempo y corre el riesgo de que la inflación en ese periodo sea mayor a la tasa que él está cobrando; por lo tanto, si así sucediera, su dinero ni siquiera mantendría su poder adquisitivo, sino que perdería poder, dependiendo de la magnitud del aumento en la inflación, por arriba de la tasa que le van a pagar.

Como se puede observar, ninguna inversión es totalmente segura, por lo cual, ningún consejo para invertir es completamente seguro. Si así fuera, todos los expertos sobre el tema en las casas de bolsa serían millonarios, sin excepción. La realidad es que pocos de ellos se han hecho ricos; los que lo han logrado lo deben a su conocimiento del mercado o a la suerte, pero sin duda, en su mayor parte a un arduo trabajo.

Factores que determinan el valor de una moneda

Las oportunidades de inversión son múltiples y variadas, ya que es posible invertir en bienes raíces (casas y terrenos), en metales (como oro, plata, platino), se puede invertir en piedras preciosas, en obras de arte, etc.; sin embargo, lo más común es invertir dinero como tal. Existen muchas monedas en el mundo, pero de todas ellas, dependiendo de la región, siempre existen algunas que son preferidas. Por ejemplo, la moneda preferida para invertir en toda América Latina es el dólar estadounidense, en Asia se prefiere invertir en el yen japonés y en Europa hay varias predilecciones, ya que en Inglaterra se prefiere la libra esterlina, en Alemania el marco alemán o el euro. Nunca se oye hablar de que la gente quiera invertir en pesos mexicanos, en rublos rusos o en australes

⁴⁴ Marshall, F. John, *Financial Engineering*, New York Institute of Finance, 1992.

argentinos, ¿por qué? La respuesta es muy sencilla, las *monedas fuertes*, como las mencionadas, son las preferidas para invertir precisamente porque son fuertes. En este apartado se definirá lo que significa una *moneda fuerte* y cuáles son los factores que fortalecen a una moneda y debilitan a otras.

Durante la Segunda Guerra Mundial, de 1939 a 1945, la paridad monetaria mundial era un caos. Al terminar la guerra, Estados Unidos, como vencedor del conflicto, impuso condiciones en todo el mundo, junto con sus aliados, en lo que respecta a las paridades monetarias.

En 1944, en el estado de New Hampshire, Estados Unidos, en la población de Bretton Woods se reunieron 44 países, entre ellos México, para firmar los Acuerdos de Bretton Woods y determinar las paridades⁴⁵ de las monedas de los países firmantes a tasas relativamente fijas con respecto al dólar. También se determinó la convertibilidad del dólar en oro para que los bancos centrales de todos los países tuvieran una referencia. En aquel tiempo se supuso que las tasas cambiarias fijas reducirían el riesgo de transacciones internacionales, promoviendo de esta forma el crecimiento mundial de los negocios. En ese momento nació el *bimetalismo*, que significaba que una moneda era tan fuerte como reservas de oro tuviera el país, y en menor medida se consideraban las reservas de plata. Entonces, países como Estados Unidos se dedicaron al atesoramiento de enormes cantidades de oro, debido a que eso hacía fuerte a su moneda, es decir, le daba más valor, porque estaba respaldada por ese preciado metal. Los demás países podrían concentrar oro o dólares estadounidenses, ya que tener dólares era como poseer oro.

Se toma al oro como referencia porque su valor casi no cambia con el tiempo. Supóngase que el gobierno de un país imprime papel moneda sin tener algún tipo de reservas que lo respalden, lo cual es una práctica frecuente en muchos países. Ese gobierno estaría engañando a otros países y a su propio pueblo haciéndoles creer que el país y que la población son ricos, y que seguramente el exceso de dinero impreso lo va a distribuir entre los habitantes. El problema surge cuando esos habitantes y el propio gobierno demandan bienes de consumo; si esa nación no produce dichos bienes, tendrán que acudir a cualquier otro país que sí produzca lo que ellos demandan. Cuando quisieran comprar, tendrían que pagar con su moneda; supóngase que el país vendedor de los productos les dice que no quiere dinero de ese país sino que quiere el pago en otra mercancía, en petróleo o en oro. Como estamos suponiendo que el país comprador no tiene ni produce algo que respalde a su moneda, es evidente que la compraventa de productos no se realizaría. Pero si esa nación al menos tuviera oro, el país vendedor lo tomaría, ya que puede venderlo para recuperar el costo de los productos que entregó. Es decir, el oro tiene un valor intrínseco. También tienen valor intrínseco el petróleo o cualquier otro tipo de bienes de consumo, como el azúcar y la maquinaria, entre otros productos.

⁴⁵ Paridad o paridad cambiaria. Valor que tiene una moneda respecto a otra, por ejemplo, para el año 2000 un peso mexicano valía aproximadamente la décima parte del valor de un dólar.

Como se puede observar, no se trata de imprimir moneda sólo porque un gobierno la necesita, sino que esa emisión debe tener un respaldo, y como el oro mantiene su mismo valor por largos periodos es una referencia para fijar paridades monetarias. Así que este sistema funcionó bastante bien hasta 1973, época en que los árabes realizaron el embargo petrolero mundial y el sistema cambiario internacional nuevamente se volvió un caos. Después de este problema, los países industrializados desarrollaron el *Sistema Monetario Internacional*, que es un conjunto de políticas, instituciones, prácticas, reglamentos y mecanismos aceptados por todos los países para determinar la paridad de una moneda con respecto a otra, lo cual no es tan sencillo.

Una vez terminado el acuerdo de que las reservas de oro no eran el único respaldo para una moneda, los economistas analizaron otros factores que afectan el valor de una moneda y encontraron al menos cinco factores.⁴⁶ Estos factores no existían en 1944, cuando se fijaron los Acuerdos de Bretton Woods, la razón es muy sencilla. En aquel tiempo el comercio internacional era escaso, ya que sólo se realizaba entre países que geográficamente estaban cerca uno de otro. La productividad en general era baja en cualquier empresa del mundo; además, no había computadoras, por lo tanto, la comunicación entre los países era lenta, ni siquiera se había desarrollado la televisión, menos los satélites de comunicación. Lo que cada país producía lo consumía en su mayor parte, y sólo algunos exportaban, si eran países desarrollados exportaban algo de tecnología y productos, y si eran países en vías de desarrollo sólo podían exportar materias primas.

El problema empezó cuando Estados Unidos, al ganar la guerra, elevó su nivel de vida. Se dice que en los años cincuenta, este país alcanzó el pleno empleo.⁴⁷ Esto hizo que la mano de obra se volviera demasiado cara y escasa. Ante esta situación empezó a buscar otros países para elaborar sus productos, donde la mano de obra fuera sustancialmente más barata. La tecnología se había empezado a desarrollar, de manera que Estados Unidos envió su tecnología al exterior y elaboraba sus productos a menor costo. Otros países empezaron a hacer lo mismo. El verdadero comercio internacional había iniciado. Con el desarrollo de las comunicaciones y la computación el mundo pudo alcanzar el estado que hoy podemos ver. Pero ya no había un patrón oro para respaldar a las monedas.

Para explicar los factores que determinan la paridad de una moneda, tomemos como ejemplo a México. Todo país busca el crecimiento económico, el problema es que para desarrollarse se necesita de tecnología, la cual no se genera en el país.⁴⁸

⁴⁶ Samuelson-Nordhaus, *Economía*, 16a. ed., McGraw-Hill, México, 1999.

⁴⁷ *Ibid.* Pleno empleo. Se le llama a la situación donde un país es capaz de crear empleos para ocupar a toda su población económicamente activa, con empleos estables y bien remunerados.

⁴⁸ De hecho, los gobiernos priistas, durante 71 años nunca impulsaron el desarrollo de tecnología propia e, históricamente, desde la independencia de México, ningún gobierno apoyó el desarrollo de tecnología. La única excepción fue Lázaro Cárdenas, pero su esfuerzo tuvo escasos frutos debido a que no hubo continuidad en las intenciones de los gobiernos posteriores.

Esto origina la llamada *dependencia tecnológica*, que consiste en que si las empresas mexicanas requieren elaborar productos con alta calidad y productividad, necesitan comprar o rentar tecnología de otros países. La operación de esta tecnología extranjera requiere no sólo de la inversión inicial, sino de la continua compra de refacciones y materia prima, las cuales también son adquiridas en el extranjero. Toda la dependencia tecnológica lleva a una continua salida de dólares para mantener en operación a esa tecnología. Por otro lado, muchos productos que se generan en el país son de baja calidad, de manera que cuando las personas tienen un poco de dinero extra prefieren comprar productos extranjeros, y de hecho muchos productos de consumo cotidiano son extranjeros, lo cual incrementa la salida de dólares.

Por otro lado, México también tiene ingreso de dólares por la venta de productos que se elaboran en el país y se venden en el extranjero, básicamente petróleo y sus derivados, otras materias primas, artesanías y algunos productos de tecnología nacional que ya se empiezan a exportar. El balance de todos los gastos e ingresos en dólares que se generan exclusivamente por el comercio internacional, dan lugar al llamado *déficit de la balanza comercial*, obsérvese que sólo por tradición se le llama déficit, porque siempre el país ha pagado más dólares al extranjero que los que recibe, lo cual ha generado un déficit permanente. De esta forma, el primer factor importante que determina la fuerza de una moneda, el peso mexicano en este caso, es el *déficit de la balanza comercial*, pero expresado como un porcentaje del PIB. Hay que recordar que, de manera sencilla, el PIB se define como la cantidad de dinero que se genera internamente en el país, midiendo así la actividad económica.

México no puede disminuir sus gastos en dólares porque eso significaría frenar el desarrollo económico, al dejar de utilizar toda la tecnología extranjera que ya ha adquirido, por lo que el único camino viable es incrementar sus ingresos y, para lograrlo, puede vender más petróleo o vender la misma cantidad y elevar el precio del barril; sin embargo, esta situación sólo se podrá dar por breves lapsos, no sería una solución permanente y además no depende de México el fijar los precios del petróleo. Pero si aumenta sus exportaciones, incrementaría sus ingresos y podría seguir gastando lo mismo a fin de no elevar su déficit en la balanza comercial. Una tercera salida es aumentar sustancialmente la productividad nacional de sus empresas, es decir, producir más con los mismos recursos, lo cual provocaría una disminución en el precio de los productos nacionales, así como dejar de comprar al extranjero y al mismo tiempo hacer más atractivos en el extranjero a los productos nacionales.

Otra forma de evitar o corregir un déficit en la balanza comercial es el llamado *proteccionismo*, que es una política que ejecuta un gobierno a fin de evitar que se incrementen las importaciones; por ejemplo, el aumentar marcadamente los impuestos de importación sobre ciertos productos, los hace menos atractivos para el consumo, lo mismo ocurre al desgravar a los productos de exportación. El *proteccionismo* sólo se recomienda por periodos cortos, porque aplicarlo de manera permanente genera más perjuicios que beneficios.

Los economistas recomiendan que el déficit de la balanza comercial no rebase 3% del PIB. En la crisis mexicana de 1994, el déficit de la balanza comercial era de 7.4%,

lo cual llevó a una devaluación de la moneda de casi 100%. ¿Por qué una devaluación de la moneda lleva a una corrección del déficit de la balanza comercial? La razón es sencilla: cuando el dólar no varía en su paridad por un largo periodo (dos o tres años) y los sueldos en general siguen incrementándose, un efecto es que el sueldo alcanza para comprar más dólares con el paso del tiempo, lo que a su vez provoca que se incremente la compra de bienes importados y que disminuya la exportación de productos nacionales. Al efectuar la devaluación de la moneda se genera el efecto contrario, es decir, de inmediato la población compra menos bienes importados, viaja menos al extranjero, etc., y al mismo tiempo aumenta la demanda de los productos nacionales en el extranjero porque valen menos en términos de dólares. De esa forma, la balanza comercial empieza a disminuir su déficit, pero no existe una fórmula para determinar el grado de la devaluación, de manera que si el déficit es muy grande, se sabe que la devaluación también debe ser grande, sin que sea posible precisar una cifra; sólo con el paso del tiempo, de seis meses a un año, se puede determinar hasta qué punto fue conveniente cierto grado de devaluación para después ajustar.

Siguiendo con el caso de México, si no devalúa su moneda y no corrige el déficit de la balanza comercial, una salida viable es el endeudamiento externo para seguir comprando al extranjero, de lo contrario frenaría su desarrollo económico. Esta política es un gran error porque la deuda externa incrementa su gasto de dólares al pagar intereses y capital con el paso del tiempo, lo que a su vez provoca nuevas devaluaciones, pues los acreedores (los que prestan el dinero) creen que si el dólar está más caro los industriales mexicanos y el gobierno pedirán menos prestado y además pagarán las deudas más rápido porque la carga de intereses se ha incrementado.

Una devaluación siempre va a generar *inflación*, la razón es sencilla: todos los productos importados o nacionales que utilicen materias primas importadas, van a incrementar su precio, lo cual significa inflación. Por otro lado, al debilitarse la moneda, los inversionistas extranjeros que tienen capital invertido en Cetes o en acciones en la Bolsa de Valores,⁴⁹ preferirán llevarse su dinero fuera del país, a menos que se eleven las tasas de interés para los ahorradores, lo cual sería un atractivo para que los capitales permanezcan en el país. Como la mayoría de las empresas están endeudadas en pesos o en dólares, una devaluación o una elevación en las tasas de interés de los préstamos harán que se incrementen sus gastos por pagos de intereses y la única forma de compensar esos gastos extra es elevar los precios de sus productos o disminuir sus ganancias, cosa que rara vez hacen.

Esta situación lleva a otro factor importante para proporcionar estabilidad a una moneda, el *tipo de inversión extranjera que se debe aceptar*. Si se acepta que un país como México necesita dólares para continuar su desarrollo económico, entonces determinará el origen de esos dólares. Si en poco tiempo no puede incrementar de manera sustancial su productividad, si no desarrolla tecnología propia y si no desea

⁴⁹ Aquí vale aclarar que no sólo los Cetes y las acciones bursátiles, sino algunos otros instrumentos de inversión pueden ser vendidos por su poseedor en cualquier momento, como se explicará a lo largo del capítulo.

endeudarse con bancos extranjeros, la única salida es que los extranjeros inviertan en México. Existen dos tipos de inversión extranjera: la *inversión sin riesgo* o *capitales golondrinos*⁵⁰ y el *capital de riesgo soberano*. Al primero se le llama sin riesgo porque si al inversionista no le agrada algo del país sacará de inmediato su dinero, en tanto que el capital de riesgo soberano se caracteriza por invertir en hoteles turísticos o en empresas productivas; es claro que para estos últimos es difícil que se lleven de inmediato el capital que han invertido, sin embargo, al comprar empresas u hoteles de gran clase, afectan poco a poco la soberanía del país.

Los economistas señalan que si la inversión especulativa contiene más de 25% de inversión extranjera, es peligroso para el país. Durante el sexenio de Carlos Salinas, en 1992 y 1993, este tipo de inversión representó casi 70% del total, dejando en grave riesgo al país. Éste fue otro factor que agudizó el *error de diciembre*. Al decretarse la devaluación el 20 de diciembre de 1994, estos capitales golondrinos salieron de inmediato del país y no regresaron durante mucho tiempo, dejando a México casi sin dólares para afrontar sus necesidades más inmediatas, con cerca de 3 mil millones de dólares de reservas. Como punto de comparación, para principios del año 2001, las reservas de dólares del país eran cercanas a 34 mil millones de dólares.⁵¹ Esto significa que el gobierno debe vigilar y decretar medidas estrictas sobre la calidad y el tipo de inversión extranjera.

Existe otro factor importantísimo para estabilizar el valor de una moneda: las *reservas en dólares* que tenga el país. Una moneda se comporta en muchos aspectos como una mercancía cualquiera. Cuando existe en el mercado gran cantidad disponible de alguna fruta, debido a que la cosecha fue buena, su precio tiende a bajar, obedeciendo a la ley de la oferta y la demanda. Por el contrario, si hay escasez de esa fruta, el precio tenderá a elevarse. Lo mismo sucede con el dinero. Si existen disponibles muchos dólares en el país, el precio del dinero, que es la tasa de interés del mercado, será relativamente baja, pero si no hay dólares en el país, el costo del dinero se elevará, es decir, aumentará la tasa de interés del mercado. En 1994, el 1 de diciembre, Carlos Salinas había dejado la tasa de interés del mercado en 8% anual, para fines de diciembre el interés del mercado se elevó hasta casi 70% anual. Esto se debió a que no había dólares. Fue necesario elevar la tasa de interés para que los dólares regresaran. Esto a su vez ocasionó una pronunciada elevación de la inflación.

Un último factor menos cuantitativo, pero no menos importante es la confianza que tengan ahorradores, empresarios, pueblo y otros gobiernos, sobre el gobierno de un país. Si los representantes de un gobierno declaran que tomarán cierto rumbo y determinadas acciones económicas y hacen lo contrario, o no hacen lo que declararon, entonces ese no es un gobierno confiable; asimismo, si solicitan créditos extranjeros y

⁵⁰ Se les ha llamado así a los capitales extranjeros especulativos, que son invertidos en aquel país que ofrezca mayores tasas de interés y que pueden ser sacados en cualquier momento. Nombre dado por analogía con el comportamiento de las golondrinas, que hacen nidos en los que viven por cortas temporadas.

⁵¹ Banco de México, *Reporte IV trimestre de 2000*.

éstos son mal empleados debido a la corrupción, entonces el gobierno no es de fiar. Un hecho desagradable, intencional o fortuito también crea desconfianza en un gobierno. Por ejemplo, cuando el general Eisenhower, ex presidente de Estados Unidos, sufrió un ataque al corazón (hecho fortuito), se cayó la Bolsa de Nueva York; cuando asesinaron al presidente Kennedy en 1962 también se cayó la bolsa.⁵² En México, con los asesinatos de Colosio y de Ruiz Massieu también hubo pronunciadas caídas de la Bolsa de Valores, porque al prever conflictos mayores los inversionistas sacan su dinero.

Como se podrá observar, la determinación del valor real de una moneda es un asunto difícil. No existen fórmulas directas para hacerlo. Han surgido teorías muy simplistas para realizar tal determinación, pero no funcionan del todo. Una de ellas es la *teoría de la paridad del poder de compra*. Explicada en forma sencilla significa lo siguiente: supóngase que un televisor idéntico, en cuanto a marca, tamaño, etc., tiene un costo de \$10 000 pesos en México y de \$1 000 dólares en Estados Unidos, por lo tanto, la paridad deberá ser de 10 pesos por cada dólar. También suponga que un año después hubo más inflación en México que en Estados Unidos, de forma que el mismo televisor ahora tiene un costo de \$11 350 pesos en México y en Estados Unidos el costo es de \$1 048 dólares. De acuerdo con la teoría, la paridad ahora debería ser de $11\,350 \div 1\,048 = 10.83$ pesos por dólar. Sin embargo, en la práctica rara vez funciona así. Los cinco factores mencionados: déficit de la balanza comercial, inflación, calidad y tipo de la inversión extranjera, reservas en dólares y confianza en el gobierno, son los que realmente determinan la fortaleza (o debilidad) de una moneda, todos actúan al mismo tiempo y ninguno determina la paridad por sí mismo, sino que son un conjunto de factores que se influyen mutuamente.

En otro orden de ideas, Japón fue un país que quedó destruido por la guerra en 1945, pero no le tomó más de 35 años para convertirse en una de las siete grandes potencias económicas del mundo, a pesar de que no tiene petróleo, la tierra cultivable es escasa, no cuenta con minas y como recurso natural sólo tiene el mar. Si se analiza Japón a la luz de los cinco factores mencionados se podrá observar la causa de que el *yen* (moneda oficial de aquel país) sea considerado una moneda fuerte.

Para la década de los ochenta Japón llegó a acumular un superávit de su balanza comercial de más de 60 mil millones de dólares.⁵³ Esto indica que durante años ese país exportó mucho más de lo que importó. Pero, ¿qué exportó y qué importó Japón durante esos 35 años? Japón tiene una cultura milenaria donde la honradez, el honor y el servicio a la comunidad son considerados los más altos valores del pueblo. Es difícil ganarse la confianza de un empresario japonés, pero si esto se logra, se cuenta con una persona o empresa para hacer negocios en los que difícilmente tratará de engañar, mentir o hacer fraudes para tomar ventaja. Esto ha hecho que Japón sea sumamente confiable para cualquier gobierno y para los inversionistas.

⁵² La caída de la Bolsa de Valores en cualquier país quiere decir que se vendieron más títulos o acciones que las que se compraron, es decir, significa que los inversionistas retiraron su dinero vendiendo sus acciones.

⁵³ FMI, *Reporte anual del Fondo Monetario Internacional*, 1989.

Como se ha dicho, Japón prácticamente no tiene recursos naturales para exportar; ante esta situación, el gobierno, a partir de 1945, se dio a la tarea de impulsar el desarrollo de la tecnología. Para 1985, Japón poseía 50% de las patentes tecnológicas de todo el mundo,⁵⁴ lo cual significa que a falta de recursos naturales ese país exportó tecnología desarrollada internamente gracias al apoyo de sus gobiernos durante décadas, logrando en poco tiempo la independencia tecnológica. De esta forma, no ha necesitado comprar tecnología cara del exterior, excepto petróleo y algunos alimentos.

A partir de que su balanza comercial tuvo superávit no necesitó más endeudamiento interno ni externo, tampoco se generaron presiones inflacionarias gracias a la independencia tecnológica y al gobierno confiable que apoyó programas de desarrollo económico durante muchos años, sin importar quién gobernara al país. Ahora Japón se dedica a exportar no sólo tecnología sino también capital, ha instalado plantas de diferentes empresas en diversos países. Lo mismo se puede decir de Alemania, un país que quedó destruido y dividido después de la guerra y que en 25 años se convirtió en uno de los siete países más avanzados del mundo.

Tal vez el único país que ha crecido, que tiene una moneda fuerte y que no ha devaluado su moneda es Estados Unidos, a pesar de que han mantenido un déficit constante en su balanza comercial desde 1983,⁵⁵ pero su situación es totalmente distinta a la de los demás países debido a varias causas. La primera de ellas es que los estadounidenses exportan deuda, tecnología y capital en forma de empresas a muchos países. Esto hace que el mundo prefiera los dólares a otras monedas, de manera que el gobierno ha soportado un déficit de la balanza comercial hasta un máximo de 3.5% con respecto a su PIB, pero éste ha sido compensado por la gran cantidad de dinero que perciben por exportar deuda, tecnología y capital.

Se ha escrito mucha teoría y decenas de libros sobre los factores que afectan la estabilidad monetaria, sin embargo, pocos gobiernos han logrado seguir estas teorías y hacer que sus monedas sean verdaderamente fuertes. Con este breve análisis, donde desde luego aún faltan factores por considerar, se ha tratado de mostrar la complejidad que tiene el manejo monetario de la economía de un país y sólo se han mencionado los cinco factores que los teóricos consideran que son los que más influyen en la determinación del valor de una moneda.

Causas que originan las oportunidades de inversión y dónde tramitar inversiones

Para el año 2000, en México existían los siguientes instrumentos de inversión emitidos por el gobierno federal: Cetes, Ajustabonos, Bondes y Udi-bonos. Los emitidos por el sector privado eran: aceptación bancaria, papel comercial, pagaré liquidable al

⁵⁴ SEFI, *La enseñanza de la ingeniería mexicana (1792-1990)*, UNAM, México, 1991.

⁵⁵ *Economic Report of the President*, febrero de 1995, tablas B-23, B-29 y B-105.

vencimiento y acciones bursátiles, además de las sociedades de inversión de capitales. Una explicación completa de las características de cada alternativa de inversión se mostrará en el siguiente apartado.

En Estados Unidos, que es el país más desarrollado en cuanto a cantidad y variedad de instrumentos de inversión, existe una amplia variedad de instrumentos emitidos por el gobierno. Todos tienen diferentes tasas de interés, así como distintos vencimientos y cláusulas de compraventa. Los de vencimiento más corto son los llamados *billetes del Tesoro* o *T-bills*, ya que en inglés se denominan *Treasury bills*, es decir, están respaldados por el Departamento del Tesoro. Los *T-bills* tienen un vencimiento hasta de 91 días. El gobierno también emite *notas del Tesoro* o *T-notes*, con vencimientos hasta de 10 años, y emite los *bonos del Tesoro* o *T-bonds* con vencimiento hasta de 30 años. Así como el gobierno federal, los estados, ciudades y municipios emiten los llamados *bonos municipales* (*municipal bonds*). Se reconocen seis tipos distintos de bonos municipales, los cuales están garantizados exclusivamente por la fe, el crédito y el poder para cobrar impuestos del estado o la municipalidad que los emite. Regresamos aquí a la *confianza* que tiene el pueblo en sus autoridades y gobernantes. Estos seis tipos de bonos son: bonos de obligación general, bonos de impuestos especiales, bonos para proyectos específicos (*revenue bonds*), bonos para la vivienda (*housing authority bonds*), bonos para proyectos industriales (*industrial revenue bonds*) y bonos para reembolso (*refunding bonds*). La lista es mucho más larga por el lado de la emisión de instrumentos de deuda por parte de compañías privadas.

¿Por qué en Estados Unidos la lista de instrumentos de inversión es tan enorme y en México es tan corta? La respuesta se encuentra en las necesidades de financiamiento y el respaldo que se tiene para emitir dichos instrumentos de inversión.

Todos los gobiernos y las empresas necesitan financiarse, es decir, deben conseguir dinero de alguna fuente, generalmente para crecer o realizar nuevos proyectos. Parecería que lo más sencillo es acudir a una institución de crédito, como un banco comercial y solicitar, bajo ciertas condiciones, la cantidad de dinero que se necesite. A pesar de que ese es un procedimiento sencillo, es la peor opción, a menos que no exista otra. ¿Cuáles son las otras opciones? Simplemente que el pueblo, la gente común, le preste a las empresas o al gobierno bajo reglas bien definidas, incluso para el caso de las empresas, la regla puede implicar hacer socio de la misma a quien le preste dinero. El gobierno o las empresas que reciben dinero en préstamo de la gente común, estarán obligados a pagar intereses y regresar el capital al cabo de cierto periodo.

Se requieren dos cosas para que una persona común le preste dinero al gobierno o a una empresa: *a)* esa persona debe tener dinero disponible para prestar, *b)* que tenga la confianza en que el gobierno o la empresa no lo van a engañar con el dinero que ha prestado, en cuanto a los intereses y el regreso del capital.

En comparación con Estados Unidos, los países latinoamericanos necesitan dinero para crecer y llevar a cabo proyectos, ya sea por parte del gobierno o las empresas, pero el hecho es que la mayoría de los habitantes de Latinoamérica no tienen dinero extra para invertir, además de que la mayoría de estos gobiernos no son confiables.

Éstas son las dos principales causas por las cuales los mercados y mecanismos de inversión se han desarrollado tanto en Estados Unidos y muy poco en el resto de América Latina.

Supóngase que una persona tiene un poco de dinero extra que desea invertir. ¿A dónde puede acudir para invertir ese dinero? Se supone que este inversionista no va a visitar un banco comercial para invertir en un instrumento de bajo rendimiento, aun cuando éste tenga alguna flexibilidad para disponer de su dinero, como una tarjeta de crédito o una inversión empresarial (en México existe la llamada Cuenta Maestra con estas características). El único lugar disponible para realizar otro tipo de inversiones es una casa de bolsa.

Por otro lado, también supóngase que existe una empresa (o el propio gobierno) que busca emitir títulos de deuda para financiarse. Si se trata de una empresa, es necesario buscar una casa de bolsa para que le asesore en el tipo de deuda que deberá emitir. En el caso de que el gobierno sea quien emita la deuda, la entidad que le asesora en la emisión de esa deuda es la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), en el caso de México (el equivalente a la Secretaría del Tesoro de Estados Unidos) y el banco central del país. Por ejemplo, si el gobierno mexicano emite deuda con la emisión de Cetes, recibe la asesoría de la SHCP y del Banco Central del país.

Una vez que la empresa (o el gobierno) ha decidido el tipo de título de deuda que va a emitir para que la gente compre los títulos, no lo venden directamente a la gente, para eso está la Bolsa de Valores. Ésta, en cualquier país, es una institución propiedad de particulares que han obtenido permiso de diferentes autoridades para realizar operaciones de compraventa de títulos de deuda de cualquier tipo. En México, la mayoría de las casas de bolsa son propiedad de los bancos comerciales, por lo tanto hacen un negocio redondo, es decir, tienen por un lado a un banco, y por otro lado los mismos propietarios poseen una casa de bolsa; sin embargo, existen casas de bolsa cuyos dueños no tienen un banco comercial, o también hay propietarios de un banco que no necesariamente poseen una casa de bolsa.

La empresa (o gobierno) con los títulos de deuda ya emitidos acude a una casa de bolsa para venderlos por primera vez; por esta razón, a esta transacción se le llama *mercado primario*. La casa de bolsa, a su vez, llevará esos títulos al *piso de remates* de la Bolsa de Valores para ponerlos a la venta al público en general, de manera que si aquel inversionista con dinero extra quiere invertir, no deberá acudir directamente a la Bolsa de Valores para realizar la inversión, pues ahí no logrará su objetivo, sino que deberá acudir a la casa de bolsa de su preferencia y ahí hacer la compra. La casa de bolsa, a su vez, enviará la orden de compra (o de venta) de los títulos al representante que tiene en la Bolsa de Valores. Como ya es la segunda vez que se van a vender esos títulos (la primera vez fue en el mercado primario, directamente de la empresa a la casa de bolsa), entonces esta segunda venta se realiza en el llamado *mercado secundario*, que es el piso de remates de la Bolsa de Valores.

Aquí quedan dos ideas claras: primero, que las casas de bolsa son las únicas instancias autorizadas legalmente en México para realizar este tipo de operaciones de

compraventa de títulos de deuda. La segunda cosa es que esas transacciones únicamente se pueden realizar en el piso de remates de la Bolsa de Valores, pero esto sólo sucede en México. Veamos cómo funcionan estas transacciones en Estados Unidos.

Para cualquier persona que quiera invertir en Estados Unidos, además del procedimiento mencionado tiene disponibles otras dos formas de comprar (o vender) títulos de deuda. La primera de ellas es el llamado *mercado sobre el mostrador* (*over the counter market*) o mercado OTC (por sus siglas en inglés). En Estados Unidos está tan desarrollada la compraventa de títulos de deuda que incluso existen vendedores que van a los domicilios particulares de inversionistas. Llevan en sus portafolios cierta cantidad de diversos títulos, los cuales, se dice, colocan sobre la mesa y dan a escoger al inversionista cuál de ellos prefiere y en qué cantidad, de ahí el nombre de *mercado sobre el mostrador*. Como ya es una instancia de compraventa distinta al piso de remates de la Bolsa de Valores se le llama *mercado terciario*, el cual no existe en ningún país de América Latina. La ventaja que tiene este mercado para los estadounidenses, es que, generalmente, en la Bolsa de Valores se venden *lotes de acciones*; un lote consiste casi siempre en 100 acciones y éstas no se venden *al menudeo*, es decir, en la Bolsa de Valores no venden 12 o 23 títulos al gusto del cliente; esto elevaría los costos para el inversionista, pues el agente vendedor cobra una comisión por cada transacción. Sin embargo, el mercado sobre el mostrador sí otorga estas facilidades al inversionista.

La cuarta opción de compra que tienen en Estados Unidos es el *mercado Nasdaq*. El nombre correcto es *Nasdaq Stock Market* (Mercado de Acciones Nasdaq), y es una subsidiaria propiedad de la National Association of Securities Dealers, Inc. (Asociación Nacional de Negociantes de Títulos, de ahí sus siglas). A este mercado se le llama *mercado electrónico* porque utiliza tecnología de punta en computación y telecomunicaciones, manteniendo una red de operadores conocidos como *creadores de mercado* (*market-makers* en inglés), que compiten libremente entre sí por medio de terminales de computadora, es decir, la compraventa se realiza por computadora, no existe un piso de remates en este mercado, ni mucho menos visitas domiciliarias de vendedores de títulos; la venta se efectúa por lotes,⁵⁶ a diferencia del mercado OTC, donde no es necesario comprar el lote completo. Cuando se venden cantidades menores a un lote se les llama *lotes sueltos* (*odd lot* en inglés). De esta forma, el Nasdaq es una red internacional de compraventa de títulos totalmente visible y transparente.

Dicen los apologistas estadounidenses de la Bolsa de Valores que la riqueza de las empresas y de una nación se crea a través del mercado de valores. Es probable que tengan razón, al menos en México, cuando una empresa necesita dinero para proyectos de expansión y en ese momento no cotiza en la bolsa, su única alternativa es acudir

⁵⁶ Lote. Cantidad mínima de acciones o títulos que puede venderse de acuerdo con lo estipulado para cada título. Por ejemplo, si cada título tiene un costo de \$1 a \$10 pesos mexicanos, la cantidad mínima que se puede vender es de 100 000 títulos, pero si el título tiene un costo mínimo de \$100 000 pesos mexicanos, entonces la cantidad mínima de acciones que se puede vender en una sola transacción es de 500 títulos.

a un banco comercial, ya sea directamente o a través de organismos de apoyo a las empresas, las cuales al final enviarán a la empresa a un banco comercial para obtener un préstamo a tasas de interés generalmente prohibitivas.

Debido a las tasas de interés que cobran los bancos comerciales a las empresas, efectivamente, parece que esa no es la mejor vía para crear riqueza en las empresas y menos en la nación. De hecho, los bancos comerciales mexicanos estaban tan mal administrados en 1999, que su mayor utilidad la obtenían captando dinero de pequeños ahorradores, a quienes pagaban tasas de 6 o 7% anual, luego depositaban ese dinero en Cetes, que para esas fechas pagaban un rendimiento que fluctuaba entre 16 y 18% anual, con lo cual, los bancos ganaban la diferencia entre las tasas. Su negocio ya no era financiar empresas sino sólo administrar el depósito de pequeños ahorradores y ganar por el uso de tarjetas de crédito, donde la situación era peor, porque las tasas de interés que cobraban para las tarjetas de crédito era entre 2.4 y 2.6% mensual, lo cual equivale a una tasa de interés efectiva anual entre 32.92 y 36.07%. Con un sistema bancario de este tipo es imposible crear riqueza, excepto para los propios bancos.

El gobierno y las empresas de cualquier país necesitan un financiamiento permanente. Los bancos comerciales (del propio país o del extranjero) son la primera opción como fuente de financiamiento; sin embargo, normalmente son una mala opción debido a lo elevado de las tasas de interés que ofrecen, al menos en México. Por lo tanto, parece que la mejor opción de financiamiento disponible es la emisión de deuda en forma de títulos de deuda, ya sea a corto, mediano o largo plazo. Es conveniente aclarar que no se están mencionando fuentes de fondos que toda empresa tiene disponibles, como la retención de utilidades o la depreciación. Por el lado del gobierno, las fuentes de financiamiento son la emisión de más papel moneda, generalmente sin respaldo, créditos con la banca comercial (del propio país o extranjera) y políticas fiscales o impositivas, como aumentar los impuestos y la emisión de deuda en forma de títulos de deuda como los Cetes.

Cabe aclarar que no es objetivo de este capítulo analizar otras formas de financiamiento distintas a la emisión de títulos de deuda, tanto para el gobierno como para las empresas.

Por otro lado, se tiene a las empresas, instituciones y al público en general como posibles inversionistas, siempre que cualquiera de ellos cuente con un poco de dinero extra y que, por supuesto, no quiera invertir en las opciones que normalmente presenta un banco comercial.

Alternativas de inversión

La lista de alternativas que se muestra a continuación estaba vigente en 1999. Se hace esta aclaración porque estos instrumentos varían con el tiempo y es muy probable que, con el paso de 2 o 3 años (para el año 2002 o 2003), la lista ya se haya modificado y parezca que lo explicado no tiene validez.

Aquí hay que decir que para 1990 las alternativas de inversión disponibles en México, además de los Cetes, eran los Bonos del Tesoro Federal (Tesobonos), notas promisorias del Tesoro Federal (Pagafes), bonos ajustados a la inflación del Gobierno Federal (Ajustabonos), bonos de desarrollo del Gobierno Federal (Bondes), bonos colaterales (Boprenda), bonos bancarios de rendimiento capitalizable para el desarrollo industrial (Bondis), notas promisorias de Petróleos Mexicanos (Petropagarés), notas promisorias con rendimiento pagadero al vencimiento y papel comercial indizado. La mayoría de estos instrumentos desaparecieron a los pocos años de haberse creado y emitido. La razón es simple: los inversionistas no confiaron en el gobierno mexicano. Obsérvese cómo fue un intento para emitir deuda de manera similar a como lo hacen el gobierno, los estados y los municipios estadounidenses.

Pero existe un factor adicional. Cuando una nación se industrializa su sistema bancario y las alternativas para el manejo de dinero y de inversión deben sofisticarse. Cada una de las nuevas y variadas industrias que van naciendo tendrán diferentes necesidades de manejo de dinero, ya sea para invertir o para financiarse, y todo tipo de alternativas deben estar disponibles en el mercado, es decir, en el sistema bancario del país. Esto es muy claro en Estados Unidos, ya que es el país más industrializado y probablemente tiene el comercio exterior más grande de todos los países. Por tanto debe tener y tiene el sistema bancario más sofisticado del mundo, en banca de desarrollo, en oportunidades de inversión y en sistema bursátil.⁵⁷ No es una casualidad la sofisticación que tiene Estados Unidos en este aspecto, más bien es una necesidad.

TABLA 7.1 Principales instrumentos del mercado de títulos de deuda de emisión gubernamental

Instrumento	Cetes	Ajustabonos	Bondes	Udibonos
Concepto	Títulos de crédito al portador en los que se consigna la obligación del Gobierno Federal a pagar su valor nominal al vencimiento.	Título de crédito a mediano plazo, donde se consigna la obligación del Gobierno Federal a liquidar el capital prestado que se ajusta de acuerdo al INPC.	Título de crédito negociable en el cual se consigna la obligación del Gobierno Federal a realizar ciertos pagos con la presentación periódica de cupones.	Son bonos de desarrollo del Gobierno Federal denominados en Unidades de Inversión a mediano y largo plazo.
Objetivo	Regulación monetaria y de tasas de interés.	Brindar la opción de ahorro a largo plazo, sin merma en los rendimientos reales.	Financiar proyectos de inversión del Gobierno Federal.	Proteger a la inversión de la pérdida de poder adquisitivo debido a la inflación.
Destino de los recursos	Financiamiento del Gobierno Federal a corto plazo.	Financiar al Gobierno Federal a largo plazo.	Financiar al gobierno a mediano y largo plazo.	Financiar al gobierno a mediano y largo plazo.

(Continúa)

⁵⁷ Bursátil. Lo relacionado con la Bolsa de Valores.

TABLA 7.1 Principales instrumentos del mercado de títulos de deuda de emisión gubernamental (*continuación*)

Instrumento	Cetes	Ajustabonos	Bondev	Udibonos
Agentes colocadores	Banco de México	Banco de México	Banco de México	Banco de México
Garantías	Respaldo absoluto del Gobierno Federal.	Respaldo absoluto del Gobierno Federal.	Respaldo absoluto del Gobierno Federal.	Respaldo absoluto del Gobierno Federal.
Denominación	Valor nominal: 10 pesos mexicanos.	Valor nominal: 10 pesos mexicanos.	Valor nominal: 10 pesos mexicanos o sus múltiplos.	Valor nominal: 100 UDI.
Vencimiento	7 a 728 días.	3 a 5 años.	364, 532, 728 y 1 092 días.	2 a 5 años.
Emisor	Gobierno Federal	Gobierno Federal	Gobierno Federal	Gobierno Federal
Rendimiento	Se venden a descuento. Rendimiento variable, dependiendo de la emisión.	Estará referido al valor y adquisición de los títulos y la tasa real que devenguen.	Paga intereses cada 28 o 91 días sobre el valor nominal. Depende de la emisión.	Tasa de interés fija y se paga cada 182 días. A su amortización, el valor nominal de los títulos en UDI se convierte a moneda nacional y se paga en una sola exhibición.

Como se puede observar en la tabla 7.1, todos los instrumentos están emitidos por el Gobierno Federal. Se dice que todos los recursos captados con estos títulos serán utilizados para proyectos gubernamentales, excepto los Cetes, los cuales se utilizan para el *control del circulante*. Esto significa que el gobierno emite los Cetes y si eleva la tasa de rendimiento, hipotéticamente se supone que el público preferirá comprar Cetes que gastar su dinero en consumo directo, en tanto que si el gobierno disminuye la tasa de interés, el público ahorrador tenderá a gastar su dinero en consumo, ya que el prestar su dinero al gobierno resultará poco atractivo. Sin embargo, si se compara el dinero que está invertido en Cetes, con toda la moneda en circulación a escala nacional, parece poco probable que la emisión de estos certificados tenga influencia en la cantidad de moneda circulante.

Pero hay otro aspecto importante de los Cetes. Se dice que también tienen como objetivo regular las tasas de interés del mercado. Esto significa que la tasa de interés de estos títulos es similar a la tasa primaria (*prime rate*) de Estados Unidos, la cual se toman como referencia para ajustar la tasa de interés que rige al mercado nacional. Si el gobierno baja la tasa de interés de los Cetes, automáticamente las tasas de interés que pagan los bancos a los ahorradores y las que cobran a sus deudores también bajarán, pero ocurrirá lo opuesto si el gobierno incrementa la tasa de interés

de esos certificados. Por esta razón se dice que ayudan a regular la tasa de interés del mercado.

También hay que observar que la garantía de pago es responsabilidad exclusiva del Gobierno Federal y que el plazo máximo de inversión lo ofrecen los Bonos con 1 092 días (tres años), y aunque los Ajustabonos y Udibonos mencionan un plazo de cinco años, en realidad casi no se ofrecen esos plazos. Esto se debe a la confianza que tengan los ahorradores en el gobierno. Hay que recordar que en Estados Unidos, los bonos del Tesoro tienen un plazo de 30 años, lo cual significa que los ahorradores confían en que el gobierno no cambiará radicalmente sus políticas en los siguientes 30 años. En México, el plazo máximo de cinco años significa que los ahorradores piensan que, cuando mucho, el gobierno mantendrá sus políticas estables en los siguientes cinco años. La emisión de títulos de deuda a plazos mayores ha fracasado en México por la falta de confianza en el gobierno.

TABLA 7.2 Principales instrumentos del mercado de títulos de deuda de emisión privada

Instrumento	Aceptación bancaria	Papel comercial	Pagarés	Acciones bursátiles
Concepto	Son letras de cambio giradas a corto plazo para empresas pequeñas y aceptadas por una institución de crédito a su propia orden, con base en líneas de crédito que dichas instituciones han otorgado previamente a la empresa emisora.	Pagaré negociable sin garantía específica o avalado por una institución de crédito, en la cual se estipula una deuda a corto plazo, pagadera a cierto vencimiento.	Título expedido por instituciones de crédito en donde se consigna la obligación de ésta de regresar al tenedor el capital más los intereses en cierta fecha establecida.	Título que ampara la propiedad de una parte alicuota de la empresa emisora. Existen acciones comunes y acciones preferentes.
Objetivo	Fuente de financiamiento a corto plazo para las empresas.	Fuentes de financiamiento a corto plazo para las empresas.	Ayuda a cubrir la baja captación bancaria.	Fuente de financiamiento permanente para las empresas.
Destino de los recursos	Dotar de recursos frescos a la pequeña y mediana empresa.	Financiar capital de trabajo de la empresa emisora.	Financiar operaciones de crédito de los bancos.	Dotar de recursos frescos a las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores.
Agentes colocadores	Casas de bolsa e instituciones de crédito.	Casas de bolsa.	Instituciones de crédito.	Casas de bolsa.
Garantía	Están respaldadas por la solvencia del banco aceptante.	La respalda el prestigio de la empresa.	Directa e incondicional de la institución de crédito.	Respaldado por el prestigio de la empresa.

(Continúa)

TABLA 7.2 Principales instrumentos del mercado de títulos de deuda de emisión privada (*continuación*)

Instrumento	Aceptación bancaria	Papel comercial	Pagarés	Acciones bursátiles
Denominación	Valor nominal de múltiplos de: 100 pesos mexicanos.	Valor nominal: 100 pesos mexicanos.	Variable.	Precio mínimo: 10 pesos mexicanos, precio máximo sin límite, por cada acción.
Plazo de vencimiento	De 7 a 182 días, en múltiplos de 7 días.	De 7 a 360 días.	No mayor a 360 días.	Sin fecha de vencimiento.
Emisor	Empresas aceptadas por instituciones de crédito.	Sociedades mercantiles.	Instituciones de crédito.	Empresas privadas.
Rendimiento	Se vende a descuento. Su rendimiento se calcula como la diferencia entre el precio de compra y el valor nominal al vencimiento.	Se venden a descuento. Su rendimiento se calcula como la diferencia entre el precio de compra y su valor nominal al vencimiento.	El rendimiento se calcula por la diferencia de los precios de compraventa.	No tienen rendimiento estipulado. Al final de un año, se puede ganar o se puede perder en la inversión hecha.

Como se podrá observar en la tabla 7.2, el objetivo de una empresa al emitir títulos de deuda siempre es financiarse a corto o largo plazo, con vencimiento o sin vencimiento.⁵⁸ Por ejemplo, si se compra un bono con un valor de \$1 000 a un vencimiento de tres años, la empresa emisora se compromete a regresar los \$1 000 al final de tres años, independientemente de los intereses que haya pagado durante ese periodo, en tanto que otros instrumentos, como las acciones bursátiles, no tienen fecha de vencimiento, lo cual implica que si se compra una acción de una empresa podrá conservarla el tiempo que quiera y la empresa emisora no estará obligada en ningún momento a regresar el dinero que se invirtió en la acción, ya que al comprarla se hizo socio de esa empresa.

También se podrá observar que la mayoría de los instrumentos tiene una denominación, por ejemplo, cada aceptación bancaria tiene un precio de \$100, pero si se compran aceptaciones bancarias no puede ir con \$100 y comprar una sola aceptación bancaria, sino que todos los instrumentos se venden por lotes de 1 000 o múltiplos de 1 000 títulos, lo cual hace que pocas personas puedan comprar al menos un lote completo de cualquier título de deuda.

⁵⁸ Vencimiento. Es el periodo en que la empresa a la cual se le prestó dinero, se compromete a regresar el dinero íntegro otorgado en préstamo.

Para salvar este obstáculo se crearon las Sociedades de Inversión de Capitales (Sincas), las cuales trabajan de la siguiente manera. Si un pequeño inversionista cuenta con, por ejemplo, sólo \$40 000 y desde luego no tiene acceso a la compra de un lote completo de títulos, puede acudir a una Sinca y hacerse socio con la aportación de ese pequeño capital. La Sinca reúne a una cantidad suficiente de socios y aportaciones como para comprar lotes de títulos y distribuir las ganancias entre los socios.

El aspecto más importante de los títulos de deuda de empresas es que la garantía que ofrecen es exclusivamente el respaldo de la propia empresa emisora, y el problema es precisamente éste, el prestigio y el respaldo que pueda ofrecer una empresa por sí misma. En época de crisis económica hasta las empresas más fuertes tienen problemas, lo cual las lleva a la insolvencia para cumplir ciertos compromisos adquiridos al emitir deuda.

Pero independientemente de las situaciones de crisis, cualquier empresa puede tener problemas económicos. Esto ha hecho que en Estados Unidos, ya desde hace bastantes años, la Comisión de Títulos y Valores⁵⁹ exija que para emitir ciertos títulos de deuda por parte de las empresas se califique el riesgo financiero de la emisión. En México, fue hasta abril de 1989 que la Comisión Nacional de Valores⁶⁰ (CNV) implementó esta medida para regular las emisiones de papel comercial, estableciendo que para realizar dicha emisión se requiere del dictamen de una institución calificadora autorizada por la CNV (Circular 10-118 CNV). También requieren de calificación: la emisión de pagaré a mediano plazo, las obligaciones indizadas al índice nacional de precios, los pagarés financieros, las obligaciones a largo plazo (quirografarias, hipotecarias, etc.) y los bonos de prenda.

La ventaja que tiene la calificación de valores para el inversionista es que le otorga cierta seguridad, debido a que son herramientas de apoyo para tomar decisiones de inversión, dan al inversionista diferentes alternativas, además, cada una, con distinto riesgo y la calificación obtenida, representa un criterio independiente que no está ligado a la realización del negocio para el cual se hizo la emisión.

En la actualidad, al igual que en Estados Unidos, en México existen tres empresas calificadoras de riesgos financieros, que de hecho son subsidiarias de las que existen en Estados Unidos. Tales empresas son: Calificadora de Valores (Caval), asociada a Standard & Poor's, Duff & Phelps de México, asociada con la empresa del mismo nombre, y Clasificadora de Riesgos (Clase), asociada a Fitch Investors Services.

El proceso de calificación de la calidad crediticia de las empresas contempla la revisión minuciosa de los fundamentos del negocio, como perspectivas de crecimiento del sector, vulnerabilidad ante cambios tecnológicos, sociales y legales, información de operaciones financieras, etc., lo cual incluye una amplia revisión de los estados financieros auditados de la empresa de los últimos cinco años y la revisión de la planeación financiera de la empresa. Al quedar establecida una calificación definitiva, ésta se hace

⁵⁹ Securities Exchange Commission (SEC).

⁶⁰ Comisión Nacional de Valores, Circular 10-118 del 20 de abril de 1989.

pública y tiene una vigencia igual a la de la emisión de la deuda. Las calificaciones están declaradas en una escala, cuya más alta calificación indica un fuerte grado de seguridad respecto al pago oportuno de intereses y principal (capital prestado), luego la calificación disminuye para indicar que la seguridad de pago oportuno va disminuyendo hasta que la calificación más baja indica una dudosa capacidad de pago e incluso que la emisión de la deuda ha incurrido en un incumplimiento de pago.

Las Sincas, a partir de 1998, tuvieron la obligación de calificar sus riesgos por mandato de la CNV. Para estas sociedades existen dos tipos de riesgo: el *crediticio*, calificado por la fluctuación en la valuación de sus activos netos y otros fondos, lo cual constituye un fondo de reserva para proteger a los ahorradores en caso de incumplimiento en el pago. El otro riesgo que tienen las Sincas es el de *mercado*, cuya calificación está basada en un análisis integral y continuo de las carteras de inversión que tienen la sociedad y las políticas de inversión, el desempeño histórico y la forma en que ha sido administrada. Los riesgos que tiene cualquier Sinca son: riesgo de tasas de interés, riesgo crediticio, riesgo cambiario, riesgo de liquidez y riesgo de invertir en instrumentos derivados.⁶¹ El proceso de calificación tiene la misma minuciosidad que la empleada en calificar la emisión de títulos de deuda.

El *riesgo de tasas de interés* para una Sinca significa invertir en determinado instrumento con un rendimiento especificado y que el interés del mercado se eleve al poco tiempo, con lo cual se perdería la oportunidad de ganar una mayor tasa de interés. El *riesgo crediticio* es cuando los fondos en los que se ha invertido no son los más adecuados, con lo cual, el rendimiento ganado no será tan alto como se esperaba y los socios resultarán perjudicados. El *riesgo cambiario* se refiere a que la Sinca probablemente haya solicitado un préstamo en dólares (o alguna otra moneda extranjera) y que se genere una devaluación, elevando de inmediato los pasivos de la sociedad en moneda local. El *riesgo de liquidez* es cuando la Sinca ha invertido a plazo largo tal que, en un momento determinado no pueda disponer del efectivo suficiente para pagar a sus socios los intereses correspondientes a un periodo, lo cual no significa pérdida, sino sólo una mala programación del vencimiento de las inversiones que afectara, sin duda, a muchos socios. El *riesgo de invertir en instrumentos derivados*, aunque la explicación está fuera del alcance de este texto, es cuando los instrumentos derivados son útiles para realizar coberturas de riesgos financieros y que algunos de ellos, como los futuros y las opciones, tienen un costo, y que si una Sinca decidiera cubrir sus riesgos financieros con algún instrumento derivado, también podría incurrir en una pérdida monetaria importante.

Existen calificaciones de riesgo para emisiones de deuda de corto y largo plazos. Es importante señalar que una calificación de riesgo no es una recomendación de compra de cierto título de deuda. El inversionista es el único que va a decidir el tipo

⁶¹ Los instrumentos derivados son: futuros, contratos adelantados, *swaps* y opciones. Estos conceptos pertenecen a la materia denominada Ingeniería Financiera, por lo que no se abunda en ellos en este texto.

de deuda que va a comprar, lo importante es señalar que *querer ser inversionista o convertirse en inversionista no es un juego*. Como se ha dicho muchas veces, el ser un buen inversionista es sólo *para iniciados*, es decir, si a usted le sobra un poco de dinero y lo quiere invertir en una casa de bolsa, en cualquiera de los instrumentos mencionados o en otros que estén vigentes en el momento en que decida invertir, debe conocer todas las reglas del juego, de lo contrario su inversión correrá más riesgo. Para esto se puede consultar cualquier revista especializada donde aparecen periódicamente las calificaciones de los fondos de deuda, de manera que si se va a invertir, lo primero que se debe hacer es conocer el riesgo que tiene cada emisión; el rendimiento que ofrece, el cual está relacionado con la calificación obtenida (sin olvidar que mientras más grande sea el riesgo, mayor debe ser el rendimiento que se ofrezca); la inversión mínima que se deberá realizar y el vencimiento de la emisión, también llamado *liquidez*, el cual está anotado en número de días; por último, es preciso conocer las escalas de las calificaciones.

A continuación se presenta una correspondencia de calificaciones entre las tres empresas calificadoras y la llamada *escala homogénea*, convenida por las tres empresas:

La tabla 7.3 califica la calidad y la diversificación de los activos del portafolio, así como las fuerzas y debilidades de la administración y la capacidad operativa. También se presenta la escala homogénea y las claves de calificación de cada una de las empresas calificadoras autorizadas.

TABLA 7.3

	Escala homogénea	Clase-Fitch	D&F	S&P-Caval
Sobresaliente	AAA	AAA	AAA	mxAAAf
Alta	AA	AA	AA	mxAAf
Buena	A	A	A	mxAf
Aceptable	BBB	BBB	BBB	mxBBBf
Baja	BB	BB	BB	mxBBf
Mínima	B	B	B	mxBf

A continuación se presentan las categorías de calificación de deuda de corto plazo (menor de un año) de la escala Caval:

- *mxA-l*. Esta designación indica un fuerte grado de seguridad con respecto al pago oportuno de los intereses y el capital. Es la más alta categoría de la escala Caval. Si se llegara a encontrar que la deuda emitida tiene extraordinarias características sobre la seguridad del pago oportuno de deuda y capital, se indicará agregando a la calificación un signo más (+) en el extremo derecho.

- *mxA-2*. Se refiere a que la capacidad de pago oportuno de intereses y capital es satisfactoria. Sin embargo, el grado relativo de seguridad no es tan elevado como el de la categoría señalada con 1.
- *mxA-3*. Las emisiones comprendidas en esta categoría tienen una adecuada capacidad de pago oportuno de interés y de capital. Sin embargo, presentan cierta vulnerabilidad a los efectos adversos en la economía, que aquellas que presentan las emisiones con calificación superior.
- *mxB*. Esta calificación indica mayor incertidumbre o exposición de riesgo a circunstancias financieras adversas de la empresa o de la economía, lo cual puede provocar un pago inoportuno de intereses y de capital.
- *mxC*. Esta calificación señala una dudosa capacidad de pago oportuno de la emisión en intereses y capital.
- *mxD*. Esta calificación indica que, con anterioridad, la empresa emisora ya tuvo un incumplimiento en el pago de intereses y de capital.

La tabla 7.4 califica la sensibilidad ante las condiciones cambiantes en los factores del mercado; asimismo, muestra la escala homogénea y las claves de calificación de cada una de las casas calificadoras.

TABLA 7.4 Riesgo de mercado. Nivel de sensibilidad ante alteraciones del mercado

	Escala homogénea	Clase-Fitch	D&F	S&P-Caval
Bajo	1	V1 V2	1	mxaaa mxaa+ mxaa
Moderado	2	V3 V4	2	mx+ mx
Alto	3	V5 V6 V7	3	mxbbb+ mxbbb
Muy alto	4	V8 V9 V10	4	mxbb+ mxbb mxb+ mxb mxccc

Ahora se presentan las categorías de calificación de deuda de largo plazo (mayor de un año) de la escala Caval:

- *mxAAA*. Ésta es la calificación más alta que otorga Caval para señalar que la capacidad de pago es bastante fuerte por parte de la empresa emisora.

- ① *mxAA*. Esta calificación indica que la capacidad de pago de la emisora es fuerte y se considera sólo un poco menor a la fortaleza presentada por la categoría superior.
- ② *mxA*. Esta calificación también indica cierta fortaleza de capacidad de pago, aunque con mayor susceptibilidad a cambios adversos en las condiciones de la economía.
- ③ *mxBBB*. Esta calificación muestra una adecuada capacidad de pago, pero que un cambio circunstancial en las condiciones económicas va a debilitar dicha capacidad de pago de la emisora.
- ④ *mxBB*. Esta calificación señala mayor vulnerabilidad de la empresa, lo cual puede originar un incumplimiento de pagos en el corto plazo. También considera que la emisora tiene más exposición al riesgo de cambios adversos en la economía.
- ⑤ *mxB*. Esta calificación indica mayor vulnerabilidad de la emisora a cambios adversos en la economía, lo que la llevaría eventualmente a una disminución en la capacidad de pago oportuno.
- ⑥ *mxCCC*. Esta calificación identifica una posibilidad en el incumplimiento del pago oportuno, ya que depende de que se generen condiciones favorables para el negocio y en la economía para cumplir con sus compromisos de pago, en tanto que condiciones adversas harían casi seguro el incumplimiento.
- ⑦ *mxCC*. Esta calificación señala seguridad de incumplimiento, independientemente de las condiciones de la empresa y de la economía.
- ⑧ *mxD*. Esta calificación indica a las emisoras que ya han incurrido en incumplimiento en ocasiones anteriores o que se han declarado en bancarrota. También se aplica a las emisoras que, aunque sí han pagado, no lo han hecho de manera oportuna.

Las categorías de la *mxAA* a la *mxB* podrán ser modificadas agregándoles un signo más (+) para destacar una fortaleza adicional.

Todo inversionista siempre tiene cuatro tipos de riesgo: el *riesgo de tasas de interés*, que es cuando el valor del título cambia inmediatamente después de la compra debido a un cambio en las tasas de interés del mercado, y es el riesgo más importante para los inversionistas en títulos de ingreso fijo. Este riesgo puede minimizarse si se compran instrumentos con vencimiento corto, de esa forma habrá menos probabilidad de que cambie el interés del mercado en el corto plazo, en tanto que si se invierte a largo plazo, el interés del mercado seguro cambiará y el inversionista habrá comprometido su dinero. Esto va aparejado con el llamado *riesgo de reinversión*, que significa que si se tiene comprometido el dinero a largo plazo, por ejemplo, con un interés de 10% anual, y al poco tiempo de haber comprometido la inversión a largo plazo el interés del mercado se eleva a 12%, se estará perdiendo la oportunidad de obtener un mejor rendimiento, ya que el dinero no se podrá reinvertir porque está comprometido a largo plazo. El *riesgo de falla en los pagos* es cuando el emisor del título no cumple con las obligaciones financieras que ha contraído por la emisión del título, por ejemplo, podría no pagar intereses o no pagar capital o ambos, y este riesgo está relacionado

con el título que se compre. Los títulos de deuda que ofrecen mayores rendimientos son los que más tienen riesgo de falla en los pagos; a este tipo de instrumentos se les llama *bonos chatarra* (*junk bonds*). El *riesgo de pérdida de poder de compra* se refiere a que mientras el dinero esté invertido se podrían escapar algunas oportunidades de comprar instrumentos con mejores rendimientos, además, el dinero invertido podrá perder su poder de compra si la tasa a la cual se invierte es menor a la inflación de la economía.

Estos cuatro riesgos llevan a dos conclusiones interesantes: la primera es que existen inversiones de poco riesgo pero también de bajo rendimiento y también hay inversiones de muy alto riesgo, pero de alto rendimiento, ya que existen inversionistas con diferentes posiciones hacia el riesgo. Habrá algunos a los que no les guste arriesgar su dinero, como los pensionados o los administradores de fondos de pensiones, en tanto que habrá otros que arriesgan su dinero sin pensarlo mucho. La segunda conclusión es que, independientemente de la posición que tenga un inversionista hacia los riesgos mencionados, siempre deberá analizar, antes de comprar un instrumento de inversión, los *parámetros de riesgo, rendimiento y vencimiento*. Observará que no existe el instrumento ideal en el sentido que ofrezca el mayor rendimiento, el menor riesgo y un vencimiento corto. El inversionista deberá analizar sus necesidades de disposición de efectivo, lo cual lo llevará a seleccionar un vencimiento óptimo, mientras que su posición hacia el riesgo lo llevará a seleccionar el riesgo y el rendimiento más adecuados. Debe quedar claro que, debido a que todos los inversionistas tienen diferentes necesidades de liquidez⁶² y diferentes posiciones hacia el riesgo, la selección de uno o de un grupo de instrumentos de inversión sólo será óptima para ese inversionista.

Una recomendación que sí se puede generalizar es que nunca se debe invertir todo el dinero extra en un solo tipo de inversión (un dicho popular dice que no se deben poner todos los huevos en la misma canasta). La segunda recomendación es que de 100% del dinero que se tenga disponible para invertir, al menos 50% se invierta en instrumentos de bajo riesgo, 45% en diferentes instrumentos con riesgo un poco más elevado y sólo 5% en instrumentos de alto riesgo, puesto que la probabilidad de perder esa inversión es muy elevada.

Valuación de las alternativas de inversión

Antes de iniciar este apartado es conveniente aclarar que los principios de la ingeniería económica que han sido revisados a lo largo de los seis capítulos anteriores se aplican exactamente de la misma forma para valorar instrumentos de inversión. Sin embargo, existen algunos puntos adicionales que es necesario explicar sobre tales instrumentos de inversión. También hay que aclarar que los instrumentos de inversión que están disponibles en México y en toda América Latina son una copia de los instrumentos

⁶² Liquidez. Posibilidad que tiene una persona o empresa de poder contar con dinero en efectivo de inmediato.

que generalmente existen desde hace varios años en Estados Unidos; por lo tanto, se hará referencia a ellos de forma genérica; esto significa que cuando se haga referencia a los Cetes de México, se podrán aplicar los mismos principios de valuación a todos los instrumentos que funcionan de forma similar.

Instrumentos que se venden con descuento (cupón cero)

Desde que se inventaron los instrumentos de inversión de plazo fijo, se llamó *cupón* a un pedazo de papel adherido al título de inversión, y que al desprenderse en determinadas fechas previamente establecidas, daba el derecho a su tenedor (poseedor) de cobrar una cantidad monetaria por concepto de interés. Con el paso del tiempo se eliminó el cupón, en el sentido de que dejó de ser un pedazo de papel desprendible y en su lugar sólo se anotó sobre el título el interés que pagaba ese instrumento y, por tradición, a la tasa de rendimiento anotada se le siguió llamando *tasa cupón*. Posteriormente se crearon instrumentos de inversión que ya no tienen anotada la tasa de interés que pagan, por lo que a estos instrumentos se les llamó *instrumentos cupón cero*, o simplemente *ceros*. Tal es el caso de los Cetes en México y de los billetes del Tesoro en Estados Unidos, y hay que decir que estos últimos son mucho más antiguos que los Cetes.

Un instrumento o bono cupón cero es un instrumento de deuda que se vende con descuento con respecto al precio que tiene anotado. No pagan intereses periódicos y, en vez de ese pago, el instrumento eleva su valor con el paso del tiempo, hasta alcanzar el valor que tiene anotado, llamado *valor nominal o valor par*. Por ejemplo, los Cetes en México tienen un valor par de 10 pesos mexicanos. Si un inversionista compra un Cete en \$9.50 con un vencimiento de 28 días, al término de este periodo recibirá \$10, lo cual significa que habrá ganado \$0.5 en tan sólo 28 días, y éste será su rendimiento. Otra característica es que tienen un vencimiento, por lo que se les puede llamar *instrumentos de ingreso fijo*, ya que una vez comprado el instrumento, el tenedor sabe exactamente cuánto dinero va a recibir y en qué fecha.

La emisión de instrumentos cupón cero fue experimentada en Estados Unidos por empresas privadas y por los municipios, antes de que se convirtiera en el instrumento clásico asociado a la deuda gubernamental. Aunque mucha gente asocia los ceros al gobierno, en realidad son utilizados por muchas empresas en el instrumento de inversión llamado *papel comercial (PC)*, que es un instrumento cupón cero que es emitido por empresas privadas y es utilizado para financiar la industria a corto plazo, básicamente financiamiento para capital de trabajo.

Los *ceros* tienen características especiales. Si son emitidos por empresas, en general tienen cláusulas que le permiten al emisor retirarlos de la circulación. Esta situación se presenta en caso de que la emisión ofrezca un interés de, por ejemplo, 10% anual, si en un breve tiempo el interés de instrumentos similares bajara a 8%, la emisora estaría pagando un interés mayor al del mercado, por lo que sería conveniente para ella retirar la emisión que tiene un costo mayor. Si así lo hace, deberá pagar al

tenedor del título un precio adicional llamado *precio de retiro (call price)*, o bien, puede incluir en el contrato de venta una cláusula en la cual se estipule que en caso del retiro de la circulación de la emisión, podrá cambiar o convertir la deuda en acciones comunes o preferentes; si fuera sí, se dice que la emisión tiene *convertibilidad*.

Otra característica importante que tienen los ceros es que son muy *bursátiles*, término aplicado cuando se pueden vender con facilidad en cualquier momento, por ejemplo, si una persona compra Cetes a siete días y dos días después necesita dinero en efectivo, podrá venderlos con facilidad, previo cálculo del precio correcto que tengan en ese momento.

Por último, hay que mencionar que los impuestos pagados por concepto de recibir intereses provenientes de las inversiones en Cetes son bajos, mientras que los impuestos pagados por invertir en PC empresarial son mayores. La razón es obvia: el gobierno apoya con menores impuestos a quien lo apoya prestándole dinero. En el caso del papel comercial, el interés que se recibe es mayor que aquel que pagan los Cetes, ya que el riesgo que se corre al invertir en PC es mayor. Si hay mayor ganancia los impuestos deben elevarse. Cuando se invierte en Cetes, el riesgo de que el gobierno no cumpla con los pagos es prácticamente cero.

En los ejemplos que se muestran no se consideran impuestos debido a que esto no altera los procedimientos de cálculo, y el único efecto que causan es la disminución de la tasa de interés que se gana, de forma que se puede considerar que la tasa de ganancia mencionada en los problemas es la tasa real de ganancia después de impuestos. El cálculo que hay que realizar para determinar la tasa real de ganancia es el siguiente: si el gobierno ofrece una tasa nominal de 10% anual y sobre las ganancias cobra 5% de impuesto, la tasa real es:

$$0.1(1 - T) = 0.1(1 - 0.05) = 0.095 \text{ o } 9.5\%,$$

donde T = tasa de impuestos

EJEMPLO 7.1 El gobierno mexicano emite Cetes. El valor de cada certificado es de \$10, pero sólo se puede comprar un lote completo cuyo valor nominal (valor par) es de \$1 000 000. En México, el vencimiento para un Cete va desde 7 hasta 728 días. Supóngase que el gobierno emite Cetes con vencimiento a un año y desea otorgar al inversionista un rendimiento de 10% anual. ¿Cuál es el valor de compra?

DATOS $F = 1\,000\,000$; $i = 10\%$ anual; $n = 1$ año; $P = ?$

SOLUCIÓN Haciendo uso de la fórmula fundamental:

$$F = P(1 + i)^n \text{ o su inversa } P = \frac{F}{(1 + i)^n}$$

$$\text{Sustituyendo datos: } P = \frac{1\,000\,000}{(1 + 0.1)^1} = \$909\,090.9$$

Se puede plantear el problema en forma inversa: si en este momento se vende un lote de Cetes en \$909 090.9 para que se puedan cobrar \$1 000 000 dentro de un año, ¿cuál es la tasa de rendimiento que se va a ganar?

SOLUCIÓN $1\,000\,000 = 909\,090.9(1 + i)^1$

Por prueba y error se encuentra que $i = 10\%$. Hay que recordar que los plazos de los Cetes para México van de 7 hasta 728 días, y que un acuerdo internacional declara que en todos los instrumentos vendidos con descuento, el año se considera de 360 días para efectos de cálculo del precio y el periodo de vencimiento siempre es un múltiplo de 7 días, aunque los 360 días del año no sean un múltiplo de 7.

Otra forma de realizar este cálculo es mediante la fórmula:

$$i = \frac{F - P}{P}(100) = \frac{1\,000\,000 - 909\,090.9}{909\,090.9}(100) = 10\% \quad 7.1$$

donde: F = cantidad que se va a recibir en el futuro o valor nominal (valor par).

P = cantidad que se paga por el Cete en el momento de adquirirlo.

El *corredor de bolsa* (*broker* en inglés) que es el representante de la casa de bolsa que se encuentra en el piso de remates de la Bolsa de Valores para ejecutar las órdenes de compraventa de los inversionistas, cobra una comisión por realizar su trabajo que va desde 0.5% del valor de la transacción si ésta es muy grande, y de hasta 2% si la transacción es pequeña.⁶³ Supóngase en el mismo ejemplo que se cobra una comisión de 2% sobre el valor de la transacción. El rendimiento es entonces:

$$i = \frac{\text{valor nominal} - \text{valor de compra} - \text{comisión}}{\text{valor de compra} - \text{comisión}} \quad 7.2$$

La comisión se carga sobre el precio de compra, de forma que la comisión que se pagaría es $909\,090.9(0.02) = 18\,181.82$, por lo que el rendimiento disminuye a:

$$i = \frac{1\,000\,000 - 909\,090.9 - 18\,181.82}{909\,090.9 - 18\,181.82}(100) = 8.16\%$$

EJEMPLO 7.2 El gobierno mexicano emite Cetes y desea otorgar un rendimiento de 10% anual, pero el plazo de vencimiento de la emisión es 28 días. ¿Cuál es el precio de compra de un lote?

DATOS $F = 1\,000\,000$; $i = 10\%$ anual; vencimiento 28 días; $P = ?$

⁶³ Como ya se ha anotado, todas las cifras de interés, comisiones, impuestos, diferentes instrumentos de inversión y plazos de vencimiento, cambian de tiempo en tiempo, y los datos mencionados estuvieron vigentes al momento de escribir el texto, de manera que cuando el lector analice los datos, seguramente ya habrán sucedido cambios. Sin embargo, los principios de evaluación mantienen su vigencia.

SOLUCIÓN Para resolver este problema se utiliza la fórmula:

$$P = \frac{F}{\left[1 + i \left(\frac{m}{360}\right)\right]} \quad 7.3$$

donde m son los días al vencimiento de la emisión.

$$P = \frac{1\,000\,000}{\left[1 + 0.1 \left(\frac{28}{360}\right)\right]} = \$ 992\,282.25$$

Se observará por qué es necesaria la aclaración de que para calcular el interés se utiliza un año de 360 días y de que los periodos de vencimiento son múltiplos de 7, que es el plazo mínimo en días para invertir en Cetes. De hecho, el plazo máximo de vencimiento para Cetes es de 728 días, que equivale exactamente a 104 semanas, es decir, son dos periodos de 52 semanas que no son dos años completos de 365 días.

Del ejemplo 7.2 se puede preguntar: se vende un lote de Cetes en la cantidad \$992 288.25 con vencimiento a 28 días. ¿Cuál es el rendimiento obtenido a 28 días? ¿Cuál es el rendimiento anual?

Utilizando la misma fórmula 7.3:

$$992\,282.25 = P = \frac{1\,000\,000}{\left[1 + i \left(\frac{28}{360}\right)\right]}$$

Por prueba y error se encuentra que $i = 0.00777777$ que equivale a $i = 0.777777\%$ en 28 días (casi 1%). Para la siguiente pregunta, la respuesta es que aquí no se puede calcular un rendimiento anualizado por dos causas: la primera es que 28 no es múltiplo de 360, por lo que no hay una potencia de número entero a la cual se deba elevar el interés obtenido en 28 días. La segunda causa es que la fórmula de interés efectivo anual, calculada a partir de periodos de capitalización menores de un año:

$$i_{\text{efectivo anual}} = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1, \text{ donde: } i = \text{interés nominal anual y } n = \text{número de periodos}$$

de capitalización menores de un año, supone la reinversión de todas las ganancias, es decir, aparentemente el cálculo que se debe realizar para contestar la pregunta ¿cuál es el rendimiento anual de la inversión?, es 1 más el interés a 28 días elevado al número de periodos de 28 días que tiene un año de 360 días, y éste resulta ser 12.857 y, además, las ganancias que se obtienen cada 28 días no son reinvertidas, ya que hay que recordar que en los Cetes se compran lotes con valor de un millón de pesos, por lo que las ganancias generadas cada mes no son suficientes para comprar otro lote completo. Por lo tanto, lo más que se puede contestar en este caso es el rendimiento que se obtuvo en 28 días de inversión.

Influencia en el precio del instrumento a cambios en la tasa de interés del mercado

EJEMPLO 7.3 Una empresa emite papel comercial (PC) a descuento. Sólo se venden lotes con valor par de \$500 000. El vencimiento es a 168 días (24 semanas de 7 días). La empresa otorga un rendimiento anual de 12.5%, que fue fijado por la empresa con base en el interés del mercado. ¿Cuál es el precio de compra de un lote de PC?

DATOS $F = 500\,000$; $i = 12.5\%$ anual; vencimiento de 168 días.

SOLUCIÓN Utilizando la fórmula 7.3 se tiene:

$$P = \frac{500\,000}{\left[1 + 0.12 \left(\frac{168}{360}\right)\right]} = \$472\,440.94$$

Un inversionista compró un lote en ese precio y tres días después de la adquisición el interés del mercado se elevó a 13.5% anual. ¿Cuál es el valor del lote de PC que compró?

$$P' = \frac{500\,000}{\left[1 + 0.135 \left(\frac{165}{360}\right)\right]} = \$470\,865.21$$

En sólo tres días, el inversionista habrá perdido $472\,440.94 - 470\,865.21 = \$1\,575.73$. La razón es que mientras él tiene un instrumento con el cual su inversión va a ganar un rendimiento de 12.5%, en el mercado existe la posibilidad de obtener un rendimiento de un punto porcentual adicional; por lo tanto, su inversión vale menos. Obsérvese que los días considerados en la fórmula de cálculo ahora son 165, puesto que ya pasaron tres días desde la compra inicial. Por lo tanto, si otro inversionista quisiera comprar ese lote de PC para recibir \$500 000 dentro de 165 días deberá pagar sólo \$470 865.21.

Por el contrario, supóngase que el inversionista original, después de tres días de haber comprado el lote de PC, se informa que en el mercado la tasa de referencia disminuyó a 10% anual. ¿Cuál es el nuevo precio del lote de PC?

$$P'' = \frac{500\,000}{\left[1 + 0.1 \left(\frac{165}{360}\right)\right]} = \$478\,709.4$$

El valor que aumentó su inversión es $478\,087.65 - 472\,440.94 = \$5\,646.71$; la razón es que ahora posee un instrumento que va a generar más rendimiento que el que está ofreciendo el mercado en ese momento, por lo tanto, ese instrumento tiene un valor mayor.

El ejemplo 7.3 muestra el *riesgo de tasa de interés* que lleva todo aquel que invierte en instrumentos de tasa fija de rendimiento.

Este procedimiento de cálculo es válido para todo tipo de instrumentos vendidos con descuento, ya sea que los emita el gobierno o una empresa, en cuyo caso toman el nombre de *papel comercial*.

Instrumentos de inversión a largo plazo con tasa fija de rendimiento

A diferencia de los *ceros*, existen otros instrumentos emitidos por el gobierno o las empresas; reciben el nombre general de *bonos* y tienen características específicas. Una de éstas es que tienen vencimiento definido a largo plazo. Ya se comentó que en Estados Unidos existen las notas del Tesoro con vencimiento entre uno y 10 años, y los bonos del Tesoro con vencimiento hasta de 30 años. Las empresas estadounidenses también emiten bonos con vencimientos hasta de 30 años; estos instrumentos de largo plazo son emitidos por el gobierno y las empresas como resultado de la estabilidad económica y la confianza que la población tiene en ese gobierno.

Sin embargo, de las tablas 7.1 y 7.2 se podrá observar que el gobierno mexicano ha emitido bonos con un vencimiento máximo de cinco años y que, hasta el año 2001, las empresas todavía no se atrevían a emitir bonos empresariales de largo plazo, el plazo más largo que ofrecían fue de 360 días en los llamados Udibonos. Las causas son exactamente opuestas a las de Estados Unidos: mucha inestabilidad económica y poca confianza en el gobierno.

Con independencia del vencimiento del bono y de la entidad que lo emita, ya sea el gobierno o una empresa privada, se utiliza una misma forma de evaluación debido a que todos tienen características similares. Tales características son las siguientes:

- Tienen un vencimiento determinado, que está especificado en el contrato de compra.
- Tienen anotada la tasa de interés que van a pagar periódicamente.
- En general se pagan intereses semestrales, aunque pueden ser anuales o trimestrales. En México, los Bonos gubernamentales pagaron intereses cada 28 días en las primeras emisiones, aunque en las posteriores, los intereses se pagaban cada tres meses (91 días). También el gobierno mexicano emitió los llamados Ajustabonos, cuya tasa de interés se ajustaba periódicamente de acuerdo con la inflación, es decir, si se compraba un Ajustabono a cuatro años, la inestabilidad de la economía hacía que el interés del mercado pudiera variar marcadamente en breves lapsos, lo que hacía imposible que el gobierno se comprometiera ofreciendo una tasa fija de interés durante los cuatro años. Decidió entonces ajustar la tasa de interés cada seis meses, cuando pagaba intereses, y dicha tasa se mantenía vigente durante los siguientes seis meses, hasta el nuevo pago de intereses.
- Pueden contener cláusulas adicionales como *cláusulas de retiro y convertibilidad*. Cualquier tipo de cláusula que pueda tener recibe el nombre de *colateral*, de forma que

mientras más colaterales tenga un bono es un indicativo de mayor riesgo, ya que si no tiene colaterales significa que el emisor no piensa realizar modificaciones al bono mientras esté vigente, es decir, está totalmente seguro del funcionamiento del instrumento bajo las condiciones especificadas inicialmente.

- ❶ Los bonos emitidos por cualquier gobierno tienen alta bursatilidad, en tanto que en los bonos emitidos por empresas, la bursatilidad puede disminuir marcadamente dependiendo del riesgo del bono. Si se detecta un alto riesgo es probable que nadie quiera comprar el bono.
- ❷ Los impuestos pagados por las ganancias obtenidas al invertir en bonos tienen un valor intermedio entre aquellos pagados al invertir y ganar en Cetes y los impuestos que se pagan si se invierte en acciones comunes empresariales. También los impuestos pagados al comprar bonos del gobierno son menores que los impuestos pagados al comprar bonos empresariales. La razón es el riesgo que tiene el inversionista al invertir en cada instrumento.

EJEMPLO 7.4 El gobierno mexicano emite Bondes en lotes, cada lote tiene un valor de \$500 000. El vencimiento es de tres años y la tasa cupón (interés nominal anotado en el contrato) es 16% anual; los intereses se pagan trimestralmente.

SOLUCIÓN En este caso no hay parámetros que se deban calcular. El inversionista pagaría \$500 000 (más comisión) por adquirir un lote de Bondes y recibiría 500 000 $(0.16 \div 4) = \$20 000$ de interés cada 91 días, menos impuestos. El gobierno se compromete a pagar tales intereses y a regresar los \$500 000 al vencimiento, es decir, al término de cuatro años. Si el inversionista decide conservar el bono hasta el vencimiento, estas condiciones de pago no van a variar.

Sin embargo, el inversionista debe saber que el valor del bono que posee eleva su precio antes del pago de intereses y lo disminuye después del pago de éstos. Por ejemplo, si otro inversionista compra el bono mes y medio antes de la fecha de pago de intereses, deberá pagar \$500 000 más \$10 000 de intereses acumulados por mes y medio, ya que en otro mes y medio recibirá \$20 000 de intereses; el tenedor actual tendrá derecho a la mitad de los intereses trimestrales por haber mantenido el bono mes y medio sin cobrar intereses.

Por otro lado, si el tenedor de un bono piensa venderlo en cualquier momento, también deberá saber que ahora el valor del bono estará condicionado por la tasa de interés que está pagando y por la tasa de interés del mercado vigente al momento en que quiera vender el bono.

EJEMPLO 7.5 Se compró un lote de Bondes en \$500 000 con vencimiento a tres años, con un cupón de 12% anual que paga intereses trimestralmente. *a)* Seis meses después de haber sido comprado e inmediatamente después de haber cobrado los intereses, el interés del mercado se eleva a 14% anual. ¿Cuál es el valor del bono en ese momento? *b)* Siete meses después de que el bono fue comprado el interés del mercado disminuyó a 10% anual. ¿Cuál es el valor del bono en ese momento?

SOLUCIÓN A Si han transcurrido seis meses, entonces ya se cobra el interés de los dos primeros trimestres y falta por cobrar 10 trimestres de \$15 000 [$\$500\,000(0.12 \div 4)$], además de cobrar los \$500 000 al final del vencimiento. Todas estas cantidades que faltan por cobrar deberán descontarse de la nueva tasa del mercado que es de $i = 0.14 \div 4 = 0.035$ trimestral. Esto supone que la tasa se capitaliza trimestralmente, lo cual es cierto, ya que mientras los intereses se paguen de manera trimestral, la tasa se está capitalizando en ese mismo periodo. El nuevo precio de los bonos es:

$$P = 15\,000 \left[\frac{(1.035)^{10} - 1}{0.035(1.035)^{10}} \right] + \frac{500\,000}{(1.035)^{10}} = \$479\,208.49$$

El precio de los bonos disminuyó por las mismas razones expuestas en el ejemplo 7.3.

SOLUCIÓN B El hecho de mantener el bono un mes más después de cobrar los intereses en el sexto mes, hace que tenga un mayor valor para quien lo compra, ya que sólo deberá esperar dos meses para volver a cobrar interés. Como el interés pagado trimestralmente es \$15 000 y el tenedor original del bono lo mantuvo un mes, deberá agregar $\$15\,000 \div 3 = \$5\,000$ al nuevo valor calculado para el bono.

Como la tasa del mercado bajó a 10%, la nueva tasa trimestral es de $0.10 \div 4 = 0.025$. Falta por cobrar 10 trimestres de \$15 000 cada uno, más los \$500 000 al vencimiento.

$$P = 15\,000 \left[\frac{(1.025)^{10} - 1}{0.025(1.025)^{10}} \right] + \frac{500\,000}{(1.025)^{10}} = \$521\,880.15$$

A este valor habrá que agregar \$5 000, de forma que el valor del bono siete meses después con un interés del mercado de 10%, es de \$526 880.15. El valor del bono se elevó de \$500 000 a \$521 880.15 por las mismas razones expuestas en el ejemplo 7.3.

Este procedimiento de cálculo es válido para todo tipo de bono, no importa el vencimiento ni el interés que otorguen, siempre que la tasa cupón permanezca fija hasta el vencimiento. Tampoco importa si los intereses se pagan de manera mensual, trimestral o semestral, aunque lo común es el pago semestral de intereses en bonos de largo plazo y en economías estables.

Los Ajustabonos, cuyas características ya se señalaron, tienen un procedimiento de cálculo ligeramente distinto, aunque en realidad se debería decir *recálculo*, ya que se recordará que una de sus características es ir pagando distintos intereses de acuerdo con la inflación que se presente en la economía. Se muestran las operaciones de recálculo en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 7.6 Un Ajustabono fue emitido por el gobierno de México con un valor por lote de \$1 000 000, con un vencimiento a cinco años y con intereses pagaderos cada seis meses. Los intereses que se pagan se ajustan de acuerdo con la inflación vigente en el momento de cobrar intereses. Al momento en que un inversionista adquirió un lote, la inflación era de 19% anual. Un año más tarde la inflación disminuyó a 15% anual, y dos años después la inflación se mantuvo en 12% anual. Determinar los intereses que el inversionista recibió cada vez que cambió la inflación y el valor que fue adquiriendo el bono con el paso del tiempo.

SOLUCIÓN Los Ajustabonos eliminan el riesgo de tasa de interés cambiante, ya que al irse ajustando, el emisor no tiene el problema de estar pagando un interés mayor, si la tasa de interés del mercado ha caído y el tenedor del bono también elimina el problema de que el precio del instrumento varíe con el tiempo en respuesta a cambios en la tasa de interés del mercado. El cálculo es muy simple: si al momento de la compra la tasa de inflación y, por lo tanto, la tasa que pagan los bonos es de 19%, entonces el compromiso del emisor (el gobierno) es pagar semestralmente $\$1\,000\,000 (0.19 \div 2) = \$95\,000$ en tanto la inflación no varíe de 19% anual. Si al final de un año, y después de haber cobrado dos semestres, la inflación disminuyó a 15% anual, entonces el pago de intereses será por $\$1\,000\,000 (0.15 \div 2) = \$75\,000$ de pago semestral. Si dentro de dos años, es decir, después de haber cobrado el sexto semestre, la inflación vuelve a disminuir ahora hasta 12% anual, entonces el pago de intereses será de $\$60\,000$ semestrales hasta que la inflación no varíe.

El precio del bono permanecerá en \$1 000 000 siempre que se quiera vender de inmediato después de haber cobrado el interés semestral, pues esto será equivalente a comprar un bono nuevo con un vencimiento menor a los cinco años. El inversionista deberá decidir si le conviene invertir el millón de pesos a cambio de recibir la tasa inflacionaria vigente por el siguiente semestre o hasta que la inflación cambie. No importa si compra el bono faltando sólo un semestre para su vencimiento, ya que en este caso la decisión sería en el sentido de decidir si es conveniente prestar un millón de pesos al gobierno a cambio de recibir \$60 000 al final del próximo semestre, y además que el gobierno regrese el dinero íntegro que le ha sido prestado en la misma fecha. El caso es distinto si se desea vender el bono faltando sólo una semana para cobrar interés, en cuyo caso el bono tendrá un precio mayor.

Por supuesto que hay riesgos en esta inversión, siempre que la tasa de interés se eleve (o disminuya) durante el intervalo en que se mantiene el bono, por ejemplo, al momento de la compra se aceptó recibir un interés de \$95 000 al final del próximo semestre, debido a que la inflación era de 19% anual, pero si a los pocos días de comprado ésta se eleva a 22%, entonces se perderá algo de interés, y sucederá lo contrario si la inflación disminuye a los pocos días de haber comprado el bono.

El procedimiento de cálculo para cambios de precio de bonos de acuerdo a la fecha de venta y cambios de la tasa de interés del mercado ya fue tratado en el ejemplo 7.5.

Otros instrumentos de tasa fija de interés

Los *certificados de depósito* (CD), que en México tomaron la figura de *pagarés bancarios*, son fondos depositados en una institución por un periodo que va de tres meses hasta 10 años; sin embargo, en nuestro país, el plazo mínimo ofrecido es de siete días sin fecha fija de vencimiento, es decir, si el dinero no se retira la cantidad acumulada se vuelve a invertir indefinidamente al mismo plazo, pero el interés variará de acuerdo con el mercado. La tasa de interés es fija durante la vigencia de la inversión, lo cual significa que si se invierte a siete días se respetará la tasa sólo durante ese periodo, lo mismo si la inversión se efectúa para tres años. Los periodos de inversión son múltiplos de siete. Son las instituciones bancarias las que emiten los CD (pagarés), captan dinero de pequeños ahorradores y, a su vez, los bancos prestan ese dinero a consumidores, empresas y gobierno. Tienen la característica que no son negociables, a diferencia de los ceros y de los bonos, lo que hace que el inversionista pueda disponer de su dinero hasta el vencimiento, sin tener la oportunidad de transferir los derechos de la inversión a nadie más. Tienen un mínimo de inversión bajo (\$2 000 pesos para el año 2000 en México), con la intención de atraer a un mayor número de pequeños inversionistas.

Para el cálculo del rendimiento consideran un año comercial de 360 días y tienen un procedimiento de cálculo que es un híbrido entre interés capitalizado e interés simple.

EJEMPLO 7.7 Se invierten \$50 000 en pagarés con una tasa cupón de 11% anual a un plazo de 14 días. Calcular los intereses que se recibirán al vencimiento.

SOLUCIÓN El procedimiento de cálculo es dividir la tasa anual de interés sobre 360 días, que es el año comercial para estos instrumentos, con lo cual se obtiene la tasa de interés que se gana por día y se multiplica por el número de días que el dinero permanecerá depositado:

$$\text{Interés diario} = 0.11 \div 360 = 0.000305555$$

$$\begin{aligned} \text{Interés que se pagará al final de los 28 días} &= 0.00030555 \times 28 \times 50\,000 \\ &= \$427.700 \end{aligned}$$

Al parecer es benéfico recibir interés diario, pero no resulta tan bueno cuando el interés que se cobra es simple, lo mejor es recibir un interés diario, capitalizado anualmente. Esto significa que el interés diario de 0.00030555 se gana siempre sobre la cantidad depositada inicialmente (\$50 000) y no sobre esa cantidad más todos los intereses que se van acumulando, lo cual le da el carácter de cobro de *interés simple*, que al final equivale a ganar exactamente el interés anual ofrecido, a diferencia de ir ganando el mismo interés diario pero sobre la cantidad que se acumula a diario.

Esta diferencia es más evidente si el problema se plantea en términos de que el dinero permanece depositado durante un año completo de 360 días. El interés que se paga es de 11% anual, por lo tanto, si el dinero permanece depositado un año completo,

el capital debería crecer más de 11% si la tasa se capitaliza a diario. Pero, ¿cómo se utiliza el interés simple?, véase la diferencia:

Cantidad acumulada a fin de año por concepto de interés, en la forma en que se calcula el rendimiento para CD: $50\,000(0.11 \div 360)(360) = \$5\,500$, es decir, se gana exactamente 11% anual.

Si se utiliza el interés capitalizado diariamente, el cálculo debería ser:

$$i_{\text{efectivo anual}} = \left(1 + \frac{0.11}{360}\right)^{360} - 1 = 0.1162593$$

y el interés cobrado a fin de año sería:

$$\$50\,000(0.1162593) = \$5\,812.9646$$

Inversiones de ingreso variable.

Acciones preferentes y acciones comunes

Todos los instrumentos mencionados, excepto CD (pagarés bancarios), se negocian en la Bolsa de Valores, sin embargo, ésta es más conocida por la compraventa de acciones que por la negociación de ceros y bonos. En efecto, las acciones preferentes y comunes son otra opción de inversión, además de que la inversión en acciones comunes es la alternativa más riesgosa de todas las mencionadas.

Comprar *acciones* de cualquier empresa convierte al comprador en dueño de una parte de la empresa, aunque el convertirse en *dueño de una parte de la empresa* significa diferentes cosas, dependiendo del *tipo de acción* que se adquiriera. Primero se deberá observar que cuando una empresa decide emitir acciones es porque necesita dinero para apoyar económicamente (financiar) determinados proyectos generados dentro de la empresa. Ésta es la causa por la que las acciones se emiten por series.

Al menos en México, la mayoría de las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores son grupos de empresas que elaboran diversos productos o generan servicios; por ejemplo, un grupo muy conocido, Bimbo, está formado por una amplia variedad de empresas dedicadas a la elaboración y distribución de productos de panadería, dulces, harina de trigo, frutas y verduras, maquinaria, plásticos y bandas transportadoras. Bimbo agrupa a más de 300 empresas. Si a este grupo le interesa apoyar, por ejemplo, a Galletas Lara, podrá emitir acciones con cierta denominación, digamos acciones Bimbo L. Esas acciones subirán o bajarán de precio dependiendo de si Galletas Lara desempeña un buen papel como empresa. El dinero recabado por la emisión de acciones Bimbo L apoyará a Grupo Bimbo, pero específicamente a Galletas Lara.

Sin embargo, los propietarios de este grupo o su consejo de administración deciden el tipo de acción que van a emitir. Pueden emitir *acciones preferentes*, que presentan la característica de que no tienen una fecha de vencimiento (se pueden conservar de por vida) y pagan un porcentaje fijo de dividendos. Los *dividendos* se parecen a un pago de interés pero no lo son. Mientras que el pago de interés de una deuda es deducible de impuestos para una empresa, el dinero para pagar dividendos se toma del

excedente de dinero después del pago de impuestos, es decir, el pago de dividendos no es deducible de impuestos para una empresa. La empresa se compromete con el accionista a pagarle cierto porcentaje anual, pero si la empresa no puede costear los dividendos para el siguiente año o en los siguientes años, la ley no la obliga a pagar los dividendos en fechas determinadas, lo cual significa que puede quedar a deber el pago aun cuando el compromiso existe. Si hubiera la obligación de pagar dividendos preferentes en una fecha determinada, entonces este tipo de acciones sería más bien un préstamo para la empresa, pero ésta no quiere préstamos sino socios. Las acciones preferentes también pueden tener cláusulas colaterales, por ejemplo, si la empresa no pagara dividendos durante tres años consecutivos, en vez de liquidar los dividendos con dinero lo podría hacer con acciones comunes, es decir, serían *convertibles*. Se llaman *acciones preferentes* porque al momento de pagar dividendos primero se liquidan los dividendos preferentes y después los dividendos comunes. En caso de liquidación de la empresa, los accionistas preferentes también tendrían prioridad en el reparto final de los bienes de la empresa.

Sin embargo, si la empresa no quiere emitir acciones preferentes podría optar por emitir *acciones ordinarias o comunes*, esto significa que la empresa requiere socios que realmente arriesguen su dinero por la empresa. Las acciones comunes tampoco tienen fecha de vencimiento y su característica principal es que no tienen un rendimiento fijo. Si la empresa gana mucho dinero los accionistas comunes también ganarán mucho, pero si la empresa pierde esos accionistas también perderán, o al menos no recibirán dividendos. Este tipo de acciones tiene otra característica importante, la empresa emisora puede necesitar de socios que aporten dinero, pero quizá no quiera que los nuevos socios tomen decisiones en la empresa. En este caso podrá emitir *acciones comunes sin derecho a voto*; de lo contrario, los nuevos socios (accionistas), además de arriesgar su dinero podrán tomar decisiones sobre el destino de la empresa de manera proporcional al número de acciones que tengan.

Valuación de acciones preferentes

Cuando un inversionista compra acciones preferentes sabe que va a recibir un pago de dividendos fijos durante todo el tiempo que él mantenga las acciones en su poder. La evaluación del precio de este tipo de acciones es similar a la evaluación del precio de un bono perpetuo, ya que las acciones preferentes no tienen fecha de vencimiento.

EJEMPLO 7.8 Una acción preferente ofrece pagar un dividendo de \$8.50 cada año por cada acción que se posea. Si el interés del mercado es de 13% anual, ¿cuál es el precio que se debe pagar por cada acción?

SOLUCIÓN Sea P_{ap} el precio en el presente de una acción preferente, $i = 0.13$ la tasa de interés del mercado y d_{ap} los dividendos anuales que pagará una acción preferente. La fórmula para calcular su precio es:

$$P_{ap} = \frac{d_{-ap}}{i} \quad 7.4$$

Entonces su precio es:

$$P_{ap} = \frac{8.50}{0.13} = \$65.38$$

Si de la fórmula 7.4 se despeja d , se tiene que $d_{ap} = P_{api}$, lo cual significa que tener acciones preferentes a un interés anual fijo, equivale a depositar dinero en un banco a cierta tasa de interés, y retirar cada año sólo los intereses. Si esto es así se podría disponer de por vida de esos intereses.

Valuación de acciones comunes

Cuando un inversionista compra una acción común, siempre va a esperar que esa acción o suba de precio o que pague buenos dividendos cada año. De manera hipotética, esas expectativas de ganancia deben tener algún fundamento. Se reproducen a continuación dos noticias transmitidas por Internet el 21 de febrero de 2001, sobre dos empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de sus respectivos países, una estadounidense, IBM; y una mexicana, Bimbo, donde se hacen declaraciones que seguramente afectaron de manera positiva el valor de sus acciones.

IBM Worldwide

IBM, Dell announce \$16 billion technology agreement

Believed to be largest industry OEM agreement ever

On March 4 2001, IBM and Dell Computer Corporation announced a strategic \$16 billion technology pact, believed to be the largest agreement of its kind in the information technology industry.

As part of the contract, Dell will purchase storage, microelectronics, networking, and display technology from IBM for integration into Dell computer systems. In the future, the agreement is expected to include IBM's copper, silicon-on-insulator, and other advanced technologies.

The arrangement, which spans seven years, also calls for broad patent crosslicensing between the two companies and collaboration on development of product technology.

Initially, Dell will have access to IBM's high capacity disk drives, network adapter cards, flat panel displays, high performance static random access memory (SRAM) and custom chips.

"The body of Dell-developed product technology, particularly in servers, storage products and notebook PCs, is expanding rapidly", said Mike Lambert, senior vice president, Dell Enterprise Systems Group. "By more extensively pairing IBM's world-class technology with our own, in systems brought to market through our efficient

direct business model, we intend to enhance Dell's competitiveness in the global computer systems industry".

"IBM's role as a supplier of advanced technology has grown significantly in recent years, and this agreement is a recognition of the value of IBM's technology leadership in the marketplace", said Dr. James T. Vanderslice, senior vice president and group executive, IBM Technology Group. "It's also further evidence of our commitment to bringing IBM-developed technology to market quickly through a variety of channels and to a wide range of customers".

IBM has identified services, software and the sale of its leadership technologies as key growth areas for the company. Last October IBM created a new organization, the IBM Technology Group, to pursue new growth opportunities and focus additional attention on the OEM marketplace.

30/9/2000

Con el aval de Grupo Bimbo, Lara se renueva

Galletas Lara ahora tendrá el apellido Bimbo, con ello, además de refrescar su imagen y ofrecer más valor agregado al consumidor en sus tres líneas de galletas (saladas, dulces y saludables) redefine su estrategia de distribución. Con nuevas fórmulas, enriquecidas con 12 vitaminas y minerales, y con empaques que brindan una mayor frescura y protección al producto, Lara de Bimbo estima aumentar su participación en este segmento a razón de 5% cada tres años. En México, el segmento galletas es uno de los que genera mayor volumen de ventas y ha reportado un crecimiento de 21% en los últimos tres años. Se considera que el potencial es aún mayor debido a que las tendencias de los consumidores se han modificado, favoreciendo el consumo de este tipo de productos. Por ello, Lara de Bimbo, además, ha lanzado una nueva línea de productos llamada saludable. Dicha línea de galletas saladas y dulces cuenta con ingredientes de origen 100% natural, tales como salvado de trigo y avena. Además, la presentación de la marca se ha renovado ofreciendo al consumidor el mejor costo beneficio, con empaques de diseño más atractivo y resistente que son elaborados con materiales como cartón microcorrugado en la presentación en caja, y envolturas metalizadas en las presentaciones individuales para proteger la frescura e integridad de todos los productos. La marca cuenta con una amplia gama de productos dulces y salados: Deliciosas, Marías, Rosetas, Suspiros, Animalitos, Decanelas, Magnas, Saladas, Canapinas, Cremositas, Antillanas, Integrales, Nutriavenas y Trigobran, que satisfacen los gustos más exigentes. Las presentaciones en caja estarán disponibles en autoservicios, mientras que las presentaciones individuales se encontrarán principalmente en tiendas detallistas de todo el país. Para apoyar este lanzamiento, Lara de Bimbo contará con una original campaña publicitaria. La campaña fue creada por la agencia Leo Burnett y producida por la casa productora Cuatro y Medio. Será difundida mediante una agresiva pauta en televisión. La inversión en medios para esta campaña

es de casi 30 millones de pesos. Lara de Bimbo es una marca registrada propiedad de Organización Bimbo, que cuenta con 500 colaboradores y dos plantas ubicadas en México, D.F. y en Guadalajara, así como más de 400 000 puntos de distribución en todo el territorio nacional.

Como se podrá observar, las expectativas de ganancias de ambas empresas en las respectivas divisiones involucradas son prometedoras. Para IBM, en un inicio las áreas de microelectrónica, redes, etc., y, en el futuro, también se prevé que venderán a Dell tecnologías avanzadas de cobre, aislantes de silicón y otras, al menos durante los siguientes siete años.

Por su parte, Bimbo prevé que con la nueva empresa habrá un crecimiento superior a 21% anual en las ventas, dada la amplia variedad ya existente y el lanzamiento de una nueva línea de productos llamados *saludables*, de manera que si algún inversionista estuviera interesado en comprar acciones de cualquiera de estas dos empresas, debería informarse si se emitieron nuevas series de acciones para apoyar específicamente a los proyectos mencionados.

Sin embargo, debe quedar muy claro que cualquier proyecto empresarial puede tener una altísima probabilidad de cumplirse conforme a lo planeado, pero nunca va a tener 100% de certeza de cumplirse, con lo cual se quiere decir que el comprar acciones comunes de cualquier empresa y de cualquier serie, siempre va a ser una inversión riesgosa, aunque en menor medida en Estados Unidos que en México. Sin duda, esto se debe a las diferencias en la estabilidad económica de ambos países.

De acuerdo con Weston y Copeland,⁶⁴ la fórmula para determinar el precio de las acciones es:

$$P_0 = \frac{\text{Dividendo esperado en } t_1 + \text{precio esperado en } t_1}{1 + \text{tasa requerida de rendimiento}} \quad 7.5$$

Esta fórmula es útil para calcular el precio de una acción en este momento, tomando como base el dividendo esperado dentro de un año (año 1) y el valor que tendría la acción al final del año 1. El dividendo esperado un año después de la compra de la acción depende de muchos factores: primero, del desempeño de la propia empresa; segundo, si la empresa emitió una acción para financiar determinado proyecto, entonces dependerá de que ese proyecto haya funcionado de acuerdo con lo esperado, lo cual no necesariamente está relacionado con que la empresa o grupo haya tenido un desempeño similar; tercero, los puntos anteriores dependen a su vez de que la economía se haya comportado de manera adecuada, lo cual está fuera del alcance de la influencia de cualquier empresa.

Como la fórmula 7.5 es para un solo periodo, entonces la suposición de la fórmula es que al final de ese periodo la acción se va a vender y se recuperará cierta cantidad de dinero, al menos lo que costó la acción; sin embargo, el inversionista siempre va

⁶⁴ Weston, Fred y Copeland, Thomas, *Finanzas en administración*, 8a. ed., McGraw-Hill, vol. 2, 1988, México.

a esperar que se eleve el precio de la acción; y a esta diferencia entre el precio de adquisición y el precio al cual pueda vender la acción al final de un año de tenerla, si la diferencia es positiva, se le llama *ganancia de capital*, por lo que todo inversionista, además de que espera recibir buenos dividendos, también va a esperar tener una ganancia de capital. Ésta es la razón por la que en la fórmula aparece un *precio esperado de la acción* y no sólo el precio original. Pero una *ganancia de capital* es también una expectativa de ganancia, es decir, no es segura.

En la fórmula 7.4 también aparece una *tasa de rendimiento requerida* y debería agregarse por el *inversionista*. Ésta ya no es la tasa vigente del mercado, pues se trata de una tasa libre de riesgo. Hay que recordar que la *tasa de referencia del mercado* está fijada por una *tasa líder* que por lo regular es la tasa de los instrumentos de deuda que emite el gobierno de un país (Cetes en México, Libor⁶⁵ para Inglaterra y T-bills en Estados Unidos). Sin embargo, al momento en que un inversionista compra acciones comunes de una empresa, su inversión está corriendo un riesgo, por lo tanto, la tasa que deberá exigir a la inversión en acciones comunes deberá ser mayor a la tasa del mercado. La proporción en que el inversionista exija un mayor valor a su tasa de ganancia con respecto a la tasa del mercado es directamente proporcional al riesgo que corra su inversión al comprar acciones de una empresa determinada, y esto es aún más difícil de establecer, ya que las acciones comunes no tienen una tasa de ganancia anotada, similar a la tasa cupón de los bonos.

Los mismos autores, Weston y Copeland,⁶⁶ mencionan otra fórmula para calcular el precio de las acciones comunes si se consideran varios años de pago de dividendos y crecimiento de los dividendos a través de los años. La fórmula es la siguiente:

$$VP_{ac} = p_0 = \frac{d_1}{(1+k_{ac})^1} + \frac{d_2}{(1+k_{ac})^2} + \dots = \sum_{t=1}^n \frac{d_t}{(1+k_{ac})^t}$$

donde:

d_t = dividendos pagados en el año t

k_{ac} = tasa de rendimiento requerida para las acciones comunes

Si se considera crecimiento en los dividendos, la fórmula es:

$$P_0 = \frac{d_1 + P_0(1+g)}{1+k_{ac}} = \frac{d_1}{k_{ac}-g} \quad 7.6$$

donde g = tasa de crecimiento de los dividendos.

Es probable que para los estadounidenses sea posible emplear estas fórmulas, en virtud de la estabilidad de su economía. De hecho, se podrá observar que todas las

⁶⁵ Libor. London interbank offered rate. Tasa de interés interbancaria ofrecida en Londres.

⁶⁶ *Idem*.

fórmulas para el cálculo del precio de acciones comunes son expectativas de ganancia. La diferencia entre Estados Unidos y México es que en aquel país existe mayor probabilidad de que se cumplan ciertas perspectivas macroeconómicas y, por lo tanto, los pronósticos hechos por las empresas respecto a sus ganancias también tienen una elevada probabilidad de cumplirse, en tanto que en México es difícil pronosticar para un año y más complicado aún pronosticar ganancias y tasas de crecimiento de esas ganancias para varios años. Así, el precio de una acción común se determina en México, exclusivamente por el equilibrio entre la oferta y la demanda de esa acción común y no por el uso de las fórmulas mostradas.

A continuación se muestra un ejemplo del uso de estas fórmulas:

EJEMPLO 7.9 La acción de una empresa pagó el año pasado \$18.00 de dividendo por cada acción. Tanto las utilidades como los dividendos han crecido a una tasa de 4% anual en cada uno de los últimos años y se espera que así continúen. Si las utilidades y los dividendos crecen 4%, el precio de la acción crecerá a la misma tasa. La tasa requerida para acciones comunes se calcula como una tasa libre de riesgo más otra tasa llamada *prima de riesgo*. La tasa libre de riesgo es la tasa líder del mercado (en México es la tasa que ofrecen los Cetes) $R_f = 15\%$ y la prima de riesgo depende del tipo de acción que se esté comprando, en este ejemplo $i = 8\%$. Calcular el precio que deberá pagarse por la acción.

SOLUCIÓN Tasa de ganancia requerida para la acción $= k_{ac} = R_f + i = 0.15 + 0.07 = 0.22$.

Si el dividendo pagado en t_0 fue de \$18.00, el dividendo pagado para el próximo año es: $d_1 = d_0(1 + g) = 18.00(1 + 0.04) = 18.72$.

Utilizando la fórmula 7.5 se calcula el precio de la acción:

$$P_0 = \frac{18.72}{0.22 - 0.04} = \$104.00$$

A continuación se mencionan algunos de los 50 axiomas o consejos más utilizados en Estados Unidos⁶⁷ por los inversionistas de la Bolsa de Valores:

- ❶ Si tiene acciones perdedoras, cuide mucho su estrategia de compraventa.
- ❷ Las buenas compañías compran sus propias acciones, lo cual significa que se deben adquirir acciones de compañías que hayan comprado o estén comprando sus propias acciones.

⁶⁷ Los 50 axiomas aparecen en el libro de Michael D. Sheimo, *Stock Market Rules*, Probus Publishing Co., Chicago, III, EUA, 1991.

- ① Nunca compre una acción sólo porque tiene un precio bajo, para comprar hay que observar mucho más que el precio.
- ① Compre las acciones que se dividen.⁶⁸
- ① Siga a pocas acciones, no trate de conocer el movimiento minucioso de todas las acciones que cotizan en el mercado.
- ① Obtenga información antes de invertir, no después.
- ① Compre acciones cuando el mercado está débil, venda cuando el mercado está fuerte.
- ① Si está perdiendo con unas acciones, tome la pérdida rápidamente, no espere a que se recupere el precio, podría ser peor.
- ① Compre en lunes, venda en viernes.
- ① Nunca se case con una sola acción. La diversificación es la clave para el éxito de su portafolio de inversión.
- ① Actúe rápido y estudie el mercado en sus ratos de ocio.
- ① En la mayoría de los casos el fraude es impredecible.
- ① Invierta en lo que mejor conoce.

Sin embargo, para *tomar una posición*, es decir, para emprender una acción determinada al invertir, el análisis del entorno económico va más allá. El último axioma mencionado dice *invierta en lo que mejor conoce*, y esto no sólo se debe aplicar a que se conozca bien una acción bursátil o un sector económico, sino que se conozca bien el funcionamiento de la economía de un país, cuáles son los factores a los que es más sensible y cómo interactúan las variables para afectar los principales indicadores de la economía de un país. En realidad, éste es el secreto para invertir correctamente, no es una cuestión de suerte sino de conocimientos.

Considere que usted puede invertir de manera más segura si es capaz de explicar, con una base técnica, qué va a suceder en la Bolsa de Valores de su país, y por lo tanto, qué le va a suceder a su inversión si:

- ① El tipo de cambio está fuerte (o débil) y cuál es el tipo de control de cambio que aplica el gobierno a la moneda (flotación libre, paridad sucia, etc.).
- ① El valor que tenga el déficit fiscal como un porcentaje del PIB.
- ① Si el precio internacional del petróleo sube (o baja).
- ① De acuerdo con la cantidad y calidad del ahorro externo (el dinero que otros países invierten en México).
- ① La actividad del comercio exterior del país.
- ① El comportamiento del PIB.
- ① La tendencia de la inflación.

⁶⁸ División de acciones es cuando una empresa emite más acciones de las que tiene en circulación; por ejemplo, si tiene 100 000 acciones, las divide y ahora tendrá 200 000 aunque el precio también baja a la mitad. Cuando paga dividendos lo hace con las nuevas acciones en vez de pagar en efectivo.

- ③ La evolución de las tasas de interés.
- ③ La tasa de interés vigente en Estados Unidos.
- ③ Crecimiento (o recesión) económico en Estados Unidos.

RESUMEN

En este capítulo se ha mostrado la necesidad de tener los conocimientos mínimos sobre las variables macroeconómicas más importantes, como el PIB, la balanza comercial, los factores que influyen en la paridad de una moneda, etc., con objeto de enfatizar que el invertir o arriesgar cierta cantidad de dinero no es un juego, por el contrario, la ignorancia sobre el manejo de inversiones ha llevado en México, y probablemente en muchos otros países, a miles de personas a la ruina económica.

Se han mostrado los instrumentos de inversión más comunes en la bolsa de valores de cualquier país capitalista, aunque dependiendo del país, los instrumentos aparecen con diferentes nombres. Se mostraron sus características principales y los métodos de evaluación económica de cada uno de ellos, tales métodos permiten calcular su precio y el rendimiento que se puede obtener.

Con esta información, que dista mucho de ser completa, se espera orientar con el mínimo indispensable a los actuales y futuros inversionistas en instrumentos negociados en cualquier bolsa de valores.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Una empresa emite papel comercial (PC) a un plazo de 91 días. Si el precio de venta de cada título es de \$82.75 para cobrar al vencimiento \$100, ¿cuál es el rendimiento otorgado por la empresa al cabo de 91 días?

RESPUESTA 20.84%.

NOTA Se debe utilizar la fórmula 7.1 para el cálculo directo. Si se desea utilizar la fórmula 7.3 para el cálculo, se obtendrá un rendimiento anual que no se podrá utilizar para calcular el rendimiento a 91 días, al dividir i_{anual} entre 4, a menos que considere que $360 \div 91 = 3.956044$. Utilice esta consideración para problemas similares.

2. La empresa financiera *Doornail Loans* requiere de capital de trabajo y está emitiendo PC a 182 días. El valor par de cada título de PC es de \$100. La empresa desea pagar un rendimiento anual de 8.25%. ¿Cuál es el precio de compra de cada título de PC?

RESPUESTA \$95.78544.

3. La conocida caja de ahorros *Wilting Investments* compró Cetes con valor de \$2 872 529.00 para recibir \$3 000 000 dentro de 91 días. Después de 28 días de haber comprado los Cetes tuvo una urgente necesidad de contar con efectivo y vendió los Cetes. ¿Cuál debió ser el precio justo de venta a los 28 días? Recuerdese que quien compre los Cetes recibirá \$3 000 000 en 63 días.

RESPUESTA \$2910581.8.

4. El representante de una casa de bolsa sabe que usted cuenta con dinero en este momento y le ofrece un PC en \$987 610 para cobrar \$1 000 000 en 70 días. Usted tiene la absoluta certeza de que la tasa de interés del mercado en los siguientes tres meses permanecerá en 7% anual. ¿Compraría usted el PC que le ofrecen? Justifique su respuesta.

RESPUESTA No se deben comprar por el rendimiento que ofrecen y por el riesgo que implica comprar PC.

5. Supóngase que usted no compró el PC bajo las condiciones planteadas en el problema anterior y que a los 15 días de tomar esa decisión cambian las expectativas de la economía del país y se da por cierto que la tasa de interés del mercado será de 8.5% en el próximo año. ¿Cuál debe ser el nuevo precio del PC, tomando en cuenta que en el mercado existen alternativas de inversión que ofrecen 8.5% de rendimiento anual y que sólo faltan 56 días para el vencimiento del PC?

RESPUESTA \$986950.32.

6. Una persona compró bonos de la empresa *Wicked Business Co.* El valor par de cada bono es de \$1 000 y paga un rendimiento de 12% anual con pagos semestrales de interés, con vencimiento a 10 años. Exactamente un año después de la compra, el interés del mercado disminuye a 9.6% anual. ¿Cuál es el nuevo valor del bono si el tenedor lo quiere vender: a) inmediatamente antes de cobrar el segundo pago de interés semestral; b) inmediatamente después de cobrar el segundo pago de interés semestral?

RESPUESTA a) \$1 153.56; b) \$1 093.56.

7. La empresa exportadora *Grubby Trade Intl.* ha emitido bonos por 30 millones de dólares para financiar un nuevo proyecto. El bono pagará un interés de 9.8% anual con pagos semestrales de interés con un vencimiento a 15 años. Le ha tomado cuatro meses a la empresa realizar todos los trámites de la emisión del bono, tiempo en el cual el interés del mercado se elevó a 12.64% anual, lo que provocó una disminución del valor de los bonos en el mercado. ¿Cuál es la cantidad de dinero que recibirá la empresa con las nuevas condiciones del mercado por la venta del bono?

RESPUESTA 24384838.16 dólares.

8. Un banco reconocido internacionalmente ofrece a pequeños inversionistas su Plan de Ahorros en pagarés *Dolefull Gains*, en el cual, con una inversión mínima de 500 dólares (USdolls) se pueden obtener ganancias a un interés de 10.25%. Una persona deposita 3 000 USdolls y hace un contrato para invertir el dinero durante 112 días. ¿Cuánto dinero se acumulará en la cuenta de este inversionista al final de los 112 días?

RESPUESTA 3 095.66 dólares.

9. Un ahorrador quiere disponer de \$52 231.25 dentro de 50 semanas (350 días), para lo cual, un asesor de inversiones le aconseja comprar pagarés bajo el plan de inversión *Fetching Bargain*, que consiste en que cada siete días el inversionista deposita en el banco \$1 000, los cuales dejará depositados el tiempo restante para ajustar las 50 semanas. Por ejemplo, el primer depósito lo dejaría 50 semanas, el segundo lo dejaría 49 semanas, el tercero 48 semanas, etc., de forma que haría 50 depósitos semanales de \$1 000 cada uno, y el último quedaría depositado sólo una semana. Si el inversionista acepta tal plan, ¿cuál es la tasa de interés que paga el banco, de forma que al final de la semana 50 la cantidad acumulada sea de \$52 231.25?

RESPUESTA 9% anual.

10. La empresa transnacional fabricante de fibra óptica Fib. Co. colocó a la venta acciones preferentes a un precio de \$95 cada una, ofrece un interés de 11.5% anual. Una persona recién jubilada quiere invertir su dinero y considera que con un ingreso anual de \$60 000 de manera perpetua, podría vivir cómodamente el resto de su vida. Si esta persona compra acciones preferentes de Fib. Co., ¿cuántas acciones debe comprar para que los dividendos que cobre le proporcionen \$60 000 al año?

RESPUESTA 5 492 acciones.

11. La popular Sociedad de Inversión de Capitales *Rotten Savings* está ofreciendo a todo público hacerse socio si compra acciones preferentes que pagan un interés fijo anual de 8.7%. Cada acción tiene un valor par de \$100. Si *Rotten Savings* tiene información confidencial de que el interés del mercado será en los años futuros de 9.65% anual, ¿cuál es el precio al que debe vender cada acción preferente?

RESPUESTA \$90.15.

12. La empresa *Cajoling People*, que vende productos por Internet, ha tenido un crecimiento asombroso de 16% en cada uno de los últimos dos años y se espera que continúe así en los siguientes cuatro años. El dividendo que pagó en el año 1 fue de \$24.75, y al final del año 2 pagó \$28.71 por cada acción común. La tasa libre de riesgo del mercado es de 7.5%, en tanto que el premio al riesgo asignado

a la empresa es de 18.9%. Si usted estuviera interesado en comprar acciones comunes de *Cajoling People* y mantenerlas de los años 3 al 6, ¿cuánto debería pagar por cada acción?

RESPUESTA \$93.08.

13. Supóngase que usted compró las acciones de *Cajoling People*, pero que después de un año sólo cobró el dividendo correspondiente al año 3, y que después de esto la empresa anunció que sus expectativas de crecimiento se han reducido a sólo 5% en cada uno de los siguientes tres años. Si usted decidiera vender las acciones en ese momento: a) ¿cuál sería el valor de mercado de cada acción? b) ¿Cuánto disminuyó el valor de cada acción respecto al valor que tendría si se hubieran mantenido las expectativas de crecimiento de 16% de los años 3 a 6?

RESPUESTA \$14.63.

INVERSIONES EN EL SECTOR PÚBLICO

OBJETIVO GENERAL

- ◆ Al terminar de estudiar el presente capítulo, el estudiante será capaz de contribuir en la toma de decisiones de inversión por parte del sector público.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ◆ El estudiante aprenderá los métodos para evaluar los beneficios sociales de una inversión pública.
- ◆ El estudiante conocerá los problemas metodológicos de evaluar el beneficio-costado de una inversión.
- ◆ El estudiante entenderá los principios éticos que deben regir una decisión en la inversión pública.

Introducción

Si existe una entidad que siempre va a realizar inversiones en un país, es el sector público, es decir, el gobierno, visto en cualquiera de sus niveles, ya sea como municipio, como estado (departamento) o como Gobierno Federal. El motivo de por qué el gobierno siempre va a realizar inversiones radica en la razón de ser del propio gobierno.

Con independencia de la forma en que haya sido electo un gobierno (por imposición o democráticamente), su función es distribuir la riqueza que se genera en el país y llevar a cabo acciones tendientes a mejorar el bienestar de los gobernados. En todos los países se genera riqueza, ya sea por la explotación de los recursos naturales que tiene el país, por la transformación de materias primas que agregan valor a los productos, los cuales son vendidos a consumidores nacionales o extranjeros y por la prestación de servicios de todo tipo.

El dedicarse a cualquiera de las actividades mencionadas, que comprenden los sectores primario, secundario y terciario, genera riqueza para quien las ejerce, individuos y empresas. A su vez, el gobierno solicita a quienes se dedican a estas actividades, compartir sus ganancias por medio de los impuestos, que como su nombre lo indica no se pagan por gusto sino porque el gobierno elabora leyes que fuerzan a las entidades productoras a compartir ganancias.

De esta forma y de algunas otras, como cobrar los servicios que presta a los ciudadanos, es como el gobierno obtiene dinero. La obligación legal del gobierno es gastar (invertir) ese dinero en obras o acciones que eleven el nivel de vida o el bienestar social de los gobernados. Se anotó la palabra *gastar* y no *invertir* porque en ingeniería económica la palabra *inversión* tiene una connotación de lucro y el gobierno no invierte con fines de lucro, es decir, se supone que si, por ejemplo, el gobierno gasta en la instalación y funcionamiento de un hospital, no es para que el gobierno gane dinero con esa inversión. Sin embargo, si se toma a la palabra *invertir* como la acción que consiste en colocar dinero en actividades productivas, se puede decir que el gobierno *sí invierte*, ya que gasta o coloca dinero en actividades productivas, como producir servicios de salud o de educación.

La gran pregunta que se hacen todos los gobiernos es: ¿En qué debo invertir el dinero recaudado para generar el mayor bienestar a los ciudadanos? La definición de *bienestar social para los ciudadanos* es lo que siempre causará polémica, no importa si el país ya está desarrollado económicamente o si está en vías de desarrollo. Por ejemplo, en países como México se reconoció que en el año 2000 más de la mitad de la población era pobre;¹ aquí no hay duda de lo que significa elevar el bienestar de los ciudadanos, porque el gobierno lleva a cabo acciones para acabar con esa pobreza, el problema es que al ser millones los pobres y muchos de ellos sumidos en la pobreza

¹ Informe anual de la ONU, *Características económicas regionales* 2000.

extrema, ¿a quién darle primero?, ¿cuánto se le va a dar?, ¿qué se le va a dar?, pues los recursos económicos disponibles son muy escasos.

Si el país ya está desarrollado económicamente, el problema es el mismo, aunque en otra dimensión. Aunque todos los servicios básicos (salud, educación, vivienda, alimentación, empleo, nivel salarial, etc.) estuvieran cubiertos, situación que es casi imposible de alcanzar, pero suponiendo que así fuera, el gobierno y los propios ciudadanos pedirían una mejora en los servicios básicos y las preguntas serían las mismas: ¿Cuál servicio se deberá mejorar primero? ¿Cuánto se va a mejorar? ¿Cuáles características del servicio se van a mejorar?

El problema se complica aún más si se acepta que la mayoría de las inversiones que realiza el gobierno producen beneficios que no son cuantificables en términos monetarios. Por ejemplo, es innegable el beneficio que se produciría si en cualquier pueblo indígena de América Latina el gobierno invirtiera en instalar, ampliar o mejorar los servicios de salud; si así fuera, disminuiría la *tasa de morbilidad*,² sobre todo en enfermedades gastrointestinales y respiratorias, y también bajaría la tasa de mortalidad de esas poblaciones; sin embargo, el beneficio obtenido no se puede expresar en términos monetarios. Pero además, habrá muchos grupos sociales que exigen al gobierno la instalación de servicios de todo tipo si es que no cuentan con ellos, o la ampliación y mejora de los servicios con los que ya cuentan.

Pero no sólo los pobres exigen al gobierno, las grandes empresas también piden mejores servicios. Argumentan que gracias a ellas el gobierno recibe impuestos y que además son las que generan miles de empleos, por lo tanto, el gobierno debe atender sus demandas, de lo contrario, amenazan con cerrar o emigrar a otro país. En este contexto, en la sociedad existen diversos intereses que el gobierno deberá atender de la mejor manera posible. A esta mejor manera posible de atender las demandas de la sociedad, sobre la mayor cantidad de personas beneficiadas se le llama *mayores beneficios para la sociedad*. Se podrá deducir el conflicto que se genera cada vez que el gobierno otorga recursos para proyectos sociales; aquella entidad o grupo social que recibió menos que otra siempre va a reclamar.

Otro problema que surge son los llamados *perjuicios*, los cuales tampoco pueden cuantificarse en términos monetarios. Por ejemplo, una comunidad indígena puede solicitar no sólo servicios de salud y educación adicionales y mejorar los servicios que ya tiene, sino que además es probable que pida apoyo gubernamental para el desarrollo económico de la región. El gobierno tendría que construir tanto caminos pavimentados sencillos como carreteras, instalar redes eléctricas industriales, etc., todo lo necesario para generar polos de desarrollo económico. No obstante, el perjuicio para las comunidades sería la invasión o toma de tierras de cultivo de esas comunidades para la construcción de toda la infraestructura industrial que es necesaria para

² Tasa de morbilidad. Proporción de personas que padecen enfermedades de cualquier tipo en un sitio y tiempo determinados.

el desarrollo económico de la región, y esta toma de tierras de cultivo o de tierras consideradas como *reserva ecológica*,³ sin duda sería un *perjuicio para la comunidad*, el cual tampoco es cuantificable en términos monetarios.

Ante esta problemática y por la carencia o ignorancia con respecto a un método adecuado para tomar decisiones, muchos políticos, sobre todo de los países en vías de desarrollo, como México, utilizan *juicios de valor* al realizar las inversiones del gobierno que propicien el mayor bienestar social. Estos juicios de valor se convierten en decisiones personales que, en vez de generar el máximo beneficio social, han generado el máximo beneficio para unos cuantos, con los resultados sociales que todos conocemos.

Método tradicional utilizado para tomar decisiones de inversión en el sector público

El método más comúnmente utilizado para tomar este tipo de decisiones es el llamado *análisis beneficio-costo*, B/C, al cual también se le llama *análisis costo-beneficio*. Aunque parezcan contrarios ambos enfoques son iguales. La idea básica es que independientemente de que la inversión sea gubernamental o privada, se deberá realizar la inversión si los beneficios son mayores que los costos. Los conceptos generales de la ingeniería económica no cambian, esto es, tanto beneficios como costos deberán compararse a su valor equivalente en el mismo instante de tiempo, es decir, este análisis declara que se deben cuantificar los beneficios y costos que conlleva la inversión gubernamental a lo largo de cierto periodo, trasladar esos beneficios y costos a su valor equivalente a un mismo instante que normalmente es el presente, aplicando una tasa de descuento apropiada y comparar beneficios frente a costos. Aceptar la inversión con el método de *beneficio-costo* si los beneficios exceden a los costos, esto es, si el cociente $B/C > 1$, pero si se utiliza el método *costo-beneficio*, el cociente C/B deberá ser menor a 1, pues si fuera mayor indicaría que los costos están excediendo a los beneficios.

Si se recuerdan los conceptos presentados en el capítulo 3, el criterio del valor presente neto (VPN) para tomar decisiones de inversión declara que si el $VPN \geq 0$ deberá aceptarse realizar la inversión. Este criterio es exactamente el mismo que el criterio del análisis B/C, ya que se recordará que para calcular el VPN se trasladan a su valor equivalente en el presente los flujos de efectivo obtenidos por la inversión a lo largo de cierto periodo. Pero en los capítulos 5 y 6 se muestra que los flujos netos de efectivo se obtienen como la diferencia entre ingresos y costos; a los ingresos se les puede considerar como beneficios económicos y a los costos se les puede llamar per-

³ Reserva ecológica. Se les llama a las tierras que se considera aportan un beneficio al medio ambiente, ya sea por su contenido en biodiversidad de especies, por su contenido turístico o por su contenido cultural, de forma que está prohibido su uso para otros fines.

juicios económicos. Cuando se acepta una inversión porque su VPN es mayor que cero, en realidad se deduce que esto sólo es posible si los beneficios económicos (ingresos) son mayores a los costos, con lo cual se puede concluir que el método del VPN y el análisis B/C son exactamente iguales desde el punto de vista metodológico, excepto que en las inversiones gubernamentales no hay ingresos sino beneficios sociales que no son cuantificables en términos monetarios, aunque inversión y costos sí existen, ya que todo proyecto social tiene una inversión y, por supuesto, costos monetarios. Ésta es la razón por la cual al método se le llama *beneficio-costo* y no sería apropiado referirse a este método de evaluación social como *valor presente neto social*.

Otra causa importante por la cual los criterios de evaluación público y privado no pueden ser los mismos es que en el sector público no hay competencia, lo que obliga a no maximizar las ganancias. Es probable que se piense que las escuelas particulares compiten con la educación impartida por el gobierno y que los hospitales particulares son una competencia para los servicios de salud que presta el gobierno. En realidad, son más un complemento que una competencia. Al menos en México, el gobierno estaría incapacitado económicamente para ofrecer de manera gratuita toda la educación que se imparte, desde la básica hasta los posgrados, de acuerdo con las necesidades educativas del país. Asimismo, el país no tiene la capacidad económica para prestar todos los servicios de salud que la población requiere. Los servicios privados, ya sean educativos o de asistencia a la salud, más que competir con el gobierno lo ayudan con esta pesada carga.

La metodología para considerar el valor del dinero a través del tiempo es la misma, pero los cálculos no manejan el mismo tipo de elementos. Uno manejará ingresos en términos económicos, otro implica beneficios sociales que tienen un valor intrínseco pero que es necesario expresar en términos económicos, aunque la mayoría de las veces esto no será posible. Otro factor de diferencia es que ambas evaluaciones, la de proyectos privados y la de proyectos públicos, deberán contar con una tasa de interés de referencia. En el sector privado, la TMAR (tasa mínima aceptable de rendimiento) considera el riesgo de la inversión, y es fijada por el inversionista en función del riesgo que perciba de la inversión que va a realizar; en tanto que en el sector gubernamental existe una tasa de referencia que no toma en cuenta el riesgo de la inversión. El riesgo al que se refiere la TMAR es el de bancarrota y ésta puede ser causada por dos factores: el primero es que no se venda la cantidad de producto (o servicio) pronosticada, que disminuyan los ingresos y que la empresa quiebre; el segundo factor es que cualquier empresa normalmente trabaja en mercados muy competidos, de forma que cualquier falla en los productos de la empresa, como deficiencias en calidad, en la entrega, en precios elevados debido a ineficiencias, etc., pueden provocar la bancarrota de la empresa. El gobierno no enfrenta estos problemas, ya que no vende sus servicios o productos, ni tampoco tiene competencia, es decir, una escuela o un hospital del sector público jamás enfrentarán problemas de bancarrota. En apariencia el gobierno vende los servicios que presta, por ejemplo, si una persona acude a una oficina de gobierno para obtener una licencia para conducir

un vehículo o una licencia de construcción, deberá pagar cierta cantidad de dinero, pero el gobierno hará este cobro con el objeto de recuperar algunos costos y no para lucrar, como lo hacen las empresas privadas.

Cómo funciona el método beneficio-costos

Estados Unidos de América del Norte (EUA) se ha preocupado mucho por buscar la maximización de los beneficios sociales en las inversiones realizadas por el gobierno. En 1972, el Departamento de Defensa, en la instrucción 7041.3, planteó la definición del análisis beneficio-costos como sigue:⁴

Un enfoque analítico para resolver problemas de selección requiere la definición de objetivos, identificación de alternativas para llevar a cabo cada uno de los objetivos, así como la identificación para cada objetivo de la alternativa que genere el nivel requerido de beneficios al costo más bajo. A este mismo proceso analítico con frecuencia se le llama análisis costo-efectividad, cuando los beneficios que se han generado de cada una de las alternativas no pueden cuantificarse en términos monetarios.

Ahora, el problema consiste en hacer operativa esta definición. De acuerdo con ésta, se pueden considerar cuatro pasos que deben seguirse al realizar un análisis beneficio-costos.

1. Realizar un análisis de los programas sociales que el gobierno pretenda realizar, especificando los objetivos de cada programa.
2. Analizar los beneficios que va a generar el proyecto social en términos de los objetivos declarados en el punto 1.
3. Medir en términos monetarios los beneficios, costos y perjuicios que generaría el proyecto.
4. Realizar los pasos 1 a 3 para cada alternativa, y seleccionar aquella que genere los mayores beneficios, de acuerdo con los objetivos del proyecto y al menor costo.

El paso 1 deberán realizarlo los ministerios correspondientes, debido a que ellos son los encargados de determinar cuáles son las necesidades más apremiantes de la sociedad en todos los sectores y estratos sociales. El problema no es saber el sector o estrato social que necesita obtener beneficios, ya que en un país en vías de desarrollo todos necesitan mejorar su condición social, el problema es jerarquizar esas necesidades por sector y por estrato social.

⁴ James T. Campen, *Benefit, Cost and Beyond - The Political Economy of Benefit-Cost Analysis*, Ballinger Publishers Co., Cambridge, MA, 1986.

Problemas metodológicos que enfrenta el análisis beneficio-costos

Una vez que se ha mencionado el procedimiento que más se sigue para realizar un análisis beneficio-costos en inversiones gubernamentales, que es el método generalmente aceptado, es necesario analizar sus ventajas y desventajas.

Se puede decir que no tiene más ventaja que cualquiera de los métodos tradicionales que han sido desarrollados para tomar decisiones económicas de inversión. Ya se comentó en el apartado anterior que si el analista es capaz de expresar en términos monetarios los beneficios y perjuicios o daños que va a generar una determinada obra del gobierno, entonces el método se convierte sólo en un cálculo del valor presente neto (VPN). Es decir, no tiene gran ventaja con respecto a los métodos ya conocidos; sin embargo, tiene muchas desventajas.

Antes de discutir las desventajas es conveniente mencionar que en los países desarrollados, que es donde se han diseñado métodos y criterios para tomar decisiones de inversiones gubernamentales, las necesidades sociales son muy distintas a las que existen en los países en vías de desarrollo, es decir, en los países pobres. Mientras que podemos leer en libros de textos estadounidenses de ingeniería económica⁵ que existe la preocupación del gobierno de ese país en gastar el dinero en bibliotecas, parques públicos de diversiones, mejores lugares de esparcimiento, mejores carreteras, etc., en los países pobres las necesidades son diametralmente opuestas.

En países como México hay una serie de necesidades sociales básicas aún no cubiertas, como bajar el índice de analfabetismo a cero, llevar servicios de salud, luz eléctrica y agua potable a todos los habitantes, sólo por citar algunas necesidades urgentes, y parece que en la mayoría de los países de América Central y en algunos de América del Sur, el problema no es muy distinto. En estos países, el esparcimiento, la diversión y las bibliotecas pueden esperar un poco. No es posible pensar en dar mejores bibliotecas a los habitantes de las grandes ciudades, cuando aún existen millones de analfabetas en el resto del país. No es posible pensar en la diversión y el esparcimiento mientras millones de habitantes no cuentan con agua potable y luz eléctrica en sus hogares. Desde este punto de vista, los métodos y criterios para tomar decisiones de inversión gubernamentales no pueden ser los mismos en los países desarrollados que en los pobres.

Se puede mencionar la forma en que el método beneficio-costos pretende medir *beneficios y perjuicios*. El utilizar números es una práctica común dentro de una amplia variedad de materias relacionadas con fenómenos muy diversos. Un número se utiliza para enfatizar el conocimiento sobre las características de un fenómeno o sobre los atributos de un objeto. El uso correcto de números sólo es posible si un número va a representar una propiedad formal del fenómeno u objeto en estudio.⁶

⁵ Una lista de ellos se encuentra al final del capítulo.

⁶ French, S., *Decision Theory: an introduction to the mathematics of rationality*, Ellis Horwood Ltd., Wiley, UK, 1988.

La ingeniería económica está interesada, en este caso, en medir la mejora del bienestar social (objeto en estudio), cuyas propiedades formales son las características que definen al bienestar social.

Los números, en general, se pueden utilizar con dos fines: el primero es identificar a un objeto, hecho, fenómeno o actividad. El segundo es representar la propiedad de un objeto. En el primer caso, el uso de un número para identificar “algo” se da, por ejemplo, al asignar un número a una casa: José vive en la Av. Primavera núm. 80. Esto no significa que una casa, en la misma calle, con el número 75 sea más pobre, ni más chica, ni más fea y que sea lo contrario para casas de la misma calle marcadas con números mayores a 80. Si se habla, por ejemplo, del número de licencia para conducir, que es otro uso de un número para identificar, y una persona tiene el número de licencia 98573625, no significa que aquella persona que tenga la licencia con el número siguiente sea mejor conductor que el anterior, que sea más alto, etc. Sin duda, el uso de números para las situaciones mencionadas es muy útil por la gran variedad de aplicaciones prácticas que tiene, pero desde el punto de vista estrictamente formal es una expresión que carece de valor, por lo tanto no es un número.⁷ Se sabe que no es un número porque no se pueden realizar operaciones numéricas con esas asignaciones, por ejemplo, si sumamos los números de las casas 80 y 85, no vamos a obtener la casa marcada con el número 165. Asimismo, aunque seguramente habrá casas marcadas con números menores y mayores a 80, no se puede decir que sean mayores o menores en términos de alguna característica de la casa, ni siquiera en su ubicación, porque no se puede decir que la casa marcada con el número 80 tiene una mala ubicación con respecto a la casa marcada con el número 82, ya que la expresión correcta es que la casa marcada con el número 80 está adelante (o atrás, dependiendo de la ubicación del observador) de la casa marcada con el número 82. Con los ejemplos mencionados tampoco se pueden realizar operaciones de preferencia, por ejemplo, no es posible decir que se prefiere la casa marcada con el número 80 comparada con la casa marcada con el número 75, basándose simplemente en la asignación de números que tienen las casas. Hacen falta otras características para tomar una decisión de preferencia del tipo mencionado.

Sin embargo, cuando un número representa una propiedad o característica de un fenómeno u objeto es posible realizar operaciones matemáticas y tomar decisiones de preferencia. Por ejemplo, una propiedad de un hombre (objeto) es el peso que tiene expresado en kilogramos (o en cualquier otra unidad de peso). Si un hombre A pesa 72 kg y otro hombre B pesa 90 kg, es posible la suma de esa propiedad en los dos hombres: 72 kg más 90 kg y el resultado es 162 kg. También es posible dividir y restar esas propiedades (la resta de los pesos de los hombres A y B es 18 kg). También es posible realizar comparaciones: B es más pesado que A. También existe la opción de tomar decisiones de preferencias: para un hombre cuya estatura es de 1.70 metros

⁷ *Ídem.*

es preferible pesar 72 kg que pesar 90 kg. Parece que no es necesario abundar mucho para explicar las propiedades que se deben observar cuando en un número está representada una característica del fenómeno en estudio y cuando no la está representando.

Cuando se habla de bienestar social, de beneficios y perjuicios, que son los conceptos que se manejan como producto de las inversiones gubernamentales, existen muchas características o propiedades que, a pesar de que les sea asignado un número, es imposible que éste represente con exactitud la característica que pretende ser medida. Cualquier persona con cierta instrucción sabe exactamente el significado de “80 kg de peso”; sin embargo, las características de bienestar social como salud y educación, no pueden representarse con un número, es decir, es imposible decir que el individuo A pesa 72 kg y tiene 8 de salud, aunque sí se puede decir que el individuo A tiene una educación básica terminada, pero esto es relativo porque no todos los individuos que han terminado ese nivel educativo tienen exactamente los mismos conocimientos, aunque existen mínimos. Cuando en un número está representada una característica del objeto de estudio, nadie duda de su significado, por ejemplo, nadie duda de lo que significa “un hombre pesa 80 kg”, pero cuando un número trata de representar una característica del objeto que no está bien definida, entonces surge la confusión; si se analizan, se verá que todas las características que conforman el bienestar social son difusas, por lo tanto, no se pueden expresar mediante un número. En este sentido, el método beneficio-costos pretende señalar en términos monetarios el bienestar de una sociedad, lo cual es totalmente imposible. Esto quedará más claro cuando se intenten definir las características del *bienestar social*.

Un tercer problema que presenta el método beneficio-costos es la determinación de la tasa mínima aceptable de rendimiento (TMAR, véase capítulo 3). En la literatura especializada aún se debate la mejor manera de establecer el valor de la TMAR. Se recordará que la TMAR es una tasa de referencia que el inversionista determina como aquella tasa de ganancia que él requiere ganar para tomar la decisión de invertir en determinado proyecto. La TMAR está compuesta de dos tasas, una que es la inflación y la otra que es el llamado premio al riesgo. La *tasa de inflación* determina parcialmente el valor de la TMAR, porque es bien sabido que la inflación disminuye el poder adquisitivo de los consumidores y en el caso del inversionista baja el valor de su inversión; por lo tanto, inicialmente se deberán tener ganancias monetarias que compensen esa pérdida de poder adquisitivo por causas externas a la empresa. A mayor inflación habrá mayor ganancia debido a que se perderá más poder adquisitivo. En segundo lugar está la tasa de ganancia llamada *premio al riesgo*; ésta debe reflejar el hecho de que cualquier inversionista arriesga su dinero al invertir, a mayor riesgo mayor ganancia. En el capítulo 6 se demostró que, para efecto de tomar decisiones de inversión, es posible eliminar la inflación del análisis, por lo que la tasa que realmente debe importar al inversionista es el premio al riesgo.

Analícemos ahora el hecho de que las inversiones públicas corresponden al gobierno, a la luz del hecho ya comentado sobre que sus inversiones no tienen riesgo, ya que el gobierno no tiene competencia y nunca va a estar en bancarrota, en el sentido en el

que llegan a estar las empresas privadas. Se puede concluir que si el gobierno no tiene competencia, no tiene riesgo de bancarrota y su objetivo en la prestación de servicios no es lucrar, entonces su tasa de referencia o premio al riesgo debe ser de cero.

También es válido preguntar ¿de dónde proviene el dinero que el gobierno tiene disponible para realizar inversiones? ¿Proviene de impuestos de la propia comunidad donde se hará la inversión? ¿Proviene de una transferencia de fondos de otros estados (departamentos) del país que generan riqueza? Es decir, ¿proviene de una redistribución de la riqueza que realiza el gobierno? o ¿proviene de un préstamo internacional que está apoyando ciertos proyectos de desarrollo? Analicemos con detenimiento cada pregunta.

El gobierno de cualquier país puede distribuir su riqueza sólo cuando la genera (dinero) o si pide prestado. En general, las ciudades que generan más ingresos para el gobierno, vía impuestos, son las más industrializadas; los impuestos se generan a partir de los ingresos que perciben las empresas y, por parte de los trabajadores de esas empresas, por los sueldos que perciben. Así, un estado (departamento) de elevada actividad industrial generará tal cantidad de riqueza y de impuestos (ambos expresados en dinero), que el gobierno no tiene inconveniente en dotar a aquella ciudad de todos los servicios necesarios para sus habitantes, desde los básicos como educación, salud, agua potable, luz eléctrica, carreteras, etc., hasta otros servicios un poco más sofisticados, como mejora de jardines públicos, diversiones (como teatros, cines), creación de monumentos nacionales, etc. La tasa de referencia (TMAR) que debe aplicar el gobierno en sus inversiones, en comunidades que generan su propia riqueza, es de cero. En estos casos, el gobierno se convierte en un administrador de la riqueza que se genera.

Cuando ya han sido cubiertas estas necesidades básicas y muchas veces ya se han cubierto otras no tan básicas, la obligación de todo gobierno es redistribuir la riqueza que se genera en aquella ciudad, transfiriendo recursos económicos a otras ciudades y comunidades no tan industrializadas. Deberá empezar generando los servicios básicos hasta que estos hayan sido cubiertos. En este caso el gobierno se convierte en un administrador y distribuidor de riqueza, pero aquí es donde se debe tener mucho cuidado porque sería injusto para las ciudades industrializadas que siempre se tome dinero de la riqueza que ellas generan, para transferirlo a las ciudades que no crean su propia riqueza, pues para éstas resultaría muy cómodo.

Supóngase que durante cierto periodo las ciudades industrializadas generan riqueza sólo para mantener adecuadamente los servicios que ya tienen, es decir, no crean un excedente de riqueza que pueda ser distribuido. Es evidente que las ciudades no generadoras de riqueza seguirán demandando no sólo el mantenimiento de los pocos servicios que tienen, sino la creación de nuevos servicios. Si éste es el caso, el gobierno no tendría más remedio que solicitar créditos, ya sea a la banca nacional o internacional, para contar con los recursos monetarios necesarios, en cuyo caso, el gobierno ahora se convierte en administrador y deudor de capital, debido a su obligación de generar bienestar social.

Con respecto al valor de la TMAR que el gobierno debe asignar a sus inversiones, dependerá entonces de donde esté tomando el dinero para realizar dichas inversiones. Seguramente no debe ser la misma TMAR cuando la inversión se realiza en ciudades industrializadas que generan su propia riqueza; cuando se está invirtiendo en ciudades que no están industrializadas, pero el dinero proviene de una distribución de riqueza, o cuando se invierte en ciudades no industrializadas pero se ha pedido un crédito a la banca internacional para disponer del dinero necesario; el origen del dinero es distinto y, por lo tanto, su costo también. Todavía se podría admitir que, si la inversión en ciudades no industrializadas se realiza con dinero proveniente de ciudades industrializadas, es decir, el dinero para invertir proviene de una redistribución de la riqueza, la TMAR tendría un valor de cero, pero hay que tomar en cuenta que tal transferencia de riqueza no puede ser permanente porque a largo plazo habría más perjuicios que beneficios para el país. En caso de que el gobierno genere deuda para conseguir dinero e invertir en la mejora del bienestar social de la población, la TMAR deberá ser, sin duda, la tasa de interés del préstamo.

Definición de las características de bienestar social

Regresemos ahora a la definición dada por el Departamento de Defensa de Estados Unidos en su instrucción 7041.3 de 1972, que al final declara:

A este mismo proceso analítico con frecuencia se le llama análisis costo-efectividad, cuando los beneficios que se han generado de cada alternativa no pueden cuantificarse en términos económicos.

Además, en los pasos recomendados para hacer operativa esta definición se declara:

1. Analizar los beneficios que va a generar el proyecto social en términos de los objetivos declarados.
2. Medir en términos monetarios los beneficios, costos y perjuicios que generará el proyecto.

Es importante aclarar varias cosas sobre estos puntos. Primero, en el Departamento de Defensa de Estados Unidos se dieron cuenta, desde 1972, de que algunos beneficios no pueden cuantificarse en términos monetarios. Segundo, ellos mismos recomiendan medir en términos monetarios los beneficios, costos y perjuicios del proyecto, pero no declaran cuáles son los términos que deberán emplearse cuando no sea posible expresar los beneficios obtenidos en términos monetarios, y sólo declaran que a cambio de costos deberá existir una *efectividad* por el uso de recursos a cambio de unos beneficios medibles en términos monetarios, lo cual resulta más congruente, es decir, el gobierno invierte en la sociedad pero está incapacitado para expresar los beneficios obtenidos en términos monetarios, a cambio de eso debe ser posible verificar que la aplicación de recursos económicos fue efectiva para la sociedad, sin

intentar hacer mediciones de resultados. Por ejemplo, se invirtió en la construcción de un hospital en una comunidad indígena y disminuyeron los índices de morbilidad y mortalidad. Es imposible medir en términos monetarios el resultado, sin embargo, hubo un efecto evidente por la aplicación de recursos económicos.

La raíz del problema radica en el concepto que debe tenerse sobre el significado de *bienestar social*. Recuérdese que todas las inversiones gubernamentales tienen como objetivo incrementar el bienestar social. Si somos capaces de declarar lo que significa tal concepto, estaremos en mejor posición para medir una mejora del bienestar social. En la práctica, fenómenos de este tipo contienen tal cantidad de factores diversos que muchos de ellos no sólo es difícil medirlos, sino aun identificarlos. Malhotra⁸ les llama *constructos* a los fenómenos complejos y dice que no es posible su observación directa, sugiriendo que cualquier medición de constructos debe hacerse a través de variables indirectas que sean capaces de identificar su presencia o medir su nivel. La relación entre las variables que definan al constructo debe formularse a través de hipótesis susceptibles de verificación empírica.

Inicialmente se definirá el concepto de *bienestar social*. Éste es realmente el principal problema, ya que el concepto puede incluir no sólo cierta cantidad de variables, sino que cada una tiene diferentes grados de calificación. Maslow precisó las necesidades básicas del ser humano: alimento, vestido y casa; después de estas tres necesidades, puntualizó otras que dependen del estrato social al cual se pertenezca, como salud, educación, servicios indispensables como agua potable, energía eléctrica, etc. Después de haber sido cubiertas estas necesidades vienen otras, como la realización personal.

Sin embargo, faltaría definir el concepto de cada una de las necesidades, tómesese a las necesidades básicas: ¿qué significa tener alimento? Es bien sabido que muchos indígenas mexicanos tienen como único alimento la tortilla con chile (picante) y sal todos los días y, aunque sí comen, evidentemente están mal alimentados. Tal vez el concepto más avanzado con respecto a los estándares de alimentación es la propuesta de la ONU en cuanto a la ingesta mínima diaria de proteínas, vitaminas y minerales que, de cumplirse, haría que se consuma un mínimo de leche, carne, huevos, frutas y verduras por día. Desde este punto de vista, sólo un bajo porcentaje de la población mexicana y seguramente de la mayoría de los países pobres, cubre este mínimo. Se ha definido una característica de *bienestar social*, pero es imposible decir que aquella persona que ingiere el mínimo recomendado por la ONU tiene una calificación (o alimentación) de 10, que el indígena que sólo come tortillas con chile y frijoles tiene una calificación de 3, y que aquellos que superan la ingestión mínima recomendada por la ONU tienen una calificación superior a 10. Si esto es imposible, aún es peor tratar de expresar en términos económicos un avance en la alimentación humana, es decir, supóngase que el gobierno realiza una inversión tendiente a optimizar en forma permanente la alimentación de un pueblo indígena, y que la calidad de la alimentación

⁸ Malhotra, Yogesh, *An analogy to a competitive intelligence program: Role of measurement in organizational research*, www.brint.com/papers/compinL.htm, 1993.

para este pueblo indígena en realidad es mejor. ¿Será posible expresar esa mejora en términos monetarios?

Una discusión similar puede plantearse al hablar de vestido y vivienda. ¿Cuál es lo mínimo en vestido que debe tenerse para considerar que esa necesidad básica está cubierta? Hablando de vivienda, se sabe que en muchos países pobres, incluyendo a México, algunos indígenas viven en chozas construidas de madera u hojas de palma. ¿Cuáles son las características mínimas de una vivienda para considerar que quien la habita ha cubierto esa necesidad básica? Si algún organismo internacional definiera las características mínimas de una vivienda, ¿qué calificación se asignaría a las personas que viven en casa de madera, piso de tierra y techo de lámina o de palma? ¿Qué calificación se asignaría a los que habitan en una zona residencial, cuya casa tiene jardines y alberca?

Si hablamos de servicios educativos la situación no es muy distinta. La ONU, al percatarse no sólo del enorme rezago educativo de toda América Latina, sino de la baja calidad de la educación pública que se imparte, encargó desde 1995⁹ al ex presidente de Costa Rica y Premio Nobel de la Paz, Óscar Arias, que encabece un proyecto sobre educación en América Latina y el Caribe. Los principales puntos de dicho proyecto son contestar y resolver adecuadamente las siguientes preguntas: ¿Cómo alcanzar la cobertura nacional (en cada país) de la educación básica? ¿Cómo mejorar la calidad de los insumos educativos (docentes, textos, material de apoyo, etc.)? ¿Cómo reducir la tasa de deserción y repetición? ¿Cuál es y cuál debe ser el papel de la educación privada? ¿Cómo estimular la educación para la ciencia y la investigación científica? Y otras preguntas relevantes. A partir de las preguntas planteadas por la ONU es evidente que no se trata de instalar escuelas sólo porque sí.

Una opinión importante sobre el bienestar social la aporta Carlos Fuentes en su libro *Por un progreso incluyente*.¹⁰ Textualmente dice:

No podemos asegurar niveles de bienestar y participación, ni nacionales, ni globales si no atendemos primero a la segunda nación y la salvamos del olvido, la miseria y la exclusión. Debemos dar prioridad a la producción, el empleo, la salud, la habitación, el salario y la educación [...] Pero el primer deber de la nación, la sociedad y el gobierno es atender a las vastas mayorías marginadas, anhelantes, colgadas con las uñas a las barrancas de la pura supervivencia [...]

Cuando Carlos Fuentes habla de *segunda nación* se refiere a los marginados, a los pobres.

Otro punto de vista sobre el bienestar social lo proporciona Viviane Forrester en su libro *El horror económico*,¹¹ donde sostiene que la clave de todo el bienestar social es el trabajo y sus condiciones, un trabajo estable y adecuadamente remunerado

⁹ Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD), 1975.

¹⁰ Carlos Fuentes, *Por un progreso incluyente*, Instituto de Estudios Educativos y Sindicales de América, México, 1997.

¹¹ Viviane Forrester, *El horror económico*, FCE, Buenos Aires, 1997.

acabaría con toda la desigualdad social y la pobreza que existen en el mundo. Lo que buscan las grandes empresas transnacionales siempre es evadir impuestos, colocar su dinero en aquel país que les ofrezca mejores condiciones y rendimientos, donde la mano de obra sea más barata y buscar la tecnología que les permita contratar al menor número de personal. Para esta autora la clave son las fuentes de trabajo, debido a que alimento, vestido, casa, educación, salud, etc., todo lo mínimo necesario y aún más, estarían disponibles si la familia tiene un ingreso fijo.

Habría que preguntarse la situación que podría suceder si un gobierno de cualquier país latinoamericano ataca frontalmente la pobreza de sus habitantes, proporcionándoles alimento, vestido y casa, pero sin procurar fuentes de trabajo permanentes. Si esto sucede, el gobierno no sería económicamente capaz de elevar y mantener el bienestar social de manera permanente, porque para hacerlo necesita ingresos, los cuales se obtienen mediante los impuestos, que se redistribuyen en beneficio de la población. Los impuestos sólo los va a obtener si en el país existen empresas (de cualquier tipo) y trabajadores. Por lo tanto, parece que la clave es la creación de fuentes de trabajo permanentes y adecuadamente remuneradas.

Como se podrá apreciar después de analizar estas opiniones, es claro el significado de bienestar social, el problema es cuando se trata de medir. Para esto hay que retomar el concepto de constructos de Malhotra. El *bienestar social* es un fenómeno complejo que involucra muchas variables; además, cada variable es a su vez muy compleja. Como ya fue anotado, Malhotra sugiere que cualquier *medición de constructos* debe realizarse a través de variables indirectas y que, para verificar la relación entre tales variables indirectas, se requiere de la formulación de hipótesis susceptibles de verificación empírica. En concreto, al hablar del bienestar social, las variables indirectas que los definen son, como ya se ha dicho, alimentación, vestido, casa, educación, salud, etcétera.

Sin duda, el bienestar social es un constructo que, de acuerdo con Malhotra, sólo puede ser definido a través de variables indirectas porque es un fenómeno que involucra muchas variables, cada una de las cuales es muy compleja. Pero a diferencia de Malhotra, el bienestar social como constructo no puede ser medido, sino sólo definido a través de esas variables indirectas, incluso ni siquiera se sabe cuántas variables lo definen. Todas las variables que lo definen están relacionadas, pero no es necesario establecer hipótesis para verificar esta relación. Esto significa que no es necesario suponer que si se mejora la alimentación, la educación y la salud, habrá una mejora en el bienestar social. El resultado de una mejora del bienestar social va a ser cierto en la medida que se optimice cualquiera de esas variables, o al mejorar varias a la vez, con independencia de la calidad del servicio prestado.

Análisis beneficio-costo en Estados Unidos

Otra discusión que existe en torno a la mejora del *bienestar social*, es que algunos países desarrollados tienen una concepción diferente de aquella que tienen los países

en vías de desarrollo con respecto al significado de *bienestar social*. La misma V. Forrester¹² señala que en París existe la moda, los famosos espectáculos nocturnos, etc., pero que también existen personas que duermen en cajas de cartón, en las calles de algunos suburbios de aquella gran ciudad, y quién puede negar la pobreza y marginación en que viven diferentes grupos étnicos nacidos dentro y fuera de Estados Unidos, específicamente en Nueva York, la capital mundial del dinero. A pesar de que esto es bien conocido en el mundo, parece que a los teóricos estadounidenses de la ingeniería económica no les interesa tratar el tema. A continuación se mencionan ejemplos típicos de problemas de aplicación del método beneficio-costos que han aparecido durante décadas en textos de ingeniería económica en Estados Unidos, donde se muestra el tipo de problemas sociales que les interesa resolver. Sólo se mencionan los datos del problema y se comenta la solución obtenida.

EJEMPLO 8.1 Considere un sistema de transporte masivo (autobuses en perfecto estado físico y mecánico, con aire acondicionado) que tiene las siguientes características de costos:

TABLA 8.1

Concepto	Ciudadinos	Suburbanos	Total
Costo actual de todos los autobuses del sistema (\$ millones)	80	20	100
Costo anual de operación y mantenimiento del sistema (\$ millones)	15	3	18
Costo de construcción del nuevo sistema (millones)	800	200	1 000

Existen dos tipos de viajeros: los *ciudadinos*, aquellos que residen y transitan sólo por la ciudad y los *suburbanos*, los que viven y transitan en los alrededores de la ciudad. La mayoría de los viajeros suburbanos también viajan dentro de la ciudad. Las autoridades de tránsito desean determinar las condiciones óptimas de la nueva estructura del transporte, que implica la construcción de un nuevo sistema de carreteras para los dos tipos de viajeros. Cada vehículo tiene un costo de \$200 000 y una vida útil en servicio de 15 años. El nuevo sistema de carreteras tiene una vida de 30 años de servicio. Suponga que ni las carreteras ni los vehículos tienen valor de salvamento al final de su vida útil. La tasa de interés que emplean las autoridades de tránsito es de 10%.

¹² *Ídem*.

Los datos de las características físicas del nuevo sistema de carreteras (sistema de tránsito de vehículos) son:

TABLA 8.2

Descripción	Ciudadinos	Suburbanos	Total
Longitud de la nueva carretera (millas)	80	40	120
Número de viajeros por año (millones)	30	5	35
Número de autobuses en servicio	400	100	500

SOLUCIÓN El resultado del problema se obtiene calculando el costo anual uniforme equivalente (CAUE) de los costos para los sistemas ciudadanos y suburbanos. Al dividir el costo total anual entre el número de viajeros por año se obtiene el costo por viaje, tanto para un viaje dentro de la ciudad como para un viaje hacia los suburbios, así como el costo total del sistema. Los resultados son útiles para calcular los impuestos que se van a cobrar para mantener en operación al sistema, y en caso de los viajes suburbanos, el resultado sirve para la posible instalación de casetas de cobro y la determinación del pago. Los estadounidenses le llaman *optimizar el sistema*, desde el punto de vista de calcular el costo anual de operación del sistema, incluyendo a la inversión inicial pero, sobre todo, de calcular la forma en que la inversión y los costos van a ser recuperados.

Como se podrá observar, el tratamiento del problema no presenta ninguna implicación de tipo social, ya que se calculan los CAUE de cada sistema de transporte y se obtiene un costo por viaje, el cual tendrán que cubrir los ciudadanos vía impuestos. El único aspecto social que tiene el problema es que el gobierno es quien construye la nueva carretera, y se supone que toda la población de aquella ciudad resulta beneficiada con tal inversión, a cambio de unos pocos dólares más que son pagados como impuestos. Pero no hay que olvidar que la mayoría de las ciudades estadounidenses parece que están diseñadas más para que los automóviles circulen adecuadamente, que para que las personas caminen. Por esa razón, este tipo de problemas es típico en la evaluación social. En muchas ciudades de aquella nación existen tantos vehículos particulares como habitantes, por lo que el gobierno siempre está preocupado por la construcción de excelentes vías de comunicación, ya que de antemano sabe que la construcción de una nueva vía de tránsito beneficiará a más de 95% de los habitantes de una ciudad. Por lo tanto, si el lector consulta textos de ingeniería económica y revisa los problemas planteados sobre evaluación social, llegará a la conclusión de que, al menos la mitad de ellos, son sobre problemas de tránsito. La pregunta para los países de toda Latinoamérica es: ¿tienen el mismo punto de vista que estadounidenses para la construcción de mejores vías de tránsito?

EJEMPLO 8.2 En un esfuerzo por disminuir la tasa de reincidencia de delitos (el que un delincuente procesado salga de la cárcel y vuelva a delinquir), el Departamento

de Justicia considera tres tipos experimentales de prisión con nuevos programas de readaptación social. Los programas están enfocados a delincuentes peligrosos (asalto a mano armada en vía pública, asalto con allanamiento de morada, robo armado a negocios y robo de autos con violencia). Los beneficios directos en dólares de este programa están enfocados a reducir la reincidencia delictiva, se determinan con los elementos constituyentes de costo que actualmente tienen esos delitos, como el valor de los objetos robados, pérdidas de vidas de policías o de personas comunes,¹³ costos de abogados en la Corte y costos de readaptación en prisión. Los beneficios esperados por cada persona que no reincide se calculan como la cantidad de bienes que ya no van a ser robados por la persona que no reincide en el mismo delito, lo cual provoca un ahorro a los ciudadanos. Los datos son:

Beneficios por persona con reincidencia reducida:

TABLA 8.3

Tipo de delito	Robo a mano armada	Robo a casa	Robo a negocios	Robo de autos
Beneficios \$	10 400	8 600	7 400	9 100

Las tasas actuales de reincidencia indican que ese tipo de delitos son cometidos por individuos con edades entre 18 y 24 años, un año después de que han sido puestos en libertad, y las cifras son las siguientes:

TABLA 8.4

Tipo de delito	Robo a mano armada	Robo a casa	Robo a negocios	Robo de autos
Tasa de reincidencia	44%	37%	40%	42%

Los tres programas propuestos para reducir este tipo de delitos son los siguientes:

1. Mejorar los programas de entrenamiento y educación, se espera que al salir, el delincuente se pueda incorporar con mayor facilidad al mercado de trabajo, disminuyendo así la probabilidad de volver a cometer delitos.
2. No recluir a los delincuentes en cárceles comunes, sino alojarlos en pequeñas casas dentro de la comunidad, donde tengan acceso a la familia y al trabajo, lo cual les proporcionará un ambiente similar al que van a encontrar al reincorporarse a la sociedad.

¹³ Como si una vida tuviera un valor monetario.

3. Mejorar las condiciones de vida en las prisiones para reducir la desesperanza, el rencor, sentirse víctima y el odio hacia la sociedad, así, al disminuir estos sentimientos, el delincuente reduce o elimina su reincidencia.

El costo de cada programa y la reducción esperada de reincidencia se calculó para un centro de rehabilitación que libera cada año a 3 000 reclusos procesados por este tipo de delitos. Los datos son los siguientes:

TABLA 8.5

Programa	Costo inicial	Costo anual	Tasa de disminución por cada preso liberado %
1	700 000	350 000	5
2	2 200 000	500 000	10
3	1 200 000	140 000	4

Los porcentajes del número total de internos que han alcanzado su libertad después de cumplir su sentencia para cada tipo de delito son:

TABLA 8.6

Tipo de delito	Robo a mano armada	Robo a casa	Robo a negocios	Robo de autos
% del total de presos liberados	25	35	20	20

Si cada programa tiene una duración de cinco años y la TMAR que se considera es de 6%, ¿cuál programa puede seleccionarse?

SOLUCIÓN En la solución del problema sólo se calculan los costos y beneficios esperados, trasladados al tiempo presente y también se calcula la tasa beneficio-costos. Se podrá apreciar la manipulación de datos para expresar en términos monetarios los beneficios esperados. Pero más allá de esta manipulación habrá que analizar el origen del problema. Los estadounidenses tienen un seguro de desempleo, el cual se adquiere simplemente por ser ciudadano de aquel país y estar sin trabajo, así se tiene el derecho de recibir cierta cantidad de dinero mensual que alcanza para comer. De esto se puede deducir que quien roba en ese país, en el sentido que plantea el problema, no lo hace para comer, sino por otras causas. Lo opuesto sucede en los países latinoamericanos, donde muchos robos se generan por hambre, ya que no hay un seguro de desempleo para los habitantes, ni oportunidades futuras de empleo, y en ocasiones, por falta de dinero, las personas no tienen acceso a estudios para capacitarse y obtener un empleo. Todo esto lleva a pensar que si en los países latinoamericanos hubiera suficiente empleo, la tasa de robos disminuiría de manera considerable.

En el problema planteado parece que los estadounidenses están atacando el síntoma de la enfermedad, cuando para acabar con ella se debe atacar el origen y éste puede ser muy discutible, pero definitivamente no roban para comer. Si en países como México, para disminuir la delincuencia se adoptaran propuestas similares a las del problema, no se obtendrían resultados (como no se han obtenido con ningún sistema carcelario), debido a que no se ha atacado la principal causa de la delincuencia, que es la pobreza, sin descartar otros motivos para delinquir que existen en cualquier sociedad.

EJEMPLO 8.3 La oficina de control de inundaciones de una ciudad estudia tres alternativas para eliminar por completo los problemas de inundación que se presentan en cierta área suburbana. La solución consiste en construir una presa (represa de agua), que ayudaría a elevar la cantidad de cultivos en los campos circundantes, y a la vez, la represa tendría instalaciones recreativas. Los datos de cada una de las alternativas son los siguientes (datos en dólares):

TABLA 8.7

	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Inversión inicial	23 000 000	50 000 000	35 000 000
Reducción anual de daños	1 300 000	2 800 000	1 800 000
Beneficios anuales por irrigación	350 000	600 000	450 000
Beneficios anuales por recreación	150 000	375 000	280 000
Costo anual de operación y mantenimiento	210 000	400 000	285 000

Se recomienda una tasa de descuento social de 6%. La vida útil de cada alternativa se estima en 50 años sin valor de salvamento al final de ese periodo. Determinar mediante la tasa de beneficio-costo la mejor alternativa desde el punto de vista económico.

SOLUCIÓN Se observará que el problema no menciona el costo de entrada para utilizar las instalaciones recreativas, probablemente paseo en botes y pesca deportiva, y tampoco menciona cómo se obtendrán beneficios por irrigación o por la reducción de los daños. Desde luego que si un campesino sustituye el riego de temporal de sus cultivos por riego controlado, y además sus campos ya no se inundan, obtendrá mejores cosechas y ya no pagará la reparación anual de daños, y éste es un beneficio obtenido por el proyecto para los campesinos, pero los datos del problema no se refieren a los beneficios de los campesinos, sino a los obtenidos por los promotores del proyecto, en este caso el gobierno, lo cual significa que a cambio de construir la represa para evitar inundaciones y mejorar las cosechas, el gobierno elevará los impuestos a los campesinos y cobrará el uso de las instalaciones recreativas. Sólo así se entienden

los beneficios calculados y que el gobierno, a través de la oficina de control de inundaciones, pueda dar mantenimiento a las instalaciones. De esta forma, el dato del problema llamado *tasa de descuento social*, viene a ser una falacia, porque bien podría una empresa privada hacerse cargo del proyecto y administrarlo. El gobierno cobraría el uso de las instalaciones para recreación, elevaría los impuestos y todo ese ingreso lo pagaría a la empresa privada, que de esta forma recuperaría su inversión.

En el último problema parece que el gobierno realiza obras de beneficio social, cuando en realidad lo que hace es un préstamo a la sociedad, el cual será pagado en un lapso de 50 años por la misma sociedad (dato del problema) a una tasa de interés de 6% anual, sólo que lo liquidará mediante el pago de impuestos y pago por el uso de servicios recreativos.

Los problemas planteados ejemplifican la forma en que deben emplearse los impuestos en Estados Unidos. De todo el dinero que recauda el gobierno por impuestos, genera una gran bolsa, de la cual se toma lo que se necesita para atender todo tipo de demandas de la ciudadanía. Desde problemas básicos como la delincuencia, pasando por problemas de vías de comunicación, inundaciones, abasto de agua, hasta instalación de centros recreativos, cobrando hasta donde sea posible cualquier servicio que el gobierno ponga en funcionamiento, a efecto de que se generen ganancias monetarias que puedan mantener operando tales servicios. Sin duda, todo esto es correcto, pero en Estados Unidos existen otros problemas más graves cuyos ejemplos de evaluación social nunca aparecen en los textos.

Es un hecho conocido el enorme consumo de drogas que tiene la población de aquel país, en especial los jóvenes. No hay duda de que el gobierno estadounidense ha dedicado miles de millones de dólares en su lucha contra ese mal. Es decir, el gobierno se preocupa por mejorar el bienestar social de su país, pero si se trata de cuantificar en términos monetarios los beneficios obtenidos por la disminución en el consumo de drogas, eso es imposible. ¿Cuál es el valor monetario de una persona que consumía drogas y que ahora ya no las consume? ¿Cuál es el beneficio económico si se llega a disminuir 5% el consumo de drogas en estudiantes universitarios? Tal parece que los teóricos de la ingeniería económica de ese país sólo presentan ejemplos de problemas de mejora de bienestar social que son susceptibles de ser encasillados en términos monetarios, no tanto del costo de esas acciones de mejora de bienestar sino de los beneficios que se obtienen, pero cuando los beneficios que se pueden obtener de gastos sociales no se pueden expresar en dinero, entonces los ejemplos simplemente no aparecen y no hay duda de que la lucha en contra de las drogas siempre busca la mejora del bienestar social.

El análisis beneficio-costos en los países latinoamericanos

No hay duda de que las necesidades sociales son muy distintas en Estados Unidos y en Latinoamérica. La razón es obvia: Estados Unidos es un país desarrollado económicamente, tiene un sistema impositivo eficiente, existen pocos evasores fiscales y

la economía informal es casi nula. Las necesidades sociales se resuelven con dinero. Cuando no hay dinero suficiente en el gobierno de un país, las necesidades sociales se convierten en fuertes presiones sociales.

En el aspecto económico (y en muchos otros, por supuesto), los países latinoamericanos son muy distintos a Estados Unidos. Nunca hay dinero extra en el gobierno, hay muchos evasores fiscales, la economía informal es elevada, lo cual es una forma de obtener ganancias sin pagar impuestos, hay pocas fuentes de empleo bien remunerado, etc. El rezago social en Latinoamérica es enorme, falta casi todo a la mayoría de la población: buena alimentación, vestido, hogares con servicios mínimos disponibles, educación, servicios de salud, etc., y en la actualidad es imposible que los gobiernos resuelvan las necesidades sociales en la forma en que lo hacen los estadounidenses, debido a que no hay dinero y la misma población no genera la cantidad suficiente para el gobierno vía impuestos, además de que para satisfacer las necesidades sociales hace falta una inversión enorme, la cual simplemente no tienen disponible los gobiernos. Esta situación tan dispar con respecto a Estados Unidos debe provocar que el enfoque aplicado a la evaluación social y a la mejora del bienestar social también sea distinto.

A fin de proponer un método para evaluar las inversiones gubernamentales en los países latinoamericanos es necesario tener como ciertas las siguientes afirmaciones derivadas del análisis previo:

1. Los países latinoamericanos y Estados Unidos tienen diferentes necesidades sociales cubiertas y por cubrir.
2. Los teóricos estadounidenses de la ingeniería económica presentan en los textos diversos ejemplos sobre inversiones gubernamentales, que sólo corresponden a su realidad y que difícilmente podrán ser aplicados a las necesidades de bienestar social de países latinoamericanos, omiten ejemplos de inversiones gubernamentales de bienestar social, como el combate al consumo de drogas, cuyos resultados no pueden ser medidos en términos económicos.
3. En Estados Unidos, las inversiones sociales, aunque no tienen un carácter lucrativo, sí tienen el objetivo de recuperar la inversión realizada vía impuestos. Esto es imposible en los países latinoamericanos, debido a que se tiene poca industrialización, alto desempleo y empleos mal remunerados en general.
4. Una mejora de las condiciones de vida, entiéndase en cualquiera de los factores que definen el bienestar social, en algún sector marginado (indígena o no indígena) de cualquier país, no puede ser medido en términos económicos.
5. El bienestar social es un *constructo* en los términos declarados por Malhotra,¹⁴ es decir, es un fenómeno complejo que a su vez está formado por variables complejas, y sólo podrá ser medido mediante la formulación de hipótesis de los resultados, que no serán cuantificables en términos monetarios.

¹⁴ Malhotra, Yogesh. *op. cit.*

La respuesta para proponer un método más adaptado a las condiciones de Latinoamérica, la propone una definición dada por el Departamento de Defensa de Estados Unidos:

A este mismo proceso analítico con frecuencia se le llama análisis costo-efectividad, cuando los beneficios que se han generado de cada alternativa no pueden cuantificarse en términos económicos.

Esta definición debe llevar directamente al método de costo anual uniforme equivalente (CAUE), pero sin centrar la atención sólo en los costos sino en los beneficios sociales que genere, aunque no sean cuantificables monetariamente.

EJEMPLO 8.4 Supóngase que un gobierno decide instalar y operar escuelas de educación básica en una comunidad indígena, con el objeto de abatir el índice de analfabetismo. El análisis costo-efectividad procedería como sigue:

- a) Generar al menos dos alternativas del tipo de escuela que se pretende instalar; las características de la escuela incluyen número de salones de clase, acabados en techo, paredes y piso, extensión del terreno, número de niveles de educación que se va a impartir,¹⁵ etcétera.
- b) Elegir aquella alternativa que tenga el menor costo de inversión y de operación por medio del método de CAUE, con la previa selección de la TMAR adecuada. Independientemente de que este método sea aplicado a inversiones públicas o privadas, la suposición implícita es que todas las alternativas analizadas ofrecen los mismos resultados. En el caso de la escuela en la comunidad indígena se supone que todas las alternativas analizadas contribuirán al abatimiento del analfabetismo con la misma intensidad y, en teoría, deberán prestar el mismo servicio educativo. Supóngase, para efectos del ejemplo, que la decisión tomada fue que en la escuela habrá disponibles seis grados de educación básica (del primero al sexto año de educación primaria para México), que el terreno es de una hectárea, habrá seis salones de clase, dos oficinas administrativas, servicios sanitarios completos para atender a una población de seis grupos de 30 alumnos cada grupo, un solo turno de trabajo por la mañana, pupitres y pizarrón disponibles para todos los alumnos, piso de cemento, paredes de tablaroca con ventanas de aluminio y techo de dos aguas de lámina de asbesto.
- c) Formular una hipótesis sobre la posible mejora del bienestar social. De acuerdo con Malhotra, la medición del incremento del bienestar social de esa comunidad indígena podrá ser sujeta a una hipótesis del tipo: “habrá una mejora del bienestar social de esa comunidad con la instalación de escuelas de educación básica”, aunque ese incremento de bienestar social no pueda ser cuantificado en términos monetarios, la hipótesis si deberá ser verificada con el paso del tiempo; de otra

¹⁵ En México se considera que el nivel básico de educación es de seis años, aunque algunos investigadores consideran que el nivel básico debe ser de nueve años (educación primaria y secundaria).

forma, nunca se sabrá si la inversión del gobierno realmente incrementó el bienestar social.

- d) *Determinar el criterio de efectividad.* Como se parte del hecho de que los resultados obtenidos de algunas inversiones gubernamentales tendientes a mejorar el bienestar social no pueden ser medidos en términos monetarios, se debe contar con un criterio para verificar el grado al cual se ha cumplido la hipótesis planteada. De no existir este *criterio de efectividad de la inversión pública*, nunca se podrá cuestionar al gobierno ni criticar sus inversiones, para efecto de que los resultados obtenidos realmente estén mejorando el bienestar social. En el ejemplo, el criterio de efectividad se podría plantear así: 80% de los alumnos deberán terminar el año escolar en el cual se han inscrito para considerar que han sido alfabetizados, y el porcentaje de efectividad terminal¹⁶ del alumnado deberá ser de, al menos, 80%.
- e) Verificar la hipótesis. La única forma de verificar que la hipótesis se ha cumplido es que, al cabo de cierto número de años, se compruebe que se ha cumplido con el criterio de efectividad, en el caso del ejemplo, que el porcentaje de analfabetismo en aquella comunidad indígena haya disminuido, simplemente por haberse cumplido el criterio de efectividad. Si el método de CAUE se realizó correctamente, ese aspecto en la mejora del bienestar social se habrá logrado al menor costo. Por esta razón se le llama *análisis costo-efectividad*.

Como se podrá observar, la aplicación del CAUE ofrece la solución. Dadas las condiciones socioeconómicas de Latinoamérica, ni los gobiernos ni los analistas pueden pensar en los beneficios monetarios de las inversiones públicas. Se puede decir que habrá mejora de bienestar social aunque éste no pueda ser medido en términos monetarios. Otra gran diferencia entre la aplicación del método, entre Estados Unidos y los países de Latinoamérica, es que el gasto que efectúe el gobierno en cualquier obra de beneficio social no será recuperable ni a mediano ni a largo plazo, ya que la atención a zonas marginadas implica que los habitantes de éstas no tienen trabajos fijos (en general), ni tampoco existen industrias en las cercanías que los provean de un trabajo, por lo tanto, no hay forma de crear un sistema que genere ingresos al gobierno mediante el pago de impuestos, para que se mantengan en forma autónoma los sistemas de beneficio social que el gobierno vaya creando.

Cuando se habla de *costo-efectividad* se está queriendo decir que se busca obtener los mejores resultados al menor costo. A esos mejores resultados se les llama *efectividad*. ¿Cómo se mide esa *efectividad*? Ésta es la gran diferencia entre la evaluación de inversiones por el método del CAUE en una empresa privada y una inversión gubernamental. En efecto, la medición de la efectividad al realizar inversiones gubernamentales viene a ser la gran diferencia, y dicha medición se realiza determinando *criterios de*

¹⁶ Efectividad terminal se refiere a que si, por ejemplo, se inscriben 100 alumnos al primer año de educación, al menos 80 terminen, obteniendo su certificado de educación básica. Esto daría un margen de deserción de 20%.

efectividad. A continuación se presentan cinco casos de inversiones gubernamentales tendientes a mejorar el bienestar social, y se enfatizan los criterios de efectividad que deben considerarse.

1. *Servicios educativos*. Se toma el mismo ejemplo de instalar escuelas en una comunidad indígena. Aquí se puede observar fácilmente un problema derivado del método y un parámetro de efectividad. ¿Qué significa *alfabetizar*? ¿Se refiere a que una persona pueda leer y escribir, o que termine los seis años de educación básica? Eso es algo muy discutible porque hay muchas personas que leen y escriben con dificultad, y la pregunta es si a eso se le puede llamar que una persona está alfabetizada. Aún así, cualquiera que sea la respuesta, es preferible que los 10 millones de indígenas que tenía México en el año 2001, al menos supieran el mínimo de leer y escribir, que más de seis millones de ellos sean completamente analfabetas. No hay duda de que en este caso se habría mejorado el bienestar social de aquella población, aunque no fuera de la mejor manera.

En este contexto, el criterio de efectividad para servicios educativos debe ser suficientemente claro como para ser verificable. Ya se comentó que por medio del CAUE se elige la opción de menor costo para prestar servicios educativos. Se formula la hipótesis de que se deberá disminuir el índice de analfabetismo; en tanto, el criterio de verificación de la hipótesis es que “se va a considerar que una persona está alfabetizada si presenta su certificado de estudios básicos (seis años en el caso de México)”. Esto significa que, aunque una persona sea capaz de leer y escribir, si no presenta un certificado de educación básica no se considera alfabetizada. Dicho criterio de efectividad también debe señalar los porcentajes que se necesita alcanzar, como se hizo en el ejemplo.

Al generar este tipo de criterios, el método costo-efectividad adquiere más congruencia. Habrá que encontrar y operar las alternativas educativas de menor inversión y de menores costos de operación que generen el mayor número de personas alfabetizadas.

2. *Servicios de salud*. Supóngase que el gobierno decide invertir en la instalación de centros de salud, ya sea clínicas u hospitales, para mejorar la salud de cierta zona marginada. Si el análisis del CAUE y la decisión tomada han sido correctos, en un breve plazo deben observarse resultados, como la disminución de tasas de morbilidad y mortalidad. Si no se obtienen claramente estos resultados, es probable que no se haya invertido lo suficiente o no se estén aportando los recursos económicos necesarios para operar el nuevo sistema de atención médica. Aquí no se trata sólo de invertir el mínimo, sino de mejorar la salud de la población. El criterio de efectividad es muy claro: “se debe realizar inversión en servicios de salud al menor costo para disminuir las tasas de morbilidad y mortalidad de la población en determinados porcentajes, en el área de influencia del centro de salud.” Si no se obtiene esta disminución de tasas, entonces habrá que aumentar la inversión o los gastos de operación, de lo contrario, la inversión del gobierno será improductiva.

3. *Agua potable, energía eléctrica y alimentación.* Se mencionan juntos estos tres factores porque están relacionados con los resultados que se obtengan en los casos 1 y 2. El aprovechamiento escolar depende en gran medida de la alimentación del educando. Se podrán instalar los mejores centros educativos, pero si el alumno asiste a estudiar mal alimentado, los resultados de su aprovechamiento serán deficientes, sin que se pueda señalar al centro escolar como culpable de los malos resultados. Por otro lado, se podrán instalar los mejores servicios de salud en una comunidad marginada, pero si no hay agua potable y no se mejora la alimentación de la comunidad, los índices de morbilidad y mortalidad seguirán siendo elevados, porque es bien sabido que el tomar agua no potable es causal directo de enfermedades gastrointestinales y que una alimentación deficiente disminuye las defensas del cuerpo contra cualquier tipo de enfermedad. Aquí los criterios de *efectividad* son: “elevar el número de hogares que tengan disponible agua potable y energía eléctrica en determinado porcentaje”.

Factores como servicios de salud, servicios educativos, agua potable y energía eléctrica dependen del gobierno, pero no se puede decir lo mismo de la alimentación, es decir, el gobierno no se puede comprometer a alimentar diario y de manera permanente a una comunidad, cualquiera que ésta sea, a pesar de que la alimentación es un factor relevante para mejorar el aprovechamiento educativo y la salud. La obligación de mejorar la alimentación de una familia recae en ella misma, pero una familia será capaz de mejorar su alimentación en la medida que mejoren sus ingresos de manera permanente, con lo cual se quiere decir que los ingresos no deben mejorar sólo por temporadas sino ser fijos, y esto sí es responsabilidad del gobierno.

4. *Creación de fuentes de empleo permanentes.* Hay que considerar que la fuente de empleo no consiste en trabajar en el propio gobierno, sino trabajar en negocios propios o para una empresa privada. Todo gobierno puede promover la creación de fuentes de empleo de tres formas: propiciar las condiciones para que la gente genere su propia ganancia, esto es más evidente cuando las comunidades son de agricultores o de artesanos; la segunda forma es que el gobierno genere un polo de desarrollo industrial para que una serie de compañías se instalen en la zona y generen trabajos permanentes e impuestos para el gobierno; una tercera forma es propiciar la instalación de maquiladoras de todo tipo, que son empresas distintas a una tradicional, pues provienen del extranjero y su único objetivo es aprovechar la mano de obra barata de la región.

En este caso otra vez se encuentra una correlación de factores. Si el gobierno desea impulsar la mejora social de una comunidad marginada o indígena, se va a enfrentar al problema de que la mayoría son analfabetas, cuyas únicas opciones de trabajo son las maquiladoras y en menor medida la agricultura y las artesanías, que como negocios que son, requieren que las personas que se dediquen a tales actividades compren materias primas y vendan productos terminados, lo cual requiere a su vez de que no sean analfabetas.

Cualquiera que sea la opción que tome el gobierno para impulsar la creación de fuentes permanentes de trabajo, tendrá que realizar inversiones en infraestructura industrial o en la creación de programas agrícolas o artesanales. Si elige la alternativa de menor costo para realizar estas actividades, el criterio de efectividad que deberá tenerse es: “número de industrias instaladas y número de empleos permanentes generados en la región o comunidad”.

5. *Inversiones de gobierno tendientes a mejorar el bienestar social en las grandes ciudades.* Ya se comentó que los diferentes grupos sociales de una nación demandarán mejores servicios en forma permanente. Los industriales demandarán mejores vías de comunicación a menor costo, mejoras en la infraestructura industrial, mayor vigilancia en la cercanía de las industrias y en las carreteras, etc. Los ciudadanos comunes de las grandes ciudades exigirán que el gobierno: mejore la seguridad pública, optimice los sistemas de recolección de basura, más y mejores bibliotecas, etc. Cuando se quiera evaluar las inversiones gubernamentales sobre estos temas, bien podrán tomarse los mismos métodos que han desarrollado los estadounidenses, pues las grandes ciudades y capitales de los países latinoamericanos tratan de emular el estilo de vida de Estados Unidos y, desde luego, padecen los mismos problemas, aunque en menor proporción.

La propuesta para evaluar las inversiones gubernamentales se puede resumir en los siguientes puntos:

Si el gobierno realiza inversiones para mejorar el bienestar social de comunidades marginadas (indígenas o suburbanas), deberá seguir estos pasos:

1. Definir la población (o sector de la población) por atender.
2. Definir los aspectos del bienestar social que se van a atender.
3. Generar alternativas de inversión que eleven el bienestar social, de acuerdo con la población y factor del bienestar social que se hayan seleccionado.
4. Determinar la TMAR apropiada y calcular el CAUE de cada alternativa.
5. Seleccionar la alternativa de menor costo.
6. Formular hipótesis sobre la mejora del bienestar social.
7. Determinar el criterio de efectividad con el cual la hipótesis pueda verificarse en términos cuantitativos.
8. Verificar la hipótesis de acuerdo con los criterios declarados.

Es importante señalar varias cosas. Primero, es necesario tener conciencia de que la mejora del bienestar social no se produce de manera instantánea, sobre todo, en casos como los servicios educativos, que si bien es cierto que se podría verificar el índice de deserción cada año, hay que esperar al menos seis años para observar el comportamiento de la eficiencia terminal de la escuela. Una situación similar se produce si el gobierno decide invertir para promover la instalación de industrias y la creación de empleos permanentes. Tomará algunos años crear la infraestructura industrial y otros más instalar industrias. Por lo tanto, el análisis y las decisiones de inversión, pero básicamente la evaluación de la efectividad de tales inversiones gubernamen-

tales tomarán varios años, lo cual significa la creación de programas permanentes de desarrollo económico y mejora del bienestar social por parte de los gobiernos. De no existir estos programas, al término de los periodos presidenciales de cada país se pierde de vista el objetivo planteado originalmente y se omiten o se ignoran, a veces de manera intencional, dando por resultado un enorme gasto en inversiones públicas cuyos fracasos nunca tienen culpables. Los únicos afectados son los enormes grupos sociales marginados, que siempre son un buen pretexto para gastar la exigua riqueza de los países en vías de desarrollo.

Otro punto importante que debe señalarse es la correlación que existe entre todos los factores que conforman el concepto de bienestar social. El gobierno haría una mala inversión si instala servicios de energía eléctrica y agua potable en hogares cuyos miembros ni siquiera tienen un ingreso suficiente para pagarlos, ya que no tienen un ingreso fijo. El gobierno haría una mala inversión si instala hospitales y no provee de agua potable a los hogares circunvecinos; más tardará en dar medicina a los enfermos de males gastrointestinales, que éstos en volverse a enfermar por consumir agua contaminada. Asimismo, haría una mala inversión si instala escuelas de cualquier tipo y los alumnos están pensando más en comer que en estudiar. Así se puede seguir mencionando cómo todos los *factores del bienestar social* se afectan unos a otros.

La tarea de los gobiernos latinoamericanos no es fácil para elevar el bienestar social de sus países. Ni siquiera lo es para el gobierno de Estados Unidos, que si bien es cierto que lleva la delantera en algunos aspectos de la mejora del bienestar social, también tiene otros en los que está peor que cualquier país de Latinoamérica, como es el consumo de drogas en los jóvenes.

La ética y la filosofía en la evaluación social

Hablar de los resultados de las acciones del gobierno es un tema que siempre estará sujeto a discusión, debido a que la credibilidad de las declaraciones depende de quién las emita. Si quien hace declaraciones sobre la mejora del bienestar social es el propio gobierno por medio de alguno de sus representantes, es casi seguro que dirá que todo está bien y que la seguridad social ha mejorado; por el contrario, si la declaración no es oficial, de seguro las cifras mencionadas no serán las mismas y muchas veces serán hasta en sentido contrario.

Por ejemplo, para el año 2000, México tenía el lugar 144 de todo el mundo en el desempeño de su sistema de salud¹⁷ y se pretendía alcanzar el lugar 26 para el año 2006. Para lograrlo, debe elevar el gasto en salud de 5.7% del PIB en el año 2000 (el gasto porcentual más bajo en toda Latinoamérica) a 6.9% para el año 2006. La estrategia fue solicitar un préstamo al Banco Mundial de 750 millones de dólares para emprender ciertos programas tendientes a elevar el bienestar social en esta área.

¹⁷ Informe anual, Secretaría de Salud, 2000.

El problema radica en que es muy difícil que las autoridades puedan ofrecer estadísticas reales sobre la mejora del bienestar social, ya sea erradicando ciertas enfermedades o disminuyendo tasas de morbilidad y mortalidad infantil en las regiones más pobres. Es necesaria la intervención de organizaciones no gubernamentales (ONG) u organismos de reconocimiento internacional como la UNICEF con sus representantes en cada país, para que el pueblo en general pueda conocer cifras más reales.

¿Por qué casi todos los gobiernos pretenden engañar a los ciudadanos? ¿Quién puede exigir al gobierno la publicación de cifras reales? ¿Cómo evitar el mal manejo del presupuesto asignado para la mejora del bienestar social en cualquiera de sus aspectos? Éstas son preguntas que siempre se formulan, pero que casi nunca tienen una respuesta convincente. La respuesta más sencilla y contundente se llama *comportamiento ético*, aunque también es la respuesta más utópica.

Durante 71 años México fue gobernado por un solo partido, y cayó en la más increíble degradación moral y ética de sus gobernantes. La historia mundial muestra que cuando un sistema político se corrompe hasta sus límites, hasta el exceso, su fin se acerca y eso fue lo que sucedió con aquel partido político cuando alcanzó su límite de abuso del poder. Aun después de varios años con un nuevo partido político en el poder, sobreviven muchos políticos del antiguo régimen que aún ocupan puestos administrativos en el nuevo gobierno y que no pueden aceptar el cambio y persisten en las viejas prácticas de corrupción a las que se acostumbraron durante años.

El contar con el mejor método para realizar evaluaciones sociales (si es que algún día se llega a desarrollar tal método), no garantiza el éxito en la mejora del bienestar social si, para empezar, no se publican cifras verídicas del bienestar social, básicamente por razones de imagen política de los gobernantes.

Cuando una empresa privada decide emprender una inversión basada en los resultados obtenidos por los métodos tradicionales de evaluación económica, como el valor presente neto y la tasa interna de rendimiento, eso no significa que automáticamente la inversión que se realice va a tener el éxito económico calculado. Para llegar a las cifras monetarias que requiere el método de evaluación tuvieron que realizarse extensos estudios que deben tener una base científica en la cual apoyar las cifras y la decisión tomada, pero eso no es suficiente. El siguiente paso, tan importante como las determinaciones anteriores, consiste en verificar que los cálculos estuvieron bien elaborados y que las ganancias reales no están muy alejadas de las ganancias calculadas. Es hasta ese momento en que el inversionista puede observar la certeza o el error que cometió en los cálculos que lo llevaron a tomar una decisión. Un mal cálculo, una mala estimación y la falta de seguimiento de resultados pueden llevar al inversionista a perder una fuerte suma de dinero y eventualmente a la bancarrota. Cuando esto sucede, a nadie le preocupa el resultado, excepto al propio inversionista.

En las inversiones tendentes a elevar el bienestar social debe seguirse exactamente el mismo procedimiento. Es decir, se debe realizar un minucioso estudio de la mejor alternativa de inversión en los términos ya señalados, pero la gravedad del problema consiste en que rara vez se da seguimiento a los resultados, los cuales tardan años en

obtenerse; pero, a diferencia de la inversión privada, si determinada inversión gubernamental fracasa no existe un inversionista que lamente el resultado, tal vez ni siquiera la población afectada que no recibió los beneficios sociales prometidos, pues dicha población ya está acostumbrada a padecer o a vivir bajo ciertas condiciones sociales precarias y probablemente nunca se enteró de que existió la oportunidad de mejorar en determinado aspecto social.

El problema es la conducta moral de quienes manejan el dinero de los programas sociales y de quienes manipulan las cifras de los resultados, o en ocasiones no publican tales resultados. Los buenos resultados sólo se apreciarán en la medida que esta conducta moral sea mejor.

Por otro lado, existe el enfoque filosófico que tiene cualquier método de valuación económica y los conceptos que se pretenden manejar. Un *concepto* es una declaración de una parte de la realidad, tal y como la percibe quien declara el concepto. Por ejemplo, si se habla del *concepto de bienestar social*, la definición dependerá del autor y de lo que pretenda, pero cualquiera que ésta sea siempre va a reflejar la forma en que el autor quisiera que fuera lo que él llama *bienestar social*. En este sentido, un poeta diría que el bienestar social es que todos los miembros de una sociedad sean felices. Un economista expresaría su concepto en términos de ingreso *per cápita*, en tanto que un escritor crítico como Carlos Fuentes, sin definir específicamente, declara que “asegurar un nivel de bienestar social significa salvar del olvido, la miseria y la exclusión a la segunda nación”,¹⁸ es decir, en la medida en que los gobernantes de una nación no olviden a los pobres, se asegurará un buen nivel de bienestar social. Así podemos seguir mencionando diferentes puntos de vista y encontraremos que cada uno trata de reflejar en su definición cómo quisiera que fuera la realidad.

Como complemento a estos puntos de vista se generan los métodos cuantitativos, ahora sí para medir una mejora del bienestar social de acuerdo con ciertos parámetros, pero tales métodos tratan de hacer exactamente lo mismo que cualquier concepto emitido sobre bienestar social, esto es, tratan de reflejar con números cómo se quiere que sea la realidad con respecto al bienestar social. Los métodos cuantitativos suponen que el manejo del dinero y las acciones tomadas se van a realizar con toda honestidad y alguien se va a esforzar para que todas las cosas funcionen tal y como están planeadas. Esta suposición no es tan descabellada cuando existe un inversionista que arriesga su dinero y probablemente todo su futuro en una inversión. Por supuesto que él hará lo imposible para que las cosas funcionen de acuerdo con los planes hechos.

Sin embargo, cuando entramos al terreno de la evaluación social de inversiones gubernamentales, las cosas cambian. El gobierno, a través de sus funcionarios, debería estar interesado en mejorar el bienestar social de los gobernados. Los teóricos ya definieron el concepto de bienestar social, la meta a la cual se debe llegar, y también proporcionaron las herramientas cuantitativas para verificar la medida en que tales

¹⁸ Carlos Fuentes, *op. cit.*

metas de bienestar social se han cumplido. Lo único que falta en el esquema es un funcionario honesto e interesado en que se logre todo lo planeado, a la manera del inversionista privado.

Existen muchas evidencias en todo el mundo de que realmente hay funcionarios públicos que, con conceptos de bienestar social o sin ellos, con métodos cuantitativos o sin ellos, están interesados en optimizar el bienestar social de los habitantes y lo mejoran durante sus funciones públicas. Por desgracia también hay muchas evidencias de lo contrario.

En aquellos países en los que existen recursos disponibles, aunque escasos, pero el bienestar social no se ha mejorado de manera plausible, de acuerdo con los recursos de la nación, en aquellos países donde la corrupción del gobierno es muy evidente, no hay duda de que hace falta una alta dosis de ética y de moral, al margen de contar con conceptos muy claros de las metas del bienestar social y de los respectivos métodos cuantitativos para su análisis.

RESUMEN

Se han discutido las dificultades que enfrenta todo gobierno para mejorar el bienestar social de los habitantes, lo cual no es una tarea fácil por la multitud de intereses que se deben atender. Se han discutido los métodos tradicionales utilizados en la evaluación social de inversiones, también se estudiaron las ventajas, desventajas y similitudes entre ellos en la evaluación privada de inversiones.

Se mostraron algunos ejemplos de evaluación social que aparecen comúnmente en los textos estadounidenses de ingeniería económica, con lo cual se llegó a la conclusión de que son métodos y ejemplos característicos de Estados Unidos, que es una nación desarrollada económicamente. A diferencia de esta nación, el resto de los países latinoamericanos no tiene los mismos problemas de desarrollo social, sólo por no contar con el dinero disponible para atender todas las necesidades sociales. Por lo tanto, en la evaluación social de los países latinoamericanos no es posible aplicar tales métodos de evaluación, excepto en las grandes ciudades que tratan de emular el estilo de vida estadounidense.

Si se considera que la premisa anterior es cierta, se propone un método de evaluación social adaptado a las condiciones de pobreza de la mayoría de los países latinoamericanos, sobre todo en el sentido de que, sin excepción, todos cuentan con poblaciones indígenas que en general han sufrido marginación social.

El método propuesto se basa en que no es posible medir en términos monetarios la mejora del bienestar social de estas comunidades y, por lo tanto, se sugiere un método de evaluación basado en la técnica del CAUE para elegir la alternativa de menor costo, pero que además es necesario medir la eficacia de tal inversión social, observando la mejora de ciertos parámetros que definen el bienestar social y que dependen del área

en donde se haya realizado la inversión. Así, por ejemplo, si la inversión se realiza en el sector educativo, un parámetro de medición sería el índice de alfabetización logrado en la comunidad donde se realizó la inversión; si la inversión es en el sector salud, los parámetros de medición pueden ser: disminuir las tasas de morbilidad y mortalidad, etc. El método propuesto se aplica específicamente en la mejora del bienestar social de comunidades marginadas.

Por último, se hace énfasis en que para que exista un verdadero avance en el bienestar social de las naciones latinoamericanas, el elemento clave es la conducta ética y moral de los gobernantes.

PROBLEMAS RESUELTOS

Se presenta la solución de dos tipos de problemas. Los primeros dos ejemplos son típicos de problemas de inversiones públicas que aparecen casi en cualquier texto, sobre todo en los estadounidenses. Se observará que son ejemplos de inversiones sociales realizadas en las grandes ciudades. El tercer problema es un ejemplo de inversiones gubernamentales en comunidades indígenas marginadas. Se observará la gran diferencia en el planteamiento de los dos tipos de problemas y los comentarios que se hacen al final de cada uno de ellos.

1. El gobierno de un estado (federativo) planea la construcción de un puente para cruzar una cañada. Actualmente, a un conductor le toma más de media hora llegar a su destino si transita por el único camino disponible que existe. Se tienen dos alternativas cuyos datos se muestran a continuación:

Características	Alternativa A	Alternativa B
Costo de construcción	58 000 000	60 500 000
Costo anual de mantenimiento	600 000	420 000
Reparación periódica cada seis años	4 100 000	3 200 000
Ingresos por cobro de peaje	6 600 000	6 600 000
Vida útil	30 años	30 años

El gobierno considera que es posible cobrar una cuota por el uso del puente y los ingresos están calculados con base en el número de automóviles que se espera utilicen el puente. El dinero para la construcción lo obtendría de bancos privados, quienes cobrarían una tasa de interés de 8.5% anual. Determinar la alternativa que debe tomar el gobierno para la construcción del puente, calculando la tasa B/C.

SOLUCIÓN Como el problema contiene beneficios expresados como ingresos, la técnica de evaluación económica más conveniente es calcular el valor presente

(VP) de los beneficios y de los costos, después se calcula la tasa B/C por la simple división de los valores presentes calculados.

ALTERNATIVA A

$$VP_B = 6\,600\,000(P/A, 8.5\%, 30) = 70\,929\,169$$

$$\begin{aligned} VP_C &= 58\,000\,000 + 600\,000(P/A, 8.5\%, 30) + 4\,100\,000(P/F, 8.5\%, 6) \\ &\quad + 4\,100\,000(P/F, 8.5\%, 12) + 4\,100\,000(P/F, 8.5\%, 18) \\ &\quad + 4\,100\,000(P/F, 8.5\%, 24) \\ &= 70\,024\,500 \end{aligned}$$

$$\text{Relación } \frac{B}{C} = \frac{70\,929\,169}{70\,024\,500} = 1.0129 > 0$$

ALTERNATIVA B

$$VP_B = 6\,600\,000(P/A, 8.5\%, 30) = 70\,929\,169$$

$$\begin{aligned} VP_C &= 60\,500\,000 + 420\,000(P/A, 8.5\%, 30) + 3\,200\,000(P/A, 8.5\%, 6) \\ &\quad + 3\,200\,000(P/A, 8.5\%, 12) + 3\,200\,000(P/A, 8.5\%, 18) \\ &\quad + 3\,200\,000(P/A, 8.5\%, 24) \\ &= 69\,365\,962 \end{aligned}$$

$$\text{Relación } \frac{B}{C} = \frac{70\,929\,169}{69\,365\,962} = 1.0129 > 0$$

Desde este punto de vista debería seleccionarse la alternativa B. Sin embargo, este tipo de determinaciones tiene varios usos. Por ejemplo, los ingresos están basados en cobrar \$10 de peaje por cada uso del puente y considerando que, en promedio, pasarán 1.67 automóviles por minuto durante 18 horas al día, todos los días del año durante 30 años. Si el tránsito vehicular fuera distinto, ya sea a la baja o con un incremento, esto debería conducir a un aumento o disminución del pago de peaje. Las estimaciones del número de vehículos en el futuro deben estar basadas en la tasa de crecimiento de las poblaciones que conecta el puente.

Otro aspecto que puede ser interesante a partir de los datos del problema es realizar una amplia campaña publicitaria para usuarios potenciales, la cual plantearía que al utilizar el puente y ahorrar media hora de viaje a cambio de \$10, tendrán considerables ahorros en tiempo, gasolina y mantenimiento del vehículo. No hay que olvidar que el gobierno debe pagar un préstamo a bancos privados a un interés de 8.5% anual, de forma que si no se tienen ingresos suficientes para el pago del préstamo, el gobierno tendría que pagarlo con recursos de otras fuentes y descuidar otros sectores, o contribuir al déficit del sector público.

En este tipo de problemas también se puede argumentar que los beneficios se incrementan por el ahorro que se genera para los usuarios del puente en tiempo,

gasolina y mantenimiento del vehículo; el cálculo primero se hace para un solo vehículo y después se multiplica el beneficio por los miles de vehículos que utilizarán el puente en un año, pero una cifra obtenida, cualquiera que ésta sea, siempre dará lugar a polémica. Baste decir entonces que el gobierno apoya este tipo de obras y que existe un evidente beneficio para la población, a pesar del pago de peaje.

2. El Gobierno Federal analiza la construcción de una presa para controlar el agua en un terreno montañoso y de alta incidencia de lluvia. Los beneficios que crearía la presa son la instalación de una hidroeléctrica y la consiguiente generación de energía eléctrica, también ayudaría a controlar las inundaciones que se generan cuando la cantidad de lluvia sobrepasa cierto límite, sin olvidar su contribución para mejorar la agricultura en algunas regiones circunvecinas que ahora tienen riegos controlados, porque ya no dependerían de riego temporal. Los datos que se han calculado son los siguientes:

	Alternativa A	Alternativa B
Costo de construcción (incluye hidroeléctrica)	680 000 000	590 000 000
Costo anual de mantenimiento	58 000 000	70 300 000
Beneficios anuales		
Control de inundaciones	8 000 000	10 000 000
Incremento de cultivos por riego controlado	13 600 000	13 600 000
Venta de energía eléctrica	43 500 000	43 500 000

El costo de mantenimiento incluye la administración de la hidroeléctrica, así como el mantenimiento normal de las instalaciones.

La cantidad anotada como beneficio en el control de inundaciones puede ser un punto polémico. No todos los años se generan inundaciones, pues no siempre llueve con la misma intensidad. Aproximadamente cada cinco años se generan fuertes inundaciones por el escurrimiento del agua que proviene de las montañas aledañas y, con dicho escurrimiento se planea llenar la presa, y así evitar las inundaciones. El beneficio anotado por evitar las inundaciones se da como un beneficio anual, a pesar de que las inundaciones no son anuales y se calculó como el ahorro que se tendrá por no perder cultivos al no haber inundaciones. Se supone que con la alternativa B se van a evitar más inundaciones, debido a la infraestructura para la presa que propone esta alternativa.

El incremento de cultivos debido al riego controlado es el mismo, ya que en el área de influencia no existe más tierra disponible para cultivar.

El ingreso generado por la venta de energía eléctrica puede ser otro punto polémico. Al inicio se asigna un valor igual a ambas alternativas, pero se trata de una instalación que se planea para 40 años y en ese tiempo habrá variaciones en la demanda de energía eléctrica, incluso es probable que se tenga que enviar a ciudades muy distantes, pero al momento de tomar la decisión no se tienen estudios de pronóstico de la demanda de energía eléctrica.

La vida útil de las instalaciones de la presa e hidroeléctrica es de 40 años. Para la construcción, el gobierno solicitaría un préstamo al Banco Interamericano de Desarrollo (BID), el cual cobra un interés anual de 15%. Determinar la conveniencia económica de la construcción y calcular la tasa B/C.

SOLUCIÓN En este problema también se utiliza la misma técnica de evaluación económica que consiste en calcular el valor presente de beneficios y costos, para luego determinar la relación B/C.

Inicialmente se calcula el valor presente de los costos de A y B:

$$VP_{CA} = 680\,000\,000 + 58\,000\,000(P/A, 15\%, 40) = 1\,065.22 \text{ millones}$$

$$VP_{CB} = 590\,000\,000 + 70\,300\,000(P/A, 15\%, 40) = 1\,056.91 \text{ millones}$$

Cálculo del valor presente de los beneficios de A y B:

$$\begin{aligned} VP_{\text{beneficios } A} &= (8\,000\,000 + 136\,000\,000 + 43\,500\,000)(P/A, 15\%, 40) \\ &= 1\,245.33 \text{ millones} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VP_{\text{beneficios } B} &= (10\,000\,000 + 136\,000\,000 + 43\,500\,000)(P/A, 15\%, 40) \\ &= 1\,258.61 \text{ millones} \end{aligned}$$

$$\text{Relación } \frac{B}{C} = \frac{B_A}{C_A} = \frac{1\,245.33}{1\,065.22} = 1.169 > 0; \quad \frac{B_B}{C_B} = \frac{1\,258.61}{1\,056.91} = 1.19 > 0$$

Desde el punto de vista de la relación B/C, debería seleccionarse B. A pesar de todas las suposiciones hechas, no hay duda de que la construcción de la presa que emprendió el gobierno es un beneficio social, por evitar inundaciones, elevar el área de cultivo de riego controlado y como una fuente adicional de energía eléctrica, independientemente del valor B/C que se obtenga.

3. El gobierno de México desea atacar el problema de desarrollo económico en cierta comunidad indígena que no cuenta con servicios de energía eléctrica, agua potable y drenaje. En este caso, el gobierno sólo pretende instalar el servicio de agua potable y drenaje en la comunidad. La población tiene 3 200 habitantes, con un promedio de 5.6 miembros por familia, de forma que existen unas 571 familias u hogares en esa comunidad. El gobierno sólo cuenta con 15 millones de pesos para las obras. También tiene las alternativas de dos diferentes constructoras para proporcionar estos servicios a los hogares. Los datos son los siguientes:

CONSTRUCTORA 1

Propone traer el agua potable desde el poblado más cercano que tiene este servicio y que está a 8 km de distancia. El agua se traería por tubería y se haría una cisterna de 20 000 litros en la comunidad, para surtir el agua a los hogares. También habrá que instalar tuberías desde la cisterna hasta cada uno de los hogares, el costo prorrateado de llevar agua potable a un hogar es de \$4 800. La misma constructora propone desalojar el agua utilizada por una red de drenaje que recolectaría toda el agua y la llevaría hasta la población más cercana, que está a 8 km de distancia, y que ya cuenta con una red de drenaje apropiada y con una planta de tratamiento de aguas residuales. El costo de colocar el servicio de drenaje bajo este sistema es de \$5 600 por cada hogar. El costo de instalar las tuberías de agua potable y de drenaje entre la población más cercana y la comunidad en estudio es de \$12 millones. La vida útil de esta alternativa es de 60 años, con costos anuales de \$2 000 000 por el mantenimiento de todo el sistema de agua potable y drenaje.

CONSTRUCTORA 2

Propone perforar un pozo para contar con el agua potable y almacenar el vital líquido en una cisterna de 20 000 litros. El costo de esta obra es de \$4 millones por la perforación del pozo y \$0.5 millones de pesos por la cisterna. Luego habría que llevar a cada hogar el agua potable, cuyo costo prorrateado por hogar es de \$4 800. Luego de realizar estudios del subsuelo, esta constructora propone desalojar el agua utilizada en fosas sépticas, cuyo costo por hogar es de \$13 900. La vida útil de este sistema es de sólo 20 años, lo cual implica que cada 20 años será necesario perforar otro pozo para el abasto de agua potable y construir nuevas fosas sépticas o limpiar las existentes. El mantenimiento de todo el sistema para esta alternativa tiene un costo anual de \$2 100 000.

Por las características de marginación y atraso de la comunidad a la que se pretende proporcionar estos servicios, el gobierno se ve imposibilitado para cobrar el costo de instalación, y el pago periódico de cuotas por el uso de estos servicios es más bien simbólico, de forma que los ingresos que se generan por este concepto apenas alcanzan para solventar los gastos de administración, sin que el gobierno contemple o espere un ingreso real por el cobro de estos servicios.

Determinar cuál alternativa va a disminuir más las carencias de desarrollo económico de los hogares de esa comunidad indígena y es más eficiente en términos de costo y del número de hogares beneficiados. La tasa de interés que se aplicará es de 5% anual. Supóngase que los costos de mantenimiento, perforación del pozo y construcción de fosas sépticas no varían con el tiempo.

SOLUCIÓN En este caso no existen ingresos, por lo que el método de evaluación económica más conveniente consiste en calcular el valor presente de los costos de cada alternativa y determinar con cuál se beneficia a un mayor número de hogares al menor costo. No se ha querido determinar un beneficio en términos monetarios

por el hecho de que 571 familias ahora vayan a tener servicios de agua potable y drenaje, debido a que cualquier método para determinar tal beneficio monetario por instalar estos servicios, siempre estará sujeto a polémica. Basta decir que existe un beneficio evidente para la población, aunque no pueda expresarse con cifras.

ALTERNATIVA 1

Costo de instalar tuberías de agua y drenaje por cada hogar:

$$\$4\,800 + \$5\,600 = \$10\,400$$

Como se van a instalar estos servicios en 571 hogares, el costo inicial es:

$$\$10\,400 \times 571 = \$5\,938\,400$$

Costo total de la inversión para esta alternativa:

$$\$5\,938\,400 + \$12\,000\,000 = \$17\,938\,400$$

Esta alternativa tiene una primera desventaja, que es el hecho de sólo contar con \$15 millones para proporcionar estos servicios, de forma que si el tendido de la tubería de agua potable y drenaje desde la población más cercana tiene un costo de \$12 000 000, sólo quedan disponibles \$2 938 400 para instalar tuberías de agua y drenaje a cada hogar, con lo cual se dejarían de atender a 283 hogares, prácticamente 50% del total. Si se considera el costo anual de mantenimiento del sistema completo, el valor presente de los costos para esta alternativa es:

$$VP_{\text{costos } 1} = 17\,938\,400 + 2\,000\,000(P/A, 5\%, 60) = \$55\,796\,979$$

ALTERNATIVA 2

El costo total de llevar estos servicios por hogar es:

$$\$4\,800 + \$13\,900 = \$18\,700$$

El costo total por instalar los servicios a 571 hogares es de:

$$\$18\,700 \times 571 = \$10\,677\,700$$

A esto hay que agregar el costo de perforación del pozo y la construcción de la cisterna:

$$\$10\,677\,700 + \$4\,500\,000 = \$15\,177\,700$$

Con esta alternativa prácticamente se cubrirían todos los hogares con estos servicios; sin embargo, hay que analizar el valor presente de todos los costos a lo largo de los 60 años de vida del proyecto. Esta alternativa presenta la desventaja de que cada 20 años hay que perforar otro pozo y construir nuevas fosas sépticas o limpiar las existentes. Sólo se tienen que perforar dos pozos más, ya que el pozo inicial dura de 0 a 20 años, hay que perforar otro de los 20 a los 40 años y

un tercer pozo que duraría de los 40 a los 60 años. El costo cada 20 años es de \$4 millones por la perforación del pozo, y de \$13 900 por hogar para perforar otra fosa séptica o limpiar la actual:

$$\$4\,000\,000 + \$13\,900(571) = \$11\,936\,900$$

$$\begin{aligned} VP_{\text{costos } 2} &= 15\,177\,700 + 11\,936\,900(P/F, 5\%, 20) + 11\,936\,900(P/F, 5\%, 40) \\ &\quad + 2\,100\,000(P/A, 5\%, 60) = \$61\,123\,685 \end{aligned}$$

La opinión inicial es que, desde el punto de vista de beneficio social, se debería elegir la alternativa 2, ya que todos los hogares podrían contar con el servicio de agua y drenaje; sin embargo, desde el punto de vista de costos debería de elegirse la alternativa 1, ya que presenta un valor presente menor de los costos totales considerando los 60 años de análisis del proyecto.

Sin embargo, estos datos son insuficientes para tomar una decisión. Obsérvese que se hacen varias suposiciones que en la realidad sin duda serían falsas. Se considera que la población en esa comunidad no va a variar en los siguientes 40 o 60 años, ya que los hogares son los mismos en el tiempo cero que en el año 40. Una mejor forma de tomar la decisión es analizar la tasa de crecimiento demográfico y el potencial de crecimiento de la población, no en términos de proyectar la población con base en la tasa de crecimiento demográfico, sino además, con base en otros factores de probable explotación en el futuro, como los recursos naturales o turísticos en la región, los cuales podrían, a largo plazo, ser explotados e incrementar marcadamente la población en las comunidades cercanas a tales recursos.

Otros factores más difíciles de considerar son los avances tecnológicos en materia de abasto de agua a las grandes ciudades, así como su tratamiento y posterior reutilización. Por ejemplo, cada día esta más en boga instalar desalinizadoras en las costas, para abastecer de agua a grandes ciudades que se encuentran a algunos cientos de kilómetros tierra adentro. Esta tecnología que funciona con base en un proceso llamado *ósmosis inversa*, parece ser la gran solución al abasto de agua potable en el mundo, ante el agotamiento de mantos freáticos, ríos, lagos y lagunas, cuya agua se utiliza principalmente para riego.

Si la comunidad analizada estuviera a relativamente poca distancia del mar, ésta podría ser su opción para abastecerse de agua potable y, sin duda, cambiaría todo el análisis económico realizado. Sin embargo, si la comunidad se encuentra en la sierra, a una distancia considerable del mar, sería demasiado costoso llevar el agua desde una desalinizadora en la costa.

Por todas estas razones, se dice que si se toma la decisión sólo con los datos que contiene el problema original, las bases son insuficientes. Pero si se debe tomar la decisión sin más datos, sin duda debería seleccionarse la alternativa 2, ya que de inmediato se beneficia a casi toda la población bajo análisis, es decir, es la de mayor efectividad en cuanto a la mayor cantidad de habitantes beneficiados

ante un presupuesto de inversión muy restringido. Una vez puesta en práctica tal alternativa, se buscarían otras opciones tecnológicas que disminuyeran el costo estimado en el futuro para esta alternativa.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. El análisis de accidentes en una estrecha carretera cercana a la capital del país, señala que si se incrementan los carriles de dos hasta cuatro, la tasa de accidentes disminuiría sensiblemente de 300 accidentes a sólo 25 por año. Las pérdidas materiales que se tienen hablan de un costo promedio de \$28 000 por accidente, sin contar con la pérdida de tiempo para otros vehículos cuando hay accidentes y la pérdida de vidas humanas, que en promedio han sido de 10 por año y que han tenido un costo promedio para las aseguradoras de \$400 000 por cada persona fallecida. Se espera que, al haber dos carriles más, ya no haya tanta pérdida de tiempo para los vehículos; se calcula que por cada accidente de cualquier magnitud se pierden un promedio de 300 horas hombre-vehículo; a cada hora hombre-vehículo se le asigna un costo de \$30. Al existir dos carriles más, ya no habrá obstrucción en el paso cuando haya accidentes y se calcula que la pérdida de horas hombre-vehículo disminuya a 30 cuando haya un accidente. El tramo de carretera donde se genera la mayor cantidad de accidentes es de 8.5 km, que es donde se ampliarían los carriles. El costo de ampliación de la carretera es de \$10.5 millones por km.

Con un interés de 6% anual determine la tasa B/C para la ampliación de este tramo de carretera, a la cual se le da una vida útil de 30 años.

2. En las costas del país, en el Océano Pacífico, el gobierno quiere construir un puerto de altura para incrementar el comercio internacional. El puerto tendría todas las características técnicas adecuadas y podría manejar 300 000 toneladas métricas por año de mercancía. El costo de construcción de las instalaciones se estima en \$450 millones de pesos. Se tienen contemplados varios beneficios. El primero es que actualmente todos los productos que se embarcarían por este puerto son enviados por otro puerto que se encuentra a 320 km; al utilizar las nuevas instalaciones, los transportistas de mercancía ahorrarían en promedio 200 km por viaje, que representa un ahorro anual en tiempo, pago de choferes y mantenimiento del vehículo de \$800 por viaje. Se estima que el número de viajes por año que llevarían mercancía al nuevo puerto es de 14 500 viajes. El puerto cobraría a cada usuario \$1 500 por cada ocasión que haga un envío de mercancía por las instalaciones. También se esperan recibir, en promedio, 20 000 envíos por año de mercancía del exterior, por los cuales también se cobrarían \$1 500 por cada uno al hacer uso de las instalaciones. Existen otros beneficios poco cuantificables, como el hecho de que se va a generar un crecimiento poblacional en el área cercana al puerto,

que incluirá la creación de restaurantes, hoteles y otros servicios, los cuales a su vez generarán una derrama de impuestos y fuentes de trabajo.

Con una tasa de interés de 5% anual determine la relación B/C, otorgando a las instalaciones del puerto una vida útil de 25 años.

3. El gobierno del país analiza la mejor tecnología para instalar una planta generadora de energía eléctrica en una laguna cercana a la costa marina. Tiene dos alternativas: utilizar energía atómica, es decir, instalar una nucleoelectrica, o instalar una planta convencional cuya fuente calorífica sea la quema de petróleo. La nucleoelectrica tendría un costo de inversión de \$1 500 millones de dólares (mdd) y costos anuales de mantenimiento de \$70 mdd, en tanto que la planta operada al quemar petróleo tendría una inversión de sólo \$450 mdd, con costos anuales de mantenimiento de \$152 mdd, debido al problema ecológico que genera la quema de derivados de petróleo y que se exige sea resuelto con programas de mantenimiento apropiados antes de aprobar su instalación. La nucleoelectrica tendría una generación de energía eléctrica tal que la venta de energía generara ingresos de \$295 mdd al año, en tanto que la otra planta generará ingresos por ventas de energía eléctrica de \$350 mdd anuales. La tasa de interés de 8% anual y la vida útil de las instalaciones es de 20 años. Determine la alternativa que debe seleccionarse y calcule la tasa B/C.
4. El gobierno de un estado (departamento) quiere instalar una escuela de educación primaria en una comunidad aislada en una sierra alejada de la capital. La comunidad cuenta con 3 800 habitantes y el número de niños en edad de educación primaria que no asisten a una escuela es 485. El gobierno quiere que todos los niños tengan escuela y tiene dos opciones para la construcción. La alternativa A consiste en construir toda la escuela, lo cual incluye 12 salones, sanitarios y oficinas, con material de poca duración, donde las paredes y los techos serían de lámina galvanizada, los pisos serían de tierra aplanada, sin instalaciones de luz eléctrica. Esta alternativa daría cabida a todos los niños que demandan escuela. El terreno no tiene costo, pero la inversión necesaria para la construcción de esta alternativa es de \$3.8 millones de pesos. Los costos de mantenimiento anual, que incluyen el pago de profesores y el material de estudio y trabajo para los estudiantes ascienden a \$850 000. La alternativa B consiste en dar educación a distancia, por medio de clases transmitidas por televisión. Se calcula que con instalar tres televisiones en el edificio de gobierno de la población, adaptar y utilizar tres cuartos del edificio y programar adecuadamente las clases, sería suficiente para atender a todos los niños que demandan escuela. Para esta alternativa, los costos de instalación y acondicionamiento de televisiones y salones son de sólo \$105 000 más \$750 000 de la antena para captar la señal vía microondas. No sería necesario contar con profesores, sino con asistentes de educación y los maestros acudirían una vez cada 15 días para aclarar dudas y aplicar exámenes. Sin embargo, el mayor costo de esta alternativa es la renta del sistema de microondas para hacer

llegar la señal a la población. El costo de operación de la alternativa B es de \$1.5 millones anuales. Se considera un periodo de análisis de 30 años. Considere un valor de salvamento de cero en la alternativa A y de \$100 000 para la alternativa B al final de ese periodo. La TMAR es de 5% anual. Efectúe un análisis completo para seleccionar la mejor alternativa, lo cual exige considerar tasas históricas de aprovechamiento y deserción de cada una de las opciones educativas bajo análisis, tasa de crecimiento de la población en la comunidad y la influencia de otros factores en el aprovechamiento escolar, como la salud y alimentación de los estudiantes.

5. Una comunidad rural tiene una alta tasa de morbilidad gastrointestinal en general, que afecta principalmente a los niños menores de 10 años. La tasa de mortalidad, debido a esta causa, es de 10 por cada mil habitantes y el objetivo del gobierno es disminuir a cero la tasa de mortalidad debida a enfermedades gastrointestinales y disminuir 75% la tasa actual de morbilidad. El origen de las afecciones gastrointestinales es que todos los cultivos generadores de alimentos para la comunidad son regados con aguas negras y los habitantes no pueden lavar perfectamente todos los alimentos antes de comerlos. Se tienen dos alternativas para disminuir las tasas mencionadas. La primera consiste en construir una planta de tratamiento de aguas residuales, de la cual se tomaría agua para regar los cultivos. La planta tendría una capacidad para procesar 550 000 litros diarios de aguas residuales, cantidad que se considera más que suficiente para proporcionar agua potable a la población y regar todos los cultivos durante el año. El costo de instalación de la planta, incluyendo terreno, es de \$87 millones de pesos (mdp) y el costo de mantenimiento y operación, lo cual incluye mano de obra directa, administración, filtros, etc., asciende a \$3.2 mdp cada año. El valor de salvamento al final de su vida útil de 25 años es de \$7 mdp. La otra alternativa consiste en instalar una clínica que atienda a todos los enfermos de la comunidad, la cual proporcionaría las medicinas necesarias para atender a tiempo las enfermedades gastrointestinales que se presenten. La clínica contaría con médicos y enfermeras suficientes para dar consulta médica, daría servicios de hospitalización mínimos sólo para atender casos de deshidratación por diarreas y no tendría servicios de cirugía. La inversión para la construcción de la clínica es de sólo \$2.8 mdp, pero los costos de mantenimiento y operación, incluido el hecho de proporcionar medicamentos a la población, es de \$7.8 mdp cada año. El valor de salvamento al final de su vida útil de 25 años se considera de \$0.5 mdp. Los servicios de agua potable o los servicios médicos y los medicamentos serán proporcionados a la población en forma gratuita. Con una TMAR = 5% anual, determine la alternativa más conveniente para la comunidad. Para tomar la decisión, considere el hecho de que, al ser una comunidad marginada, los habitantes tienen bajos niveles de educación y sus hábitos de limpieza personal y de preparación de sus alimentos no son los más higiénicos, lo cual es un factor que influye en la alta incidencia de enfermedades gastrointestinales.

6. El gobierno quiere instalar el servicio de alumbrado público en una comunidad que tiene un servicio deficiente en el abasto de energía eléctrica. La comunidad cuenta con 7 280 hogares y se tienen dos alternativas. La alternativa N es instalar el alumbrado público colocando una subestación en la comunidad, y a partir de ésta, distribuir la energía eléctrica a todas las luminarias de las calles. La inversión necesaria para la instalación de la subestación eléctrica, postes y cableado, tiene un costo de \$12 millones de pesos (mdp); el funcionamiento del alumbrado público sería pagado por los habitantes, cuyo pago de energía eléctrica se elevaría en aproximadamente \$600 pesos al año por cada hogar. Este pago ya incluye el mantenimiento del sistema de alumbrado. El valor de salvamento de toda la instalación tendría un costo de \$2 mdp al final de su vida útil de 40 años. Por otro lado, la alternativa ES consiste en instalar paneles de energía solar que surtirían a la comunidad de toda la energía eléctrica que se necesita para el alumbrado público. El problema de esta alternativa es el costo inicial, ya que cada panel solar con poste y bombilla, ya instalado, tiene un costo de \$25 000 pesos y se estima que el alumbrado público completo para la comunidad requiere de unos 1 200 postes con panel solar, lo cual hace un total de \$30 mdp de inversión inicial; a cambio de esto, no habría incremento en el pago por el servicio de energía eléctrica; el único gasto periódico de este sistema es limpiar los paneles solares y el cambio de bombilla en cada poste una vez cada tres años a un costo de \$100 por bombilla. La vida útil de la alternativa ES también es de 40 años. Si el gobierno sólo cuenta con \$14 mdp para proporcionar el servicio de alumbrado público a esa comunidad, con una TMAR de 6% anual, determínese la mejor alternativa desde el punto de vista económico. También determínese la mejor alternativa desde el punto de vista de la comunidad, en el sentido de la necesidad del servicio y del incremento en el pago de energía eléctrica. Si la mejor alternativa para la comunidad no coincide con la mejor alternativa desde el punto de vista económico, proponga una estrategia para beneficiar a toda la comunidad al menor costo.

APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA INGENIERÍA ECONÓMICA

Antecedentes

El gobierno de México se ha preocupado permanentemente porque el país se desarrolle, y esta preocupación implica analizar y hacer más eficientes numerosos aspectos y políticas que influyen, en algún grado, en el desarrollo económico de una nación.

Sin duda, la creación de Nafinsa ha sido fundamental dentro de las acciones que se han tomado para fomentar de manera práctica la industrialización del país. Esta entidad, junto con la creación de una serie de instituciones dependientes de ella, como FONEP, FONEI, FIDEIN y otras, han sido y son el instrumento por medio del cual el gobierno apoya, mediante créditos, desde la micro hasta la gran industria.

Este apoyo financiero, junto con una política fiscal adecuada, es esencial en el apoyo al desarrollo económico del país. Nafinsa y sus fideicomisos, entre muchas otras actividades, se encargan de realizar la evaluación económica de los proyectos de inversión a los que apoya mediante financiamiento.

En general, la metodología actual con la que se evalúan proyectos, desde el punto de vista económico, no presenta incongruencias ni aspectos oscuros. Sin embargo, en la parte de la metodología que se encarga de la evaluación económica se han detectado ciertas deficiencias, sobre todo cuando el proyecto se evalúa bajo condiciones inflacionarias. Su complemento es la política fiscal, específicamente en lo que se refiere a los cargos por depreciación (capítulos 41 al 50 de la Ley del Impuesto Sobre la Renta vigente), pues hacer estos cargos de manera correcta en los estudios de inversión es fundamental para tomar la decisión adecuada y llevar a cabo la inversión.

Cuando se conjugan los dos aspectos —por un lado, una deficiente metodología en la evaluación económica que considera la inflación, evaluación que incluye los cargos por depreciación que a la vez son afectados por el nivel inflacionario generado en el país— se observa la necesidad de contar con una herramienta metodológicamente adecuada para realizar este tipo de análisis.

La importancia de contar con dicha herramienta radica en el hecho de que con base en un estudio completo, que incluye la evaluación económica, Nafinsa otorga crédito a empresas particulares, cuyo monto puede ascender a varios miles de millones de pesos para una sola empresa. Si la decisión del financiamiento no está fundamentada sobre una base sólida, es decir, si está evaluada con una herramienta metodológicamente deficiente, el riesgo de recuperar la inversión se incrementa.

Este trabajo de investigación persigue dos objetivos fundamentales:

1. Desarrollar un método de evaluación económica que sirva a Nafinsa (y a toda entidad que realice evaluaciones económicas sobre proyectos de inversión) como apoyo para tomar las mejores decisiones sobre los proyectos que financia. El método deberá eliminar la necesidad de hacer un pronóstico del nivel inflacionario sobre el horizonte de planeación del proyecto, pues este parámetro es de los que más influyen en la rentabilidad de las inversiones. Además, deberá ser sencillo y altamente confiable en sus resultados. Sobre todo, la confiabilidad del actual método de evaluación radica en que los cargos de depreciación del proyecto dependen directamente del nivel de inflación que se dé en el futuro y en este parámetro hay la necesidad de pronosticarlo. Si el pronóstico es malo, la confiabilidad del resultado también es deficiente. Por el contrario, si cuenta con un método que elimine la necesidad de hacer pronósticos, las decisiones se podrán tomar de manera más sencilla y precisa.
2. A esta situación se agrega la cambiante política fiscal de la SHCP, que ha hecho cambios durante los últimos años en el método de hacer cargos de depreciación. Esta investigación también pretende el desarrollo de un método de evaluación económica que permita al gobierno fijar las políticas de recaudación fiscal, especialmente en lo que se refiere a los cargos por depreciación y que, por supuesto, le permitan tomar mejores y más sencillas decisiones.

La explicación teórica de los métodos es prácticamente nula, pues no se desarrollan nuevos conceptos, sino que se utilizan los tradicionales en estas áreas, sólo que ahora tienen una aplicación real.

El trabajo se desarrolla en los siguientes temas:

1. Presentación de los diferentes métodos de depreciación vigentes en México.
2. Evaluación económica utilizando los diferentes métodos de depreciación sin considerar inflación.
3. Evaluación económica considerando inflación.
4. Influencia de la depreciación y el nivel inflacionario en la recaudación de impuestos.
5. Conclusiones y recomendaciones.

Presentación de los diferentes métodos de depreciación vigentes en México

En México no se cuenta con métodos avanzados de depreciación acelerada, como los que hay, por ejemplo, en los Estados Unidos. En México, los métodos autorizados son: el de línea recta con cargos actualizados (artículos 41 al 47 de la Ley del Impuesto Sobre la Renta, LISR) y el de deducción inmediata de inversiones (artículo 51, de la LISR).

Para efectos de esta investigación se analizan los métodos: línea recta con cargos actualizados, deducción inmediata y suma de dígitos de los años, que es un método no vigente en México pero con una base analítica determinada.

Línea recta con cargos actualizados:

Artículo 41 de la LISR

Deducción de las inversiones

“Las inversiones únicamente se podrán deducir mediante la aplicación en cada ejercicio de los porcentajes máximos autorizados por esta ley al monto original de la inversión, que en su caso se establezcan.”

Actualización de la deducción por depreciación

“Los contribuyentes ajustarán la deducción determinada en los términos de los párrafos 1o. y 6o. de este artículo, multiplicándola por el factor de actualización correspondiente al periodo comprendido desde el mes en que se adquirió el bien y hasta el último mes de la primera mitad del periodo en el que el bien haya sido utilizado durante el ejercicio por el que se efectúe la deducción.”

EJEMPLO Supóngase que la industria de la construcción adquirió un activo con un valor de \$100 en enero de 1988. El cargo permitido es 25% anual según la LISR. Determínese los cargos actualizados y el valor en libros del activo hasta el final de su vida fiscal (véase la tabla A1.1).

TABLA A1.1

Año	Factor de actualización	Cargo en línea recta	Cargo actualizado	Valor en libros
88	$\frac{15011.2}{12293.5} = 1.2210$	25	30.5267	75
89	$\frac{17650.9}{12293.5} = 1.4357$	25	35.89478	50
90	$\frac{22258.9}{12293.5} = 1.8106$	25	45.2655	25
91	$\frac{27401.5}{12293.5} = 2.2289$	25	55.7235	0

Deducción inmediata de inversiones:

Artículo 51 de la LISR

“Los contribuyentes de este título podrán optar por efectuar la deducción inmediata de la inversión de bienes nuevos de activo fijo, en lugar de las previstas en los artículos 41 y 47 de esta ley, deduciendo en el ejercicio en que se efectúe la inversión de los mismos, en el que inicie su utilización o en el ejercicio siguiente, la cantidad que resulte de aplicar, al monto original de la inversión, únicamente los porcentajes que se establecen en este artículo. La parte de dicho monto que exceda de la cantidad que resulte de aplicar al mismo porcentaje que se autoriza en este artículo, no será deducible en ningún caso.”

EJEMPLO Si tomamos la misma inversión de \$100 y el mismo tipo de activo, la deducción que le corresponde es de 89% (artículo 51, III-j). Aquí se considera que se efectúa la deducción en el ejercicio en el cual el activo fue adquirido. (Véase la tabla A1.2.).

TABLA A1.2

Año	Cargo inmediato	Valor en libros
1	89	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0

Suma de dígitos de los años

Se insiste en que aunque este método no se utiliza en México, dado que tiene una base de cálculo definida, se presenta con fines demostrativos y de comparación. El

método debe su nombre a que los cargos de las deducciones se calculan al sumarse los dígitos de los años de la vida fiscal del activo y deduciendo cada año la proporción de cada dígito en orden decreciente.

EJEMPLO Tome los mismos datos de la inversión \$100, vida fiscal de cuatro años (25% de depreciación anual). Suma de los dígitos de los años = $4 + 3 + 2 + 1 = 10$. (Véase la tabla A1.3).

TABLA A1.3

Año	Cargo anual	Cargo actualizado	Valor en libros
1	$4/10(100) = 40$	$40 \times 1.2210 = 48.84$	60
2	$3/10(100) = 30$	$30 \times 1.4357 = 43.07$	30
3	$2/10(100) = 20$	$20 \times 1.8106 = 36.21$	10
4	$1/10(100) = 10$	$10 \times 2.2289 = 22.29$	0

El método que suma los dígitos de los años (SDA) es un verdadero método de depreciación acelerada. Además, existen por lo menos otros tres métodos que, aunque tienen otra base, aceleran igualmente la recuperación del activo. Se anotó un cargo normal sin inflación y otro cargo actualizado, ya que ambos valores servirán para fines de evaluación económica, considerando y sin considerar inflación.

Evaluación económica utilizando los diferentes métodos de depreciación sin considerar inflación

Para realizar correctamente este análisis deben considerarse varios aspectos. En el primero se tomarán los cargos de depreciación sin actualizar, ya que la actualización implica justamente tomar en cuenta la inflación. Acerca de la deducción inmediata, en ambos análisis, considerando y sin considerar inflación, se tomará el mismo valor para fines de comparación.

También deberán tomarse en cuenta los siguientes datos:

Inversión = \$100

Ingreso anual constante, años 1 a 4 = 200

Costo anual constante, años 1 a 4 = 105

Valor de salvamento del activo = cero al final de los cuatro años

TMAR = 10% (tasa mínima aceptable de rendimiento)

Tasa de impuestos = 50%

Consideraciones adicionales

Los ingresos y costos son constantes debido a que durante todo el horizonte de planeación de cuatro años no varía el nivel de producción. No se considera financiamiento para la inversión.

Evaluación con depreciación en línea recta (véase la tabla A1.4)

TABLA A1.4

	Años 1 a 4
+ Ingresos	200
- Costo	105
- Depreciación	25
= Utilidad gravable (UG)	70
- Impuestos 50%	35
= Utilidad después de impuestos (UDI)	35
+ Depreciación	25
= Flujo neto de efectivo (FNE)	60

$$VPN = -100 + \frac{60}{(1+0.1)^1} + \frac{60}{(1+0.1)^2} + \frac{60}{(1+0.1)^3} + \frac{60}{(1+0.1)^4} = \$90.1919$$

Evaluación con deducción inmediata sin inflación (véase la tabla A1.5)

TABLA A1.5

	1	Años 2 a 4
+ Ingresos	200	200
- Costo	105	105
- Depreciación	89	0
= Utilidad gravable (UG)	6	95
- Impuestos 50%	3	47.5
= Utilidad después de impuestos (UDI)	3	47.5
+ Depreciación	89	0
= Flujo neto de efectivo (FNE)	92	47.5

$$VPN = -100 + \frac{92}{(1+0.1)^1} + \frac{47.5}{(1+0.1)^2} + \frac{47.5}{(1+0.1)^3} + \frac{47.5}{(1+0.1)^4} = \$91.02$$

Evaluación con SDA sin inflación (véase la tabla A1.6)**TABLA A1.6**

Años	1	2	3	4
+ Ingresos	200	200	200	200
- Costo	105	105	105	105
- Depreciación	40	30	20	10
= Utilidad gravable (UG)	55	65	75	85
- Impuestos 50%	27.5	32.5	37.5	42.5
= Utilidad después de impuestos (UDI)	27.5	32.5	37.5	42.5
+ Depreciación	40	30	20	10
= Flujo neto de efectivo (FNE)	67.5	62.5	57.5	52.5

$$\text{VPN} = -100 + \frac{67.5}{(1+0.1)^1} + \frac{62.5}{(1+0.1)^2} + \frac{57.5}{(1+0.1)^3} + \frac{52.5}{(1+0.1)^4} = \$92.06$$

Se considera necesario hacer algunas anotaciones sobre la evaluación económica:

- ① Los parámetros generalmente utilizados para realizar la evaluación económica son: VPN (valor presente neto) y TIR (tasa interna de rendimiento).
- ① Ambos utilizan el mismo concepto del valor del dinero a través del tiempo.
- ① Su cálculo es similar y la TIR se define como la tasa de descuento que hace el $\text{VPN} = 0$.
- ① Conceptualmente, el resultado con el VPN es la cantidad monetaria que se interpreta así: si el VPN es mayor a cero significa que la inversión se ha recuperado a la TMAR (tasa mínima aceptable de rendimiento) de referencia y que el excedente sobre cero es la ganancia adicional después de recuperar la inversión.
- ① De entre dos o más proyectos de inversión se prefiere aquél con mayor VPN, de donde resulta claro, de los resultados obtenidos, que es más conveniente utilizar la depreciación acelerada que la depreciación en línea recta.
- ① Cuando se recurre a los enfoques con y sin inflación, el VPN arroja idénticos resultados numéricos, es decir, es un método que consiste en la evaluación económica. La TIR, al considerar inflación, presenta un fenómeno llamado *ilusión inflacionaria de ganancia*, con cierta dificultad en su cálculo, por lo que, en esta investigación, no se determina en ninguno de sus capítulos.

De los cálculos efectuados hasta ahora han aparecido las suficientes pruebas de que la depreciación de cargo inmediato tiene ventajas sobre la depreciación en línea recta, y tal vez ésta sea la razón por la que la SHCP restringió el uso de esta última. Sin embargo, éste es el enfoque sin considerar la inflación. Cuando se efectúe el análisis que considere varios niveles de inflación se demostrará que el efecto fiscal es inverso, es decir, a cualquier nivel inflacionario es más conveniente para el contribuyente el

uso de línea recta con cargos actualizados, en lugar del de depreciación inmediata. Se demostrará que para cualquier nivel de inflación, la SHCP debería liberar el uso de la deducción inmediata en vez de restringirlo, pues recauda más impuestos.

Evaluación económica considerando la inflación

El siguiente método demostrará que la evaluación económica arroja idénticos resultados numéricos considerando y sin considerar la inflación en el análisis.

Contar con un método de este tipo garantiza al analista de proyectos la posibilidad de eliminar la incertidumbre que plantea el futuro. Cuando alguien desea invertir en cualquier tipo de empresa productiva y un estudio de factibilidad le demuestra que la inversión es económicamente rentable bajo ciertos parámetros económicos, su primera pregunta es: ¿cuál será el comportamiento de la rentabilidad de la empresa si se mueven ciertos parámetros económicos, principalmente la inflación?

Hasta ahora nadie ha podido pronosticar el futuro con toda precisión. De manera periódica, la firma Ciemex-Wefa hace pronósticos para la economía mexicana, y aunque éstos se acercan a la realidad, no la predicen con toda certeza. Para resolver este problema se ha ideado la creación de escenarios económicos, utilizados incluso por la propia Ciemex-Wefa.

Cuando se habla de los escenarios que maneja Ciemex-Wefa, éstos consisten en pronosticar determinados parámetros económicos, con la condición de que ocurran ciertos sucesos económicos a nivel mundial. Por ejemplo, pronosticar el PIB nacional con base en que se firme el TLC en una fecha determinada o en la variación del precio del barril de petróleo.

Si se habla de escenarios para proyectos de inversión, éstos consisten en pronosticar la rentabilidad de la inversión, pero condicionados a que algunos parámetros económicos nacionales adquieran ciertos valores. Por ejemplo, cómo se afecta la rentabilidad de una inversión si baja el Producto Interno Bruto nacional, PIB, y aumenta la inflación a ciertos niveles.

Se considera que al utilizar el método que se propone ya no serían necesarios los escenarios, pues la incertidumbre en el futuro se acaba al tomar la decisión sobre la inversión. Se ha establecido que los análisis con y sin la inflación arrojan resultados numéricos idénticos; para que eso suceda, ambos métodos deben tener las mismas restricciones en su uso, que son las mismas suposiciones hechas para la evaluación sin inflación, es decir, se mantiene constante el nivel de producción en el análisis y no se utiliza financiamiento, pero ahora se usa depreciación en línea recta con cargos actualizados, ya que este método sí incluye inflación.

Para la aplicación correcta del enfoque con inflación, son necesarias, además, algunas consideraciones adicionales. La primera es el cálculo de la TMAR, y su fórmula es:

$$TMAR = (1 + f)(1 + i) - 1 = i + f + if$$

Donde: f = inflación
 i = premio al riesgo

La siguiente consideración es cómo aplicar la inflación sobre los flujos netos de efectivo. Primero se calcula la inflación real ocurrida dentro del periodo bajo estudio, a partir de los INPC oficiales (véase la tabla A1.7.).

TABLA A1.7

Año	Influencia porcentual
88	$\frac{16\,147.3 - 10\,647.2}{10\,647.2} (100) = 51.65\%$
89	$\frac{19\,327.9 - 16\,147.3}{16\,147.3} (100) = 19.69\%$
90	$\frac{25\,112.7 - 19\,327.9}{19\,327.9} (100) = 29.93\%$
91	$\frac{29\,832.5 - 25\,112.7}{25\,112.7} (100) = 18.79\%$

Ahora, a partir de los flujos de efectivo supuestos para la evaluación con inflación, que eran de \$60, se considera que estos flujos se mantenían constantes desde el periodo 1 al 4, y si esto es válido, entonces también es válido suponer que se mantienen los \$60 incluso en el periodo cero. De hecho, cuando se hace un estudio de factibilidad, los datos obtenidos corresponden al periodo cero, es decir, antes de que se inicie la operación del proyecto, de manera que si los queremos inflar, el problema queda planteado como sigue:

Fecha de inversión e inicio de las operaciones = 1 de enero de 1998

Flujo de efectivo anual, para el proyecto, calculado en el tiempo cero = 60

Flujo de efectivo al final de 1988 tomando en cuenta la inflación = 60×1.5165

Si esto es válido, se puede construir una tabla de flujos inflados (véase la tabla A1.8).

TABLA A1.8

Año	0	1	2	3	4
FNE	60	90.99	108.906	141.501	168.089
		$\times 1.5165$	$\times 1.1969$	$\times 1.2993$	$\times 1.1879$

Esto implica que cada uno de los rubros del estado de resultados se afecta en el mismo grado por la inflación (véase la tabla A1.9).

TABLA A1.9

	Año 0	Año 1
+ Ingresos	200×1.5165	303.3000
- Costo	105×1.5165	159.2325
- Depreciación	25×1.5165	37.9125
= UG	10×1.5165	106.1550
- Impuestos	35×1.5165	53.0775
= UDI	35×1.5165	53.0775
+ Depreciación	25×1.5165	37.9125
= FNE	60×1.5165	90.990

De la misma forma se inflan año con año los FNE. La evaluación económica sería:

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -100 + \frac{90.9}{(1.5165)(1.1)^1} + \frac{108.906}{(1.5165)(1.1969)(1.1)^2} + \\ & \frac{141.501}{(1.5165)(1.1969)(1.2993)(1.1)^3} + \frac{168.089}{(1.5165)(1.1969)(1.2993)(1.1879)(1.1)^4} \\ = & \$90.1919 \end{aligned}$$

Aún si se toma el periodo de inflación de los cuatro años:

$$\frac{51.65 + 19.69 + 29.93 + 18.79}{4} = 30.015$$

Digamos que 30% de inflación anual constate. Así, los flujos se muestran en la tabla A1.10.

TABLA A1.10

Año	0	1	2	3	4
FNE	60	78	101.4	131.82	171.366

De esta forma, la TMAR para la evaluación económica es:

$$\text{TMAR } (1+i)(1+f) - 1 = i + f + if = 0.1 + 0.3 + (0.1 \times 0.3) = 0.43$$

y el cálculo del VPN es:

$$\text{VPN} = -100 + \frac{78}{(1+0.43)^1} + \frac{101.4}{(1+0.43)^2} + \frac{131.82}{(1+0.43)^3} + \frac{171.366}{(1+0.43)^4} = \$90.1919$$

es decir, se obtiene exactamente el mismo resultado numérico sin considerar una inflación distinta a través de cada año, o una inflación constante a lo largo de todo el periodo bajo estudio.

Cuando se sigue el mismo procedimiento para evaluación económica utilizando depreciación por suma de dígitos de los años, si $f = 30\%$, se tiene la tabla A1.11.

TABLA A1.11

Año	Cargo sin inflación	Cargo con inflación
1	40	$40 \times 1.3 = 52$
2	30	$30 \times 1.3^2 = 50.7$
3	20	$20 \times 1.3^3 = 43.94$
4	10	$10 \times 1.3^4 = 28.561$

El cálculo de los FNE se muestra en la tabla A1.12.

TABLA A1.12

Año	0	1	2	3	4
+ Ingresos	200	260	338	439.4	571.22
- Costo	105	136.5	177.45	230.685	299.8905
- Depreciación		52.0	50.70	43.94	28.5610
= UG		71.5	109.85	164.775	242.7685
- Impuestos 50%		35.75	54.925	82.3875	121.3842
= UDI		35.75	54.925	82.3875	121.3842
+ Depreciación		52.0	50.70	43.9400	28.5610
= FNE		87.75	105.625	126.3275	149.9453

$$\text{TMAR} = 0.1 + 0.3 + (0.3 \times 0.1) = 0.43$$

$$\text{VPN} = -100 + \frac{87.75}{(1+0.43)^1} + \frac{105.6250}{(1+0.43)^2} + \frac{126.3275}{(1+0.43)^3} + \frac{149.9453}{(1+0.43)^4} = \$92.0753$$

que es prácticamente el mismo resultado obtenido sin considerar la inflación ($92.0753 - 92.06 = 0.153$), es decir, una diferencia despreciable debido al redondeo de cifras.

Se sabe que estos cálculos son incorrectos porque así no se calcula el cargo de inflación actualizado. Sólo se ha hecho para demostrar que se cuenta con un método de evaluación económica que arroja los mismos resultados, considerando y sin considerar la inflación. Tal aseveración se verificó considerando un valor constante de la inflación a lo largo de los cuatro años del horizonte de análisis y un valor distinto de la inflación en cada uno de los años, inflación que fue a valores reales obtenidos en la economía mexicana.

Sin embargo, esto no es totalmente cierto, puesto que la depreciación no se incrementa en la misma forma que los ingresos y costos, así que el cálculo correcto, tomando los valores de depreciación, tal y como lo indica la LISR (véase el inciso 1) se muestran en la tabla A1.13.

TABLA A1.13

Año	0	1	2	3	4
+ Ingresos	200	303.3000	363.0197	471.6715	560.2985
- Costo	105	159.2325	190.5853	247.6275	294.1567
- Depreciación	25	30.5267	35.8947	45.2655	55.7235
= UG	70	113.5408	136.5397	178.7785	210.4183
- Impuestos 50%	35	56.7704	68.2698	89.3892	105.2091
= UDI	35	56.7704	68.2698	89.3892	105.2091
+ Depreciación	25	30.5267	35.8947	45.2655	55.7235
= FNE	60	87.2971	104.1645	134.6547	160.9326

La evaluación económica se calcula como:

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -100 + \frac{87.2971}{(1+1.5165)(1+0.1)} + \frac{104.1645}{(1+0.5165)(1+0.1969)(1+0.1)^2} + \\ & \frac{134.6547}{(1+0.5165)(1+0.1969)(1+0.2993)(1+0.1)^3} + \\ & \frac{160.9326}{(1+0.5165)(1+0.1969)(1+0.2993)(1+1.879)(1+0.1)^4} = \$81.90 \end{aligned}$$

Obsérvese que el VPN = \$90.1919 sin considerar inflación, y el VPN es de \$81.90 considerando la inflación, en condiciones reales de inflación de los años 1988 a 1991, y con cargos actualizados de depreciación tal como lo establece la ley.

Su diferencia $90.1919 - 81.90 = \$8.2919$ también puede obtenerse según muestra la tabla A1.14.

TABLA A1.14

Análisis de diferencias				
	1	2	3	4
FNE inflados*	90.99	108.906	141.501	168.089
FNE reales	87.2971	104.1645	134.6547	160.9326
Diferencia	3.6929	4.7415	6.8463	7.1564

*Nota: FNE inflados se refiere a la aplicación de una tasa de inflación sobre los FNE. Esto se toma como referencia porque recuerda-se que así se obtienen resultados consistentes, considerando y sin considerar inflación.

Llevadas esas diferencias a valor presente, se tiene:

$$VPN = + \frac{3.6929}{(1.5165)(1.1)^1} + \frac{4.7415}{(1.5165)(1.1969)(1.1)^2} + \frac{6.8463}{(1.5165)(1.1969)(1.2993)(1.1)^3} + \frac{7.1564}{(1.5165)(1.1969)(1.2993)(1.1879)(1.1)^4} = \$8.2969$$

$$\text{El error porcentual de cálculo es} = \left[1 - \frac{81.9}{90.19} \right] (100) = 9.19\%$$

Más importante que esta última determinación por sí misma es observar cómo influyen diferentes procesos inflacionarios en la rentabilidad de las empresas, utilizando cargos actualizados en la inflación. Esto es definitivo en la recaudación fiscal. A continuación se efectúa el mismo análisis anterior, pero bajo cuatro supuestos distintos.

1. Inflación muy elevada en el primer año con tendencia a la baja.
2. Inflación baja en el primer año con tendencia a subir.
3. Inflación constante y baja a lo largo de los cuatro años.
4. Inflación constante y alta durante los cuatro años.

Inflación muy elevada en el primer año con tendencia a la baja. Para desarrollar este inciso se toman cifras reales de inflación, suponiendo que se invirtió el 1 de enero de 1986. La inflación en los cuatro años de análisis es: $f_{86} = 105.74$; $f_{87} = 159.16$; $f_{88} = 51.65$; $f_{89} = 19.69$.

Como son las cifras reales, los cargos actualizados de depreciación se calculan suponiendo la misma inversión de \$100, con los INPC reales (véase la tabla A1.15.).

TABLA A1.15

86	$\frac{2807.6325}{2173.2525}$	$= 1.2919 \times 25 = 32.2975$
87	$\frac{6365.7}{2173.2525}$	$= 2.9291 \times 25 = 73.2278$
88	$\frac{15011.2}{2173.2525}$	$= 6.9072 \times 25 = 172.6218$
89	$\frac{17650.9}{2173.2525}$	$= 8.1218 \times 25 = 203.0470$

Para calcular los FNE se procede en la misma forma, inflando ingresos y costos por la f del año correspondiente (se utilizan diezmilésimas para más precisión). Los resultados se muestran en la tabla A1.16.

TABLA A1.16

Año	0	1	2	3	4
+ Ingresos	200	411.4800	1066.3916	1617.1829	1935.6062
- Costo	105	216.0270	559.8555	849.0210	1016.1932
- Depreciación	25	32.2975	73.2278	172.6812	203.0470
= UG	70	163.1555	433.3083	595.4807	716.3660
- Impuestos 50%	35	81.5777	216.6541	297.7403	358.1830
= UDI	35	81.5778	216.6542	297.7404	358.1830
+ Depreciación	25	32.2975	73.2278	172.6812	203.0470
= FNE	60	113.8753	289.8820	470.4216	561.2300

El cálculo del VPN es:

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -100 + \frac{113.8753}{(2.0574)(1.1)} + \frac{289.8820}{(2.0574)(2.5916)(1.1)^2} + \\ & \frac{470.4216}{(2.0574)(2.5916)(1.5165)(1.1)^3} + \\ & \frac{561.2300}{(2.0574)(2.5916)(1.5165)(1.969)(1.1)^4} = \$78.5666 \end{aligned}$$

De la misma forma que en el ejemplo anterior, se hace un análisis de diferencias. Los resultados se muestran en la tabla A1.17.

TABLA A1.17

Análisis de diferencias				
	1	2	3	4
FNE inflados	123.4440	319.9174	485.1548	580.6818
FNE reales	113.8753	289.8820	470.4216	561.2300
Diferencia	9.5687	30.0354	14.7332	19.4518
VP de diferencia	4.2280	4.6554	1.3689	1.3727

Suma del VP de las diferencias = \$11.6250

VPN sin inflación - VPN inflado = 90.1919 - 78.5666 = \$11.6253

$$\text{El error en el cálculo es} = \left[1 - \frac{78.5666}{90.1919} \right] (100) = 12.88\%$$

Los FNE inflados se obtienen según se muestra en la tabla A1.18.

TABLA A1.18

Año	0	1	2	3	4
FNE	60	123.444	319.9174	485.1548	580.6818
		$\times 2.0574$	$\times 2.5916$	$\times 1.5165$	$\times 1.1969$

Para el error de cálculo se toma como base el VPN = \$90.1919 que es el VPN sin considerar inflación. La intención de estos cálculos es observar la magnitud en que se afecta la determinación del VPN sin considerar inflación, con respecto al VPN, haciendo los cargos actualizados de depreciación tal y como lo dice la ley, pero a diferentes niveles de inflación.

Inflación baja en el primer año con tendencia a subir. Siguiendo exactamente la misma tónica del cálculo, ahora la suposición es que se invierte el 1 de enero de 1984. La inflación de esos años es: $f_{84} = 59.16$; $f_{85} = 63.74$; $f_{86} = 105.74$; $f_{87} = 159.16$. Los cargos actualizados se muestran en la tabla A1.19

TABLA A1.19

84	$\frac{999.0226}{814.8212}$	$= 1.2260 \times 25 = 30.6516$
85	$\frac{1532.7696}{814.8212}$	$= 1.8811 \times 25 = 47.02779$
86	$\frac{2807.6325}{814.8212}$	$= 3.4457 \times 25 = 86.1426$
87	$\frac{6365.7}{814.8212}$	$= 7.81238 \times 25 = 195.3097$

El cálculo de los FNE se muestra en la tabla A1.20.

TABLA A1.20

Año	0	1	2	3	4
+ Ingresos	200	318.3200	521.2171	1072.3522	2779.1080
- Costo	105	167.1180	273.6390	562.9849	1459.0317
- Depreciación	25	30.6516	47.0278	86.1426	195.3097
= UG	70	120.5504	200.5503	423.2247	1124.7666
- Impuestos 50%	35	60.2752	100.2751	211.6123	562.3833
= UDI	35	60.2752	100.2752	211.6124	562.3833
+ Depreciación	25	30.6516	47.0278	86.1426	295.3097
= FNE	60	90.9268	147.3030	297.7550	757.6930

$$\text{VPN} = -100 + \frac{90.9268}{(1.5916)(1.1)} + \frac{147.3030}{(1.5916)(1.6374)(1.1)^2} + \frac{297.7550}{(1.5916)(1.6374)(2.0574)(1.1)^3} + \frac{757.6930}{(1.5916)(1.6374)(2.0574)(2.5916)(1.1)^4} = \$77.6145$$

El análisis de las diferencias se muestra en la tabla A1.21.

TABLA A1.21

Análisis de diferencias				
	1	2	3	4
FNE inflados	95.4960	156.3651	321.7056	833.7324
FNE reales	90.9268	147.3030	297.7550	757.6930
Diferencia	4.5692	9.0621	23.9506	76.0394
VP de diferencia	2.6098	2.8743	3.3560	3.7375

Suma del VP de las diferencias = \$12.5776

VPN sin inflación – VPN inflado = 90.1919 – 77.6145 = \$12.5773

$$\text{El error en el cálculo} = \left[1 - \frac{77.6145}{90.1919} \right] (100) = 13.94\%$$

Inflación constante y baja a lo largo de los cuatro años. Ésta es una suposición teórica y se tomará como valor anual de la inflación de 15%. Para obtener el cargo anual de inflación durante el primer semestre se toma una $f = 7.24\%$, ya que la inflación actúa como un interés capitalizado, esto es, con una inflación semestral de 7.24% se obtiene

$$(1 + 0.0724)(1 + 0.0724) - 1 = 0.15 \text{ anual}$$

Aún esto es erróneo, pues la ley permite deducir sólo cinco meses del primer año y no seis. El cálculo correcto debe ser:

$$f_{\text{mensual}} = 1.1714\% \quad f_{\text{anual}} = (1 + 0.011714)^{12} - 1 = 15\%$$

de manera que el cargo de depreciación para el primer año debe ser:

$$(1 + 0.011714)^5 - 1 = 0.059958, \text{ que es la } f \text{ de 5 meses.}$$

Cargo actualizado = $25 \times 1.059958 = 26.4989$ y no tomar la tasa semestral de 7.24% con el cargo:

$$25 \times (1.0724) = 26.81$$

Sin embargo, aquí no es muy importante tal precisión. Recuérdese que se está tomando una inflación anual constante de 15%. El cálculo de los FNE se muestra en la tabla A1.22.

TABLA A1.22

Año	0	1
+ Ingresos	200×1.15	= 230
- Costo	105×1.15	= 120.75
- Depreciación	25×1.0599	= 26.4989
= UG	70	82.7511
- Impuestos 50%	35	41.3755
= UDI	35	41.3756
+ Depreciación	25	26.4989
= FNE	60	67.8745

Por los años 2, 3 y 4 basta multiplicar el FNE = \$68.03 del primer año por 1.15, ya que el cargo por depreciación abarca años completos (véase la tabla A1.23).

TABLA A1.23

Año	0	1	2	3	4
FNE	60	67.8745	78.0556	89.7640	103.2286

$$\text{TMAR} = 0.1 + 0.15 + (0.1 \times 0.15) = 0.265$$

$$\text{VPN} = -100 + \frac{+67.8745}{(1+0.265)^1} + \frac{78.0556}{(1+0.265)^2} + \frac{89.7639}{(1+0.265)^3} + \frac{103.2285}{(1+0.265)^4} = \$87.0887$$

El análisis de diferencias se muestra en a tabla A1.24.

TABLA A1.24

	Análisis de diferencias			
	1	2	3	4
FNE inflados	69.00	79.35	91.2525	104.9404
FNE reales	67.8745	78.0556	89.7639	103.2285
Diferencia	1.1255	1.2944	1.4886	1.7119
VP de diferencia	0.8897	0.808	0.7353	0.6685

Suma del VP de las diferencias = \$3.1023

VPN sin inflación – VPN inflado = 90.1919 – 87.0887 = \$3.1032

$$\text{El error en el cálculo} = \left[1 - \frac{87.0887}{90.1919} \right] (100) = 3.44\%$$

Inflación constante y alta durante los cuatro años. Bajo el mismo procedimiento de cálculo, la f anual es de 30%, la f mensual es de 2.21%, y la f de 5 meses es:

$$(1 + 0.0221)^5 - 1 = 0.1154$$

por lo tanto, el cargo de depreciación para el primer año es:

$$(25)(1.1154) = 27.8872$$

El cálculo de los FNE se muestra en la tabla A1.25.

TABLA A1.25

Año	0	1
+ Ingresos	200 × 1.3	= 260.0000
– Costo	105 × 1.3	= 136.5000
– Depreciación	25 × 1.1154	= 27.8872
= UG	70	95.6128
– Impuestos 50%	35	47.8064
= UDI	35	47.8064
+ Depreciación	25	27.8872
= FNE	60	75.6936

Los FNE de los años 2 a 4 se muestran en la tabla A1.26.

TABLA A1.26

Año	1	2	3	4
FNE	75.6936	98.4016	127.9221	166.298

$$\text{TMAR} = 0.1 + 0.3 + (0.1 \times 0.3) = 0.43$$

$$\text{VPN} = -100 + \frac{75.6936}{(1+0.43)^1} + \frac{98.4016}{(1+0.43)^2} + \frac{127.9221}{(1+0.43)^3} + \frac{166.2988}{(1+0.43)^4} = \$84.5649$$

El análisis de diferencias se muestra en la tabla A1.27.

TABLA A1.27

Análisis de diferencias				
	1	2	3	4
FNE inflados	78.0000	101.4000	131.8200	171.3660
FNE reales	75.6936	98.4016	127.9221	166.2988
Diferencia	2.3064	2.9984	3.8979	5.0672
VP de diferencia	1.6128	1.4662	1.3329	1.2117

Suma de las diferencias = \$5.6236

VPN sin inflación – VPN inflado = 90.1919 – 84.5649 = \$5.627

$$\text{El error en el cálculo} = \left[1 - \frac{84.5649}{90.1919} \right] (100) = 6.23\%$$

El aspecto más importante de todas las determinaciones anteriores es el análisis de diferencias y el error en el cálculo. Las diferencias traídas al valor presente nos dan una idea exacta de cómo es afectada la rentabilidad de la empresa por la disposición fiscal en la forma de depreciar los activos y la influencia que sobre esto tiene el nivel de inflación. Por otro lado, uno de los objetivos de esta investigación es proporcionar un método de evaluación económica que elimine la necesidad de pronosticar la inflación. Ya se demostró que si la depreciación se actualiza exactamente al nivel de inflación se producirían resultados idénticos en la evaluación económica, pero como no es así en la realidad, esto conduce a un error en la evaluación económica que puede ser pronosticado con precisión.

Veamos ambos análisis

Resumen del análisis del valor presente de las diferencias

Situación real, si el activo se adquirió el 1 de enero de 1988 (véase la tabla A1.28).

TABLA A1.28

Año	88	89	90	91
Inflación (%)	51.65	19.69	29.93	18.79
VP de diferencias	2.2135	2.1588	2.1805	1.7447

Inflación elevada con tendencia a bajar. Adquisición del activo 1 de enero de 1986 (véase la tabla A1.29).

TABLA A1.29

Año	86	87	88	89
Inflación (%)	105.74	159.16	51.65	19.69
VP de diferencias	4.2280	4.6554	1.3689	1.3727

Inflación baja con tendencia a subir. Adquisición del activo 1 de enero de 1985 (véase la tabla A1.30).

TABLA A1.30

Año	85	86	87	88
Inflación (%)	59.16	63.74	105.74	159.16
VP de diferencias	2.6098	2.8743	3.3560	3.7375

Inflación constante y baja a lo largo de los cuatro años. Inflación = 15% anual (véase la tabla A1.31).

TABLA A1.31

Año	1	2	3	4
Inflación (%)	15%	15%	15%	15%
VP de diferencias	0.8897	0.8088	0.7353	0.6685

Inflación constante y alta durante cuatro años. Inflación = 30% anual (véase la tabla A1.32).

TABLA A1.32

Año	1	2	3	4
Inflación (%)	30%	30%	30%	30%
VP de diferencias	1.6128	1.4662	1.3329	1.2117

El resumen de los errores se muestra en la tabla A1.33.

TABLA A1.33

Resumen de los errores
Situación inicial. Error = 9.19%. VPN = \$81.90
a) Inflación elevada con tendencia a bajar. Error = 12.88%. VPN = \$78.5666

(Continúa)

TABLA A1.33 (Continuación)**Resumen de los errores**

- b) Inflación baja con tendencia a subir. Error = 13.94%.
VPN = \$77.6145
- c) Inflación constante de 15% anual. Error = 3.44%.
VPN = \$87.0887
- d) Inflación constante de 30% anual. Error = 6.23%.
VPN = \$84.5649

De todo lo anterior se puede concluir lo siguiente, hay dos observaciones muy claras que se pueden hacer:

1. La inflación afecta directamente el error cometido en el cálculo. Esto se observa no sólo en el análisis de diferencias, donde es muy claro cómo en los años 86 y 87 el VP de las diferencias es mayor, y por qué cuando se considera una inflación baja de 15%, esta diferencia es mínima. Esto concuerda con el error en el cálculo. Obsérvese que es tan alto como 13.94% con inflación elevada y obtiene su valor más bajo de 3.44% cuando la inflación es de sólo 15% anual.
2. El beneficio para el contribuyente tiene un comportamiento similar. Cuando la inflación es muy elevada se comete el mayor error en el cálculo y a la vez se obtiene el menor VPN, en tanto que cuando la inflación es de 15%, el error es tan sólo de 3.44% y el VPN = \$87.0887 es el más elevado.

Lo que aquí se quiere indicar por *error en el cálculo*, es que ya se demostró que existe una técnica de evaluación económica que elimina al 100% la necesidad de pronosticar la inflación, puesto que se obtienen resultados numéricamente idénticos, considerando o no la inflación. Pero como con esta técnica no se hacen los cargos de depreciación tal y como lo dice la Ley del Impuesto Sobre la Renta, entonces, hacer estos cargos correctamente nos conduce a un *error en el cálculo*.

En este sentido, la conclusión del estudio es que se puede eliminar la necesidad de pronosticar la inflación, obtener datos válidos y tomar la decisión de inversión más adecuada. Por ejemplo, supóngase que se realiza una inversión de \$100, con unos ingresos y costos de \$200 y \$105, respectivamente, en dinero del año cero. Si las expectativas inflacionarias son de 15% anual para los siguientes cuatro años, entonces la ganancia sería de VPN = \$87. Si la inflación esperada fuera de 30% anual, la ganancia se reduciría a VPN = \$84.5. Así, se puede observar que mientras las expectativas de inflación elevada sean mayores, el VPN disminuye todo alrededor de un valor inicial del VPN = \$90.1919, sobre el cual se comete el error.

Uno de los objetivos de la investigación era proporcionar a Nafinsa un instrumento de análisis para evaluar proyectos bajo situaciones inflacionarias cambiantes, sin necesidad de pronosticar la inflación. Los cálculos demuestran que a niveles de inflación muy elevados, el error cometido es de hasta 14%.

La forma en que Nafinsa puede utilizar los datos para evaluar sus proyectos es la siguiente: debe determinar el VPN de todos los proyectos de inversión bajo la técnica mostrada que no considera inflación. Con ese valor como referencia, es preciso calcular una disminución del mismo de 10 a 15%, como protección contra cualquier nivel de inflación en el futuro. Ya se sabe que, aunque la inflación sea baja, el VPN de referencia disminuirá en cierta proporción.

EJEMPLO El VPN de una inversión sin considerar inflación es \$20. El VPN que debe considerarse para el proyecto es $20 - 20 \times 0.15 = 17$. La disminución de valor se calcula como una protección contra la inflación en el futuro. La aportación de esta investigación es demostrar que aunque la inflación sea muy elevada (de 50% a 100% anual), el VPN no disminuye más de 15% respecto de un valor de referencia calculado sin inflación.

Ahora se analizarán la deducción inmediata y la inflación. Ya se demostró en la evaluación económica sin considerar inflación que la deducción inmediata de la depreciación presenta un VPN = \$91.02, superior al VPN = \$90.1919 utilizando depreciación en línea recta sin actualizar (sin considerar inflación).

En este apartado se harán dos cálculos:

1. a) Se considera que la inversión se efectúa el 1 de enero de 1986, lo cual implica una inflación elevada el primer año con tendencia a bajar.
b) La inversión se efectúa el 1 de enero de 1984, lo cual implica una inflación creciente con el paso del tiempo.
2. a) Se invierte el 1 de enero de 1986. la inflación en los siguientes cuatro años es:

$$f_{86} = 105.74; f_{87} = 159.16; f_{88} = 51.65; f_{89} = 19.69$$

Se mantiene la suposición inicial de que el cargo de deducción inmediata es de 89% y se efectúa al final del primer año de adquisición del activo.

Procediendo de la misma firma ya conocida, el cálculo de los FNE se muestra en la tabla A1.34.

TABLA A1.34

Año	0	86	87	88	89
+ Ingresos	200	411.4800	1 066.3916	1 617.1829	1 935.6062
- Costo	105	216.0270	559.8555	849.0210	1 016.1932
- Depreciación		89.0000	0	0	0
= UG		106.4530	506.5361	768.1619	919.4130
- Impuestos 50%		53.2265	253.2680	384.0809	459.7065
= UDI		53.2265	253.2681	384.0810	459.706
+ Depreciación		89.0000	0	0	0
= FNE		142.2265	253.2681	384.0810	459.7065

$$\text{VPN} = -100 + \frac{142.2265}{(2.0574)(1.1)^1} + \frac{253.2681}{(2.0574)(2.5916)(1.1)^2} + \frac{384.0810}{(2.0574)(2.5916)(1.5165)(1.1)^3} + \frac{459.7065}{(2.0574)(2.5916)(1.5165)(1.1969)(1.1)^4} =$$

$$100 + 62.8447 + 39.2562 + 35.6874 + 32.4431 = \text{VPN} = \$70.8199$$

b) Se invierte el 1 de enero de 1984. La inflación en cada uno de los años es: $f_{84} = 59.16$; $f_{85} = 63.74$; $f_{86} = 105.74$; $f_{87} = 159.16$ (véase la tabla A1.35).

TABLA A1.35

Año	0	1	2	3	4
+ Ingresos	200	318.3200	521.2171	1 072.3522	2 274.1080
- Costo	105	167.1180	273.6390	562.9849	1 459.0317
- Depreciación		89.0000	0	0	0
= UG		62.2020	247.5781	509.3673	1 320.0763
- Impuestos 50%		31.1010	123.7890	254.6836	660.0381
= UDI		31.1010	123.7891	254.6836	660.0382
+ Depreciación		89.0000	0	0	660.0382
= FNE		120.1010	123.7891	254.6836	

$$\text{VPN} = -100 + \frac{120.1010}{(1.5916)(1.1)^1} + \frac{123.7891}{(1.5916)(1.6374)(1.1)^2} + \frac{254.6837}{(1.5916)(1.6374)(2.0574)(1.1)^3} + \frac{660.0382}{(1.5916)(1.6374)(2.0574)(2.5916)(1.1)^4} =$$

$$100 + 68.5993 + 39.2562 + 35.9730 + 32.4431 = \text{VPN} = \$76.2790$$

Nótese cómo en ambos incisos el valor presente de los FNE en los años 2, 3 y 4 es el mismo, esto es, \$39.2562, \$35.6873 y \$32.4431, respectivamente. Esto significa que, como en los años 2, 3 y 4 ya no hay cargo de depreciación, la contribución de estos años a la rentabilidad económica de la empresa es independiente del nivel de inflación vigente en esos años, de donde se concluye que cuando se utiliza la deducción inmediata, lo único importante para el análisis es el nivel de inflación del año en el cual

se efectúa la deducción. Para comprobar esta aseveración se hace un nuevo análisis pero ahora considerando una inflación constante de 15% a lo largo de los cuatro años (véase la tabla A1.36).

$$\text{TMAR} = 0.1 + 0.15 + (0.1 \times 0.15) = 0.265$$

TABLA A1.36

Año	0	1	2	3	4
+ Ingresos	200	230.000	264.5000	304.1750	349.8012
- Costo	105	120.7500	138.8625	159.6914	183.6455
- Depreciación		89.000	0	0	0
= UG		20.2500	125.6375	144.4831	166.1557
- Impuestos 50%		10.1250	62.8187	72.2415	83.0778
= UDI		10.1250	62.8187	72.2415	83.0778
+ Depreciación		89.000	0	0	0
= FNE		99.1250	62.8187	72.2415	83.0778

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -100 + \frac{99.125}{(1+0.265)^1} + \frac{62.8188}{(1+0.265)^2} + \frac{72.2415}{(1+0.265)^3} + \frac{83.0778}{(1+0.265)^4} = \\ &= -100 + 78.3596 + 39.2526 + 35.6873 + 32.4430 = \$85.7461 \end{aligned}$$

Un vez más, el valor presente de los FNE de los años 2, 3 y 4 es exactamente el mismo, bajo cualquier situación inflacionaria. Por lo tanto, se refuerza la aseveración de que al utilizar la deducción inmediata de la depreciación, el único periodo que es importante analizar es aquel en el cual se efectúa la deducción.

Acerca de la influencia del nivel inflacionario sobre el uso de la deducción inmediata, se puede concluir lo siguiente:

- Todo inversionista que quiera utilizar este tipo de depreciación deberá analizar sólo la inflación en el año en que se efectúe el cargo.
- Se observa que mientras la inflación sea más elevada el primer año, el VPN para la empresa disminuye. Del ejemplo, si la $f = 105.74$ el primer año, $\text{VPN} = \$70.8199$; si $f = 59.16$ el primer año, $\text{VPN} = \$76.2790$; si $f = 15\%$ el primer año, $\text{VPN} = \$85.7461$.
- Aun considerando una inflación muy baja para el primer año de 15%, el $\text{VPN} = \$85.7461$ es inferior al $\text{VPN} = \$91.02$, sin considerar inflación.

Esto lleva a una conclusión muy importante: que la SHCP no debe restringir el uso de la deducción inmediata sino fomentarlo, pues con ello se recaudarían más impuestos, como se demostrará en la siguiente sección. El contribuyente, y tal vez la propia SHCP, creen erróneamente que la deducción inmediata beneficia al primero y disminuye el pago de impuestos, y esta idea se obtiene si se hace una evaluación

económica sin considerar inflación. Pero al considerar situaciones reales con inflación o cualquier nivel, se observa que el contribuyente siempre gana menos.

Analícense los resultados obtenidos que se muestran en la tabla A1.37.

TABLA A1.37

	VPN depreciación actualizada	VPN depreciación inmediata
a) Inflación elevada con tendencia a bajar	78.5666	70.8199
b) Inflación baja con tendencia a subir	77.6145	76.2790
c) Inflación constante de 15%	87.0887	85.7461
Sin considerar inflación	90.1919	91.02

En la tabla anterior se observa que bajo cualquier situación inflacionaria, el contribuyente se beneficia más con la depreciación actualizada que con la deducción inmediata, excepto cuando no se considera inflación. Si esto es un beneficio para el contribuyente, entonces debe perjudicar a recaudación de impuestos; por lo tanto, la SHCP debería liberar el uso de la depreciación inmediata en vez de restringirlo.

Influencia de la depreciación y el nivel inflacionario en la recaudación de impuestos

Hasta este momento, todo el análisis ha recaído en calcular el VPN para el inversionista o contribuyente. En este apartado se hará un análisis similar, pero desde el punto de vista del pago de impuestos, es decir, se calculará el VPN de todos los flujos de pago de impuestos. Esto se considera importante, pues al gobierno le debe interesar, para fines de planeación económica, cómo se afecta la recaudación impositiva según la inflación y la política seguida en la deducción por concepto de depreciación.

El problema que aquí se presenta es la tasa de descuento que se aplicará para el cálculo de VPN de los impuestos. Esta tasa puede ser el nivel de inflación, o bien, el CCP. Independientemente de la tasa elegida el efecto observado será el mismo. Aquí sólo se pretende mostrar una metodología de análisis y observar ciertos efectos, de manera que la tasa de descuento elegida para el cálculo del VPN de los impuestos es la inflación anual.

El procedimiento consiste en volver a presentar todas las situaciones analizadas, pero ahora considerando sólo el flujo de impuestos.

1. Fecha de adquisición del activo: 1 de enero de 1988.

Inflación anual: $f_{88} = 51.65\%$; $f_{89} = 19.69\%$; $f_{90} = 29.93\%$; $f_{91} = 18.79\%$ (véase la tabla A1.38).

TABLA A1.38

	Depreciación actualizada			
	88	89	90	91
Pago de impuestos	56.7704	68.2698	89.3892	105.2091
VP de los impuestos	37.4351	37.6121	37.9031	37.5555
Suma de los VP = \$150.5058				

2. Fecha de adquisición del activo: 1 de enero de 1986.

Inflación anual: $f_{86} = 105.74\%$; $f_{87} = 159.16\%$; $f_{88} = 51.65\%$; $f_{89} = 19.69\%$ (véase la tabla A1.39.)

TABLA A1.39

	Depreciación actualizada			
	86	87	88	89
Pago de impuestos	81.5777	216.6541	297.7403	358.1830
VP de los impuestos	39.6508	40.6335	36.8224	37.0127
Suma de los VP = \$154.1194				

3. Fecha de adquisición del activo: 1 de enero de 1984.

Inflación anual: $f_{84} = 59.16\%$; $f_{85} = 63.74\%$; $f_{86} = 105.74\%$; $f_{87} = 159.16\%$ (véase la tabla A1.40).

TABLA A1.40

	Depreciación actualizada			
	84	85	86	87
Pago de impuestos	60.2752	100.2751	211.6123	562.3833
VP de los impuestos	37.8708	38.4772	39.4682	40.4741
Suma de los VP = \$156.2903				

4. Inflación constante y baja durante cuatro años, de 15% (véase la tabla A1.41).

TABLA A1.41

	Depreciación actualizada			
	1	2	3	4
Pago de impuestos	41.3755	47.5818	54.7191	62.9269
VP de los impuestos	35.9786	35.9786	35.9786	35.9786
Suma de los VP = \$143.9144				

5. Inflación constante y alta durante cuatro años, de 30% (véase la tabla A1.42).

TABLA A1.42

	Depreciación actualizada			
	1	2	3	4
Pago de impuestos	47.8064	62.1483	80.7928	105.0306
VP de los impuestos	36.7741	36.7741	36.7741	36.7741
Suma de los VP = \$147.0964				

6. Fecha de adquisición del activo: 1 de enero de 1986.

Inflación anual: $f_{86} = 105.74\%$; $f_{87} = 159.16\%$; $f_{88} = 51.65\%$; $f_{89} = 19.69\%$ (véase la tabla A1.43).

TABLA A1.43

	Deducción inmediata de la depreciación			
	86	87	88	89
Pago de impuestos	53.2265	253.2680	384.0809	459.7065
VP de los impuestos	25.8707	47.5005	47.5005	47.4005
Suma de los VP = \$168.3722				

7. Fecha de adquisición del activo: 1 de enero de 1984.

Inflación anual: $f_{84} = 59.16\%$; $f_{85} = 63.74\%$; $f_{86} = 105.74\%$; $f_{87} = 159.16\%$ (véase la tabla A1.44).

TABLA A1.44

	Deducción inmediata de la depreciación			
	84	85	86	87
Pago de impuestos	31.1010	123.7890	254.6836	660.0381
VP de los impuestos	19.5407	47.999	47.5015	47.5023
Suma de los VP = \$162.0444				

8. Inflación constante y baja de 15% durante los cuatro años (véase la tabla A1.45).

TABLA A1.45

	Depreciación actualizada			
	1	2	3	4
Pago de impuestos	10.1250	62.8187	72.2415	83.0778
VP de los impuestos	8.8043	47.4999	47.4999	47.5000
Suma de los VP = \$151.3043				

Si se considera que la mejor alternativa es siempre la mayor VP, pues significa que se tiene más dinero en el presente. Se puede construir la tabla A1.46.

TABLA A1.46

Inflación anual	Depreciación actualizada		Deducción inmediata	
	VP impuestos	VP contribuyente	VP impuestos	VP contribuyente
1. $f_{86} = 105.74$; $f_{87} = 159.65$; $f_{88} = 51.65$; $f_{89} = 19.69$	154.1194	(78.5666)	168.3722	(70.8199)
2. $f_{84} = 59.16$; $f_{85} = 63.74$; $f_{86} = 105.74$; $f_{87} = 159.16$	156.2903	(77.6145)	162.0444	(76.2790)
3. Constante y baja de 15%	143.9144	(87.0887)	151.3043	(85.7461)

Esto confirma la aseveración hecha. La deducción inmediata recauda más impuestos bajo cualquier situación inflacionaria que la depreciación actualizada, lo cual concuerda con el VPN del contribuyente (anotado entre paréntesis), que es mayor con la depreciación actualizada que con la deducción inmediata. El efecto es contrario si el contribuyente gana más: se recaudan menos impuestos, considerando un ingreso constante del contribuyente.

La aportación importante de esta investigación es que se recomienda a la SHCP no restringir el uso de la deducción inmediata.

Conclusiones y recomendaciones

El trabajo fue elaborado de manera práctica y no teórica. Esto es, la explicación teórica de las técnicas empleadas es mínima debido a que no se desarrolla un nuevo concepto, sino que, a partir de conceptos generales muy conocidos en evaluación económica, se hace una aportación práctica sobre su uso para tomar mejores decisiones, tanto por parte de Nafinsa como por parte de la SHCP.

Las cifras obtenidas no tienen significado por sí mismas, sino sólo al compararlas con otras y observar tendencias y comportamientos, tanto de beneficios económicos para el contribuyente, como para la recaudación impositiva, con base en la variación del nivel de inflación y del método de depreciación.

Se cumplieron los objetivos de la investigación con los siguientes resultados:

1. Se propone a Nafinsa un método para la evaluación económica de proyectos que elimina la necesidad de pronosticar inflación y, tomando en cuenta tanto a la inflación como al método de depreciación empleado, proporciona una herramienta adecuada para tomar mejores decisiones de inversión.
2. Se propone a la SHCP un método para evaluar la recaudación de impuestos, únicamente con base en las políticas que siga sobre los métodos y el procedimiento para hacer los cargos de depreciación.
3. Con base en los resultados obtenidos se recomienda fomentar el uso de la depreciación inmediata, siempre que se mantengan los porcentajes de aplicación, tal y como se encuentran en la Ley del Impuesto Sobre la Renta.

Sin embargo, hay que ser cautelosos y decir que esta recomendación se deriva de analizar un solo concepto de todos los incisos del artículo que contempla la deducción inmediata. De manera específica, la recomendación es que se deben analizar todos los porcentajes que se aplican y si se encuentra en todos el mismo resultado, entonces sí se debe fomentar el uso de la deducción inmediata. Al menos la investigación proporciona un método formal de análisis para esta situación, que es muy importante tanto en la fijación de dichos porcentajes como en la recaudación fiscal.

TABLAS DE FACTORES DE INTERÉS DISCRETO

Nomenclatura utilizada

$(F/P, i, n)$: factor de una cantidad capitalizada

$(P/F, i, n)$: factor de una cantidad descontada o traída a presente

$(F/A, i, n)$: factor de series uniformes capitalizadas

$(A/F, i, n)$: factor de un fondo de series uniformes que se capitaliza en el futuro

$(P/A, i, n)$: factor de descuento de series uniformes

$(A/P, i, n)$: factor de recuperación de capital

$(P/G, i, n)$: factor para descontar series gradientes

TABLA A2.1 Factores de interés discreto capitalizado a 0.5%

n	(FIP, i, n)	(PIF, i, n)	(FIA, i, n)	(AIF, i, n)	(PIA, i, n)	(AIP, i, n)	(PIG, i, n)
1	1.0050	0.9950	1.0000	1.0000	0.9950	1.0050	0.0000
2	1.0100	0.9901	2.0050	0.4988	1.9851	0.5038	0.9893
3	1.0151	0.9851	3.0150	0.3317	2.9702	0.3367	2.9589
4	1.0202	0.9802	4.0301	0.2481	3.9505	0.2531	5.8992
5	1.0253	0.9754	5.0502	0.1980	4.9259	0.2030	9.8003
6	1.0304	0.9705	6.0755	0.1646	5.8964	0.1696	14.6522
7	1.0355	0.9657	7.1059	0.1407	6.8621	0.1457	20.4456
8	1.0407	0.9609	8.1414	0.1228	7.8229	0.1278	27.1712
9	1.0459	0.9561	9.1821	0.1089	8.7790	0.1139	34.8193
10	1.0511	0.9513	10.2280	0.0978	9.7304	0.1028	43.3813
11	1.0564	0.9466	11.2791	0.0877	10.6770	0.0937	52.8469
12	1.0617	0.9419	12.3355	0.0811	11.6189	0.0861	63.2069
13	1.0670	0.9372	13.3972	0.0746	12.5561	0.0796	74.4536
14	1.0723	0.9326	14.4622	0.0691	13.4887	0.0741	86.5757
15	1.0777	0.9279	15.5365	0.0644	14.4166	0.0694	99.5659
16	1.0831	0.9233	16.6142	0.0602	15.3399	0.0652	113.4152
17	1.0885	0.9187	17.6973	0.0565	16.2586	0.0615	128.1139
18	1.0939	0.9141	18.7857	0.0532	17.1727	0.0582	143.6539
19	1.0994	0.9096	19.8797	0.0503	18.0823	0.0553	160.0257
20	1.1049	0.9051	20.9791	0.0477	18.9874	0.0527	177.2214
21	1.1104	0.9006	22.0840	0.0453	19.8879	0.0503	195.2325
22	1.1160	0.8961	23.1944	0.0431	20.7840	0.0481	214.0491
23	1.1216	0.8916	24.3103	0.0411	21.6756	0.0461	233.6642
24	1.1272	0.8872	25.4319	0.0393	22.5628	0.0443	254.0688
25	1.1328	0.8828	26.5590	0.0377	23.4456	0.0427	275.2549
26	1.1385	0.8784	27.6918	0.0361	24.3240	0.0411	297.2139
27	1.1442	0.8740	28.8303	0.0347	25.1980	0.0397	319.9378
28	1.1499	0.8697	29.9744	0.0334	26.0676	0.0384	343.4179
29	1.1556	0.8653	31.1243	0.0321	26.9330	0.0371	367.6473
30	1.1614	0.8610	32.2799	0.0310	27.7940	0.0360	392.6160
35	1.1907	0.8398	38.1453	0.0262	32.0353	0.0312	528.2935
40	1.2208	0.8191	44.1587	0.0226	36.1721	0.0276	681.3133
45	1.2516	0.7990	50.3240	0.0199	40.2071	0.0249	850.7396
50	1.2832	0.7793	56.6450	0.0177	44.1427	0.0227	1035.6700
55	1.3156	0.7601	63.1256	0.0158	47.9813	0.0208	1235.2395
60	1.3488	0.7414	69.7698	0.0143	51.7254	0.0193	1448.6141
70	1.4178	0.7053	83.5658	0.0120	58.9393	0.0170	1913.6063
80	1.4903	0.6710	98.0674	0.0102	65.8022	0.0152	2424.6044
90	1.5666	0.6383	113.3105	0.0088	72.3311	0.0138	2976.0311
100	1.6467	0.6073	129.3333	0.0077	78.5425	0.0127	3562.7440

TABLA A2.2 Factores de interés discreto capitalizado a 1.0%

n	(FIP, i, n)	(PIF, i, n)	(FIA, i, n)	(AIF, i, n)	(PIA, i, n)	(AIP, i, n)	(PIG, i, n)
1	1.0100	0.9901	1.0000	1.0000	0.9901	1.0100	0.0000
2	1.0201	0.9803	2.0100	0.4975	1.9704	0.5075	0.9803
3	1.0303	0.9706	3.0301	0.3300	2.9410	0.3400	2.9214
4	1.0406	0.9610	4.0604	0.2463	3.9020	0.2563	5.8043
5	1.0510	0.9515	5.1010	0.1960	4.8534	0.2060	9.6101
6	1.0615	0.9420	6.1520	0.1625	5.7955	0.1725	14.3203
7	1.0721	0.9327	7.2135	0.1386	6.7282	0.1486	19.9165
8	1.0829	0.9235	8.2857	0.1207	7.6517	0.1307	26.3809
9	1.0937	0.9143	9.3685	0.1067	8.5660	0.1167	33.6956
10	1.1046	0.9053	10.4622	0.0956	9.4713	0.1056	41.8431
11	1.1157	0.8963	11.5668	0.0865	10.3676	0.0965	50.8063
12	1.1268	0.8874	12.6825	0.0788	11.2551	0.0888	60.5682
13	1.1381	0.8787	13.8093	0.0724	12.1337	0.0824	71.1121
14	1.1495	0.8700	14.9474	0.0669	13.0037	0.0769	82.4215
15	1.1610	0.8613	16.0969	0.0621	13.8650	0.0721	94.4803
16	1.1726	0.8528	17.2579	0.0579	14.7179	0.0679	107.2726
17	1.1843	0.8444	18.4304	0.0543	15.5622	0.0643	120.7827
18	1.1961	0.8360	19.6147	0.0510	16.3983	0.0610	134.9949
19	1.2081	0.8277	20.8109	0.0481	17.2260	0.0581	149.8941
20	1.2202	0.8195	22.0190	0.0454	18.0455	0.0554	165.4655
21	1.2324	0.8114	23.2392	0.0430	18.8570	0.0530	181.6940
22	1.2447	0.8034	24.4716	0.0409	19.6604	0.0509	198.5653
23	1.2572	0.7954	25.7163	0.0389	20.4558	0.0489	216.0648
24	1.2697	0.7876	26.9735	0.0371	21.2434	0.0471	234.1789
25	1.2824	0.7798	28.2432	0.0354	22.0231	0.0454	252.8934
26	1.2953	0.7720	29.5256	0.0339	22.7952	0.0439	272.1944
27	1.3082	0.7644	30.8209	0.0324	23.5596	0.0424	292.0690
28	1.3213	0.7568	32.1291	0.0311	24.3164	0.0411	312.5034
29	1.3345	0.7493	33.4504	0.0299	25.0658	0.0399	333.4850
30	1.3478	0.7419	34.7849	0.0287	25.8077	0.0387	355.0007
35	1.4166	0.7059	41.6603	0.0240	29.4086	0.0340	470.1567
40	1.4889	0.6717	48.8863	0.0205	32.8347	0.0305	596.8543
45	1.5648	0.6391	56.4810	0.0177	36.0945	0.0277	733.7017
50	1.6446	0.6080	64.4631	0.0155	39.1961	0.0255	879.4155
55	1.7285	0.5785	72.8524	0.0137	42.1472	0.0237	1032.8123
60	1.8167	0.5504	81.6696	0.0122	44.9550	0.0222	1192.8036
70	2.0068	0.4983	100.6763	0.0099	50.1685	0.0199	1528.6446
80	2.2167	0.4511	121.6714	0.0082	54.8882	0.0182	1879.8739
90	2.4486	0.4084	144.8632	0.0069	59.1609	0.0169	2240.5641
100	2.7048	0.3697	170.4812	0.0059	63.0289	0.0159	2605.7721

TABLA A2.3 Factores de interés discreto capitalizado a 2.0%

n	(F/P, i, n)	(P/F, i, n)	(F/A, i, n)	(A/F, i, n)	(P/A, i, n)	(A/P, i, n)	(P/G, i, n)
1	1.0200	0.9804	1.0000	1.0000	0.9804	1.0200	0.0000
2	1.0404	0.9612	2.0200	0.4950	1.9416	0.5150	0.9611
3	1.0612	0.9423	3.0604	0.3268	2.8839	0.3468	2.8457
4	1.0824	0.9238	4.1216	0.2426	3.8077	0.2626	5.6173
5	1.1041	0.9057	5.2040	0.1922	4.7135	0.2122	9.2402
6	1.1262	0.8880	6.3081	0.1585	5.6014	0.1785	13.6800
7	1.1487	0.8706	7.4343	0.1345	6.4720	0.1545	18.9033
8	1.1717	0.8535	8.5830	0.1165	7.3255	0.1365	24.8777
9	1.1951	0.8368	9.7546	0.1025	8.1622	0.1225	31.5718
10	1.2190	0.8203	10.9497	0.0913	8.9826	0.1113	38.9549
11	1.2434	0.8043	12.1687	0.0822	9.7868	0.1022	46.9975
12	1.2682	0.7885	13.4121	0.0746	10.5753	0.0946	55.6709
13	1.2936	0.7730	14.6803	0.0681	11.3484	0.0881	64.9472
14	1.3195	0.7579	15.9739	0.0626	12.1062	0.0826	74.7996
15	1.3459	0.7430	17.2934	0.0578	12.8493	0.0778	85.2017
16	1.3728	0.7284	18.6393	0.0537	13.5777	0.0737	96.1284
17	1.4002	0.7142	20.0121	0.0500	14.2919	0.0700	107.5550
18	1.4282	0.7002	21.4123	0.0467	14.9920	0.0667	119.4577
19	1.4568	0.6864	22.8405	0.0438	15.6785	0.0638	131.8134
20	1.4859	0.6730	24.2974	0.0412	16.3514	0.0612	144.5998
21	1.5157	0.6598	25.7833	0.0388	17.0112	0.0588	157.7954
22	1.5460	0.6468	27.2990	0.0366	17.6580	0.0566	171.3789
23	1.5769	0.6342	28.8449	0.0347	18.2922	0.0547	185.3303
24	1.6084	0.6217	30.4218	0.0329	18.9139	0.0529	199.6299
25	1.6406	0.6095	32.0303	0.0312	19.5234	0.0512	214.2587
26	1.6734	0.5976	33.6709	0.0297	20.1210	0.0497	229.1981
27	1.7069	0.5859	35.3443	0.0283	20.7069	0.0483	244.4305
28	1.7410	0.5744	37.0512	0.0270	21.2813	0.0470	259.9386
29	1.7758	0.5631	38.7922	0.0258	21.8444	0.0458	275.7057
30	1.8114	0.5521	40.5681	0.0246	22.3964	0.0446	291.7158
35	1.9999	0.5000	49.9944	0.0200	24.9986	0.0400	374.8819
40	2.2080	0.4529	60.4019	0.0166	27.3555	0.0366	461.9923
45	2.4379	0.4102	71.8927	0.0139	29.4902	0.0339	551.5643
50	2.6916	0.3715	84.5793	0.0118	31.4236	0.0318	642.3596
55	2.9717	0.3365	98.5864	0.0101	33.1748	0.0301	733.3516
60	3.2810	0.3048	114.0514	0.0088	34.7609	0.0288	823.6965
70	3.9996	0.2500	149.9778	0.0067	37.4986	0.0267	999.8332
80	4.8754	0.2051	193.7718	0.0052	39.7445	0.0252	1166.7856
90	5.9431	0.1683	247.1564	0.0040	41.5869	0.0240	1322.1690
100	7.2446	0.1380	312.2319	0.0032	43.0983	0.0232	1464.7516

TABLA A2.4 Factores de interés discreto capitalizado a 3.0%

n	(F/P, i, n)	(P/F, i, n)	(F/A, i, n)	(A/F, i, n)	(P/A, i, n)	(A/P, i, n)	(P/G, i, n)
1	1.0300	0.9709	1.0000	1.0000	0.9709	1.0300	0.0000
2	1.0609	0.9426	2.0300	0.4926	1.9135	0.5226	0.9426
3	1.0927	0.9151	3.0909	0.3235	2.8286	0.3535	2.7729
4	1.1255	0.8885	4.1836	0.2390	3.7171	0.2690	5.4383
5	1.1593	0.8626	5.3091	0.1884	4.5797	0.2184	8.8887
6	1.1941	0.8375	6.4684	0.1546	5.4172	0.1846	13.0761
7	1.2299	0.8131	7.6625	0.1305	6.2303	0.1605	17.9547
8	1.2668	0.7894	8.8923	0.1125	7.0197	0.1425	23.4805
9	1.3048	0.7664	10.1591	0.0984	7.7861	0.1284	29.6119
10	1.3439	0.7441	11.4639	0.0872	8.5302	0.1172	36.3087
11	1.3842	0.7224	12.8078	0.0781	9.2526	0.1081	43.5329
12	1.4258	0.7014	14.1920	0.0705	9.9540	0.1005	51.2481
13	1.4685	0.6810	15.6178	0.0640	10.6350	0.0940	59.4195
14	1.5126	0.6611	17.0863	0.0585	11.2961	0.0885	68.0140
15	1.5580	0.6419	18.5989	0.0538	11.9379	0.0838	77.0001
16	1.6047	0.6232	20.1569	0.0496	12.5611	0.0796	86.3475
17	1.6528	0.6050	21.7616	0.0460	13.1661	0.0760	96.0278
18	1.7024	0.5874	23.4144	0.0427	13.7535	0.0727	106.0135
19	1.7535	0.5703	25.1169	0.0398	14.3238	0.0698	116.2786
20	1.8061	0.5537	26.8704	0.0372	14.8775	0.0672	126.7985
21	1.8603	0.5375	28.6765	0.0349	15.4150	0.0649	137.5495
22	1.9161	0.5219	30.5368	0.0327	15.9369	0.0627	148.5092
23	1.9736	0.5067	32.4529	0.0308	16.4436	0.0608	159.6564
24	2.0328	0.4919	34.4265	0.0290	16.9355	0.0590	170.9709
25	2.0938	0.4776	36.4592	0.0274	17.4131	0.0574	182.4334
26	2.1566	0.4637	38.5530	0.0259	17.8768	0.0559	194.0258
27	2.2213	0.4502	40.7096	0.0246	18.3270	0.0546	205.7307
28	2.2879	0.4371	42.9309	0.0233	18.7641	0.0533	217.5317
29	2.3566	0.4243	45.2188	0.0221	19.1884	0.0521	229.4134
30	2.4273	0.4120	47.5754	0.0210	19.6004	0.0510	241.3610
35	2.8139	0.3554	60.4621	0.0165	21.4872	0.0465	301.6264
40	3.2620	0.3066	75.4012	0.0133	23.1148	0.0433	361.7497
45	3.7816	0.2644	92.7198	0.0108	24.5187	0.0408	420.6322
50	4.3839	0.2281	112.7968	0.0089	25.7298	0.0389	477.4800
55	5.0821	0.1968	136.0715	0.0073	26.7744	0.0373	531.7408
60	5.8916	0.1697	163.0533	0.0061	27.6756	0.0361	583.0523
70	7.9178	0.1263	230.5939	0.0043	29.1234	0.0343	676.0866
80	10.6409	0.0940	321.3627	0.0031	30.2008	0.0331	756.0863
90	14.3005	0.0699	443.3485	0.0023	31.0024	0.0323	823.6300
100	19.2186	0.0520	607.2871	0.0016	31.5989	0.0316	879.8538

TABLA A2.5 Factores de interés discreto capitalizado al 4.0%

n	(FIP, i, n)	(PIF, i, n)	(FIA, i, n)	(AIF, i, n)	(PIA, i, n)	(AIP, i, n)	(PIG, i, n)
1	1.0400	0.9615	1.0000	1.0000	0.9615	1.0400	0.0000
2	1.0816	0.9246	2.0400	0.4902	1.8861	0.5302	0.9246
3	1.1249	0.8890	3.1216	0.3203	2.7751	0.3603	2.7026
4	1.1699	0.8548	4.2465	0.2355	3.6299	0.2755	5.2670
5	1.2167	0.8219	5.4163	0.1846	4.4518	0.2246	8.5547
6	1.2653	0.7903	6.6330	0.1508	5.2421	0.1908	12.5063
7	1.3159	0.7599	7.8983	0.1266	6.0021	0.1666	17.0658
8	1.3686	0.7307	9.2142	0.1085	6.7327	0.1485	22.1806
9	1.4233	0.7026	10.5828	0.0945	7.4353	0.1345	27.8013
10	1.4802	0.6756	12.0061	0.0833	8.1109	0.1233	33.8814
11	1.5395	0.6496	13.4864	0.0741	8.7605	0.1141	40.3772
12	1.6010	0.6246	15.0258	0.0666	9.3851	0.1066	47.2477
13	1.6651	0.6006	16.6268	0.0601	9.9856	0.1001	54.4546
14	1.7317	0.5775	18.2919	0.0547	10.5631	0.0947	61.9618
15	1.8009	0.5553	20.0236	0.0499	11.1184	0.0899	69.7355
16	1.8730	0.5339	21.8245	0.0458	11.6525	0.0858	77.7441
17	1.9479	0.5134	23.6975	0.0422	12.1657	0.0822	85.9581
18	2.0258	0.4936	25.6454	0.0390	12.6593	0.0790	94.3498
19	2.1068	0.4746	27.6712	0.0361	13.1339	0.0761	102.8934
20	2.1911	0.4564	29.7781	0.0336	13.5903	0.0736	111.5647
21	2.2788	0.4388	31.9692	0.0313	14.0292	0.0713	120.3414
22	2.3699	0.4220	34.2480	0.0292	14.4511	0.0692	129.2024
23	2.4647	0.4057	36.6179	0.0273	14.8568	0.0673	138.1284
24	2.5633	0.3901	39.0826	0.0256	15.2470	0.0656	147.1012
25	2.6658	0.3751	41.6459	0.0240	15.6221	0.0640	156.1040
26	2.7725	0.3607	44.3117	0.0226	15.9828	0.0626	165.1213
27	2.8834	0.3468	47.0842	0.0212	16.3296	0.0612	174.1385
28	2.9987	0.3335	49.9676	0.0200	16.6631	0.0600	183.1424
29	3.1187	0.3207	52.9663	0.0189	16.9837	0.0589	192.1206
30	3.2434	0.3083	56.0849	0.0178	17.2920	0.0578	201.0619
35	3.9461	0.2534	73.6522	0.0136	18.6646	0.0536	244.8768
40	4.8010	0.2083	95.0255	0.0105	19.7928	0.0505	286.5303
45	5.8412	0.1712	121.0294	0.0083	20.7200	0.0483	325.4028
50	7.1067	0.1407	152.6671	0.0066	21.4822	0.0466	361.1639
55	8.6464	0.1157	191.1592	0.0052	22.1086	0.0452	393.6890
60	10.5196	0.0951	237.9907	0.0042	22.6235	0.0442	422.9967
70	15.5716	0.0642	364.2905	0.0027	23.3945	0.0427	472.4789
80	23.0498	0.0434	551.2451	0.0018	23.9154	0.0418	511.1162
90	34.1193	0.0293	827.9835	0.0012	24.2673	0.0412	540.7369
100	50.5050	0.0198	1237.6239	0.0008	24.5050	0.0408	563.1249

TABLA A2.6 Factores de interés discreto capitalizado al 5.0%

n	(F/P, i, n)	(P/F, i, n)	(F/A, i, n)	(A/F, i, n)	(P/A, i, n)	(A/P, i, n)	(P/G, i, n)
1	1.0500	0.9524	1.0000	1.0000	0.9524	1.0500	0.0000
2	1.1025	0.9070	2.0500	0.4878	1.8594	0.5378	0.9070
3	1.1576	0.8638	3.1525	0.3172	2.7232	0.3672	2.6347
4	1.2155	0.8227	4.3101	0.2320	3.5460	0.2820	5.1028
5	1.2763	0.7835	5.5256	0.1810	4.3295	0.2310	6.2369
6	1.3401	0.7462	6.8019	0.1470	5.0757	0.1970	11.9680
7	1.4071	0.7107	8.1420	0.1228	5.7864	0.1728	16.2321
8	1.4775	0.6768	9.5491	0.1047	6.4632	0.1547	20.9699
9	1.5513	0.6446	11.0266	0.0907	7.1078	0.1407	26.1268
10	1.6289	0.6139	12.5779	0.0795	7.7217	0.1295	31.6520
11	1.7103	0.5847	14.2068	0.0704	8.3064	0.1204	37.4988
12	1.7959	0.5568	15.9171	0.0628	8.8633	0.1128	43.6240
13	1.8856	0.5303	17.7130	0.0565	9.3936	0.1065	49.9879
14	1.9799	0.5051	19.5986	0.0510	9.8986	0.1010	56.5538
15	2.0789	0.4810	21.5786	0.0463	10.3797	0.0963	63.2880
16	2.1829	0.4581	23.6575	0.0423	10.8378	0.0923	70.1597
17	2.2920	0.4363	25.8404	0.0387	11.2741	0.0887	77.1404
18	2.4066	0.4155	28.1324	0.0355	11.6896	0.0855	84.2043
19	2.5269	0.3957	30.5390	0.0327	12.0853	0.0827	91.3275
20	2.6533	0.3769	33.0659	0.0302	12.4622	0.0802	98.4884
21	2.7860	0.3589	35.7192	0.0280	12.8212	0.0780	105.6672
22	2.9253	0.3418	38.5052	0.0260	13.1630	0.0760	112.8461
23	3.0715	0.3256	41.4305	0.0241	13.4886	0.0741	120.0086
24	3.2251	0.3101	44.5020	0.0225	13.7986	0.0725	127.1402
25	3.3864	0.2953	47.7271	0.0210	14.0939	0.0710	134.2275
26	3.5557	0.2812	51.1134	0.0196	14.3752	0.0696	141.2585
27	3.7335	0.2678	54.6691	0.0183	14.6430	0.0683	148.2225
28	3.9201	0.2551	58.4026	0.0171	14.8981	0.0671	155.1101
29	4.1161	0.2429	62.3227	0.0160	15.1411	0.0660	161.9126
30	4.3219	0.2314	66.4388	0.0151	15.3724	0.0651	168.6225
35	5.5160	0.1813	90.3203	0.0111	16.3742	0.0611	200.5806
40	7.0400	0.1420	120.7997	0.0083	17.1591	0.0583	229.5451
45	8.9850	0.1113	159.7001	0.0063	17.7741	0.0563	255.3145
50	11.4674	0.0872	209.3479	0.0048	18.2559	0.0548	277.9147
55	14.6356	0.0683	272.7125	0.0037	18.6335	0.0537	297.5104
60	18.6792	0.0535	353.5836	0.0028	18.9293	0.0528	314.3431
70	30.4264	0.0329	588.5283	0.0017	19.3427	0.0517	340.8409
80	49.5614	0.0202	971.2283	0.0010	19.5965	0.0510	359.6460
90	80.7304	0.0124	1594.6064	0.0006	19.7523	0.0506	372.7488
100	131.5012	0.0076	2610.0236	0.0004	19.8479	0.0504	381.7492

TABLA A2.7 Factores de interés discreto capitalizado a 6.0%

n	(F/P, i, n)	(P/F, i, n)	(F/A, i, n)	(A/F, i, n)	(P/A, i, n)	(A/P, i, n)	(P/G, i, n)
1	1.0600	0.9434	1.0000	1.0000	0.9434	1.0600	0.0000
2	1.1236	0.8900	2.0600	0.4854	1.8334	0.5454	0.8900
3	1.1910	0.8396	3.1836	0.3141	2.6730	0.3741	2.5692
4	1.2625	0.7921	4.3746	0.2286	3.4651	0.2886	4.9455
5	1.3382	0.7473	5.6371	0.1774	4.2124	0.2374	7.9345
6	1.4185	0.7050	6.9753	0.1434	4.9173	0.2034	11.4593
7	1.5036	0.6651	8.3938	0.1191	5.5824	0.1791	15.4497
8	1.5938	0.6274	9.8975	0.1010	6.2098	0.1610	19.8416
9	1.6895	0.5919	11.4913	0.0870	6.8017	0.1470	24.5768
10	1.7908	0.5584	13.1808	0.0759	7.3601	0.1359	29.6023
11	1.8983	0.5268	14.9716	0.0668	7.8869	0.1268	34.8702
12	2.0122	0.4970	16.8699	0.0593	8.3838	0.1193	40.3368
13	2.1329	0.4688	18.8821	0.0530	8.8527	0.1130	45.9629
14	2.2609	0.4423	21.0151	0.0476	9.2950	0.1076	51.7128
15	2.3966	0.4173	23.2760	0.0430	9.7122	0.1030	57.5545
16	2.5404	0.3936	25.6725	0.0390	10.1059	0.0990	63.4592
17	2.6928	0.3714	28.2129	0.0354	10.4773	0.0954	69.4011
18	2.8543	0.3503	30.9056	0.0324	10.8276	0.0924	75.3569
19	3.0256	0.3305	33.7600	0.0296	11.1581	0.0896	81.3061
20	3.2071	0.3118	36.7856	0.0272	11.4699	0.0872	87.2304
21	3.3996	0.2942	39.9927	0.0250	11.7641	0.0850	93.1135
22	3.6035	0.2775	43.3923	0.0230	12.0416	0.0830	98.9411
23	3.8197	0.2618	46.9958	0.0213	12.3034	0.0813	104.7007
24	4.0489	0.2470	50.8156	0.0197	12.5504	0.0797	110.3812
25	4.2919	0.2330	54.8645	0.0182	12.7834	0.0782	115.9731
26	4.5494	0.2198	59.1564	0.0169	13.0032	0.0769	121.4684
27	4.8223	0.2074	63.7058	0.0157	13.2105	0.0757	126.8600
28	5.1117	0.1956	68.5281	0.0146	13.4062	0.0746	132.1420
29	5.4184	0.1846	73.6398	0.0136	13.5907	0.0736	137.3096
30	5.7435	0.1741	79.0582	0.0126	13.7648	0.0726	142.3588
35	7.6861	0.1301	111.4348	0.0090	14.4982	0.0690	165.7427
40	10.2857	0.0972	154.7619	0.0065	15.0463	0.0665	185.9566
45	13.7646	0.0727	212.7435	0.0047	15.4558	0.0647	203.1096
50	18.4201	0.0543	290.3358	0.0034	15.7619	0.0634	217.4574
55	24.6503	0.0406	394.1719	0.0025	15.9905	0.0625	229.3222
60	32.9877	0.0303	533.1280	0.0019	16.1614	0.0619	239.0428
70	59.0759	0.0169	967.9318	0.0010	16.3845	0.0610	253.3271
80	105.7959	0.0095	1746.5991	0.0006	16.5091	0.0606	262.5493
90	189.4644	0.0053	3141.0735	0.0003	16.5787	0.0603	268.3946
100	339.3021	0.0029	5638.3647	0.0002	16.6175	0.0602	272.0471

TABLA A2.8 Factores de interés discreto capitalizado a 7.0%

n	$(F/P, i, n)$	$(P/F, i, n)$	$(F/A, i, n)$	$(A/F, i, n)$	$(P/A, i, n)$	$(A/P, i, n)$	$(P/G, i, n)$
1	1.0700	0.9346	1.0000	1.0000	0.9346	1.0700	0.0000
2	1.1449	0.8734	2.0700	0.4831	1.8080	0.5531	0.8734
3	1.2250	0.8163	3.2149	0.3111	2.6243	0.3811	2.5060
4	1.3108	0.7629	4.4399	0.2252	3.3872	0.2952	4.7947
5	1.4026	0.7130	5.7507	0.1739	4.1002	0.2439	7.6467
6	1.5007	0.6663	7.1533	0.1398	4.7665	0.2098	10.9784
7	1.6058	0.6227	8.6540	0.1156	5.3893	0.1856	14.7149
8	1.7182	0.5820	10.2598	0.0975	5.9713	0.1675	18.7899
9	1.8385	0.5439	11.9780	0.0835	6.5152	0.1535	23.1404
10	1.9672	0.5083	13.8164	0.0724	7.0236	0.1424	27.7156
11	2.1049	0.4751	15.7836	0.0634	7.4987	0.1334	32.4665
12	2.2522	0.4440	17.8885	0.0559	7.9427	0.1259	37.3506
13	2.4098	0.4150	20.1406	0.0497	8.3577	0.1197	42.3302
14	2.5785	0.3878	22.5505	0.0443	8.7455	0.1143	47.3718
15	2.7590	0.3624	25.1290	0.0398	9.1079	0.1098	52.4461
16	2.9522	0.3387	27.8881	0.0359	9.4466	0.1059	57.5271
17	3.1588	0.3166	30.8402	0.0324	9.7632	0.1024	62.5923
18	3.3799	0.2959	33.9990	0.0294	10.0591	0.0994	67.6220
19	3.6165	0.2765	37.3790	0.0268	10.3356	0.0968	72.5991
20	3.8697	0.2584	40.9955	0.0244	10.5940	0.0944	77.5091
21	4.1406	0.2415	44.8652	0.0223	10.8355	0.0923	82.3393
22	4.4304	0.2257	49.0057	0.0204	11.0612	0.0904	87.0793
23	4.7405	0.2109	53.4361	0.0187	11.2722	0.0887	91.7201
24	5.0724	0.1971	58.1767	0.0172	11.4693	0.0872	96.2545
25	5.4274	0.1842	63.2490	0.0158	11.6536	0.0858	100.6765
26	5.8074	0.1722	68.6765	0.0146	11.8258	0.0846	104.9814
27	6.2139	0.1609	74.4838	0.0134	11.9867	0.0834	109.1656
28	6.6488	0.1504	80.6977	0.0124	12.1371	0.0824	113.2264
29	7.1143	0.1406	87.3465	0.0114	12.2777	0.0814	117.1622
30	7.6123	0.1314	94.4608	0.0106	12.4090	0.0806	120.9718
35	10.6766	0.0937	138.2369	0.0072	12.9477	0.0772	138.1353
40	14.9745	0.0668	199.6351	0.0050	13.3317	0.0750	152.2928
45	21.0025	0.0476	285.7493	0.0035	13.6055	0.0735	163.7559
50	29.4570	0.0339	406.5290	0.0025	13.8007	0.0725	172.9051
55	41.3150	0.0242	575.9286	0.0017	13.9399	0.0717	180.1243
60	57.9464	0.0173	813.5204	0.0012	14.0392	0.0712	185.7677
65	81.2729	0.0123	1146.7552	0.0009	14.1099	0.0709	190.1452
70	113.9894	0.0088	1614.1343	0.0006	14.1604	0.0706	193.5185
75	159.8760	0.0063	2269.6576	0.0004	14.1964	0.0704	196.1035
80	224.2344	0.0045	3189.0629	0.0003	14.2220	0.0703	198.0748

TABLA A2.9 Factores de interés discreto capitalizado a 8.0%

n	(FIP, i, n)	(PIF, i, n)	(FIA, i, n)	(AIF, i, n)	(PIA, i, n)	(AIP, i, n)	(PIG, i, n)
1	1.0800	0.9259	1.0000	1.0000	0.9259	1.0800	0.0000
2	1.1664	0.8573	2.0800	0.4808	1.7833	0.5608	0.8573
3	1.2597	0.7938	3.2464	0.3080	2.5771	0.3880	2.4450
4	1.3605	0.7350	4.5061	0.2219	3.3121	0.3019	4.6501
5	1.4693	0.6806	5.8666	0.1705	3.9927	0.2505	7.3724
6	1.5869	0.6302	7.3359	0.1363	4.6229	0.2163	10.5233
7	1.7138	0.5835	8.9228	0.1121	5.2064	0.1921	14.0242
8	1.8509	0.5403	10.6366	0.0940	5.7466	0.1740	17.8061
9	1.9990	0.5002	12.4876	0.0801	6.2469	0.1601	21.8081
10	2.1589	0.4632	14.4866	0.0690	6.7101	0.1490	25.9768
11	2.3316	0.4289	16.6455	0.0601	7.1390	0.1401	30.2657
12	2.5182	0.3971	18.9771	0.0527	7.5361	0.1327	34.6339
13	2.7196	0.3677	21.4953	0.0465	7.9038	0.1265	39.0463
14	2.9372	0.3405	24.2149	0.0413	8.2442	0.1213	43.4723
15	3.1722	0.3152	27.1521	0.0368	8.5595	0.1168	47.8857
16	3.4259	0.2919	30.3243	0.0330	8.8514	0.1130	52.2640
17	3.7000	0.2703	33.7502	0.0296	9.1216	0.1096	56.5883
18	3.9960	0.2502	37.4502	0.0267	9.3719	0.1067	60.8425
19	4.3157	0.2317	41.4463	0.0241	9.6036	0.1041	65.0134
20	4.6610	0.2145	45.7620	0.0219	9.8181	0.1019	69.0898
21	5.0338	0.1987	50.4229	0.0198	10.0168	0.0998	73.0629
22	5.4365	0.1839	55.4567	0.0180	10.2007	0.0980	76.9256
23	5.8715	0.1703	60.8933	0.0164	10.3711	0.0964	80.6726
24	6.3412	0.1577	66.7647	0.0150	10.5288	0.0950	84.2997
25	6.8485	0.1460	73.1059	0.0137	10.6748	0.0937	87.8041
26	7.3964	0.1352	79.9544	0.0125	10.8100	0.0925	91.1841
27	7.9881	0.1252	87.3507	0.0114	10.9352	0.0914	94.4390
28	8.6271	0.1159	95.3388	0.0105	11.0511	0.0905	97.5687
29	9.3173	0.1073	103.9659	0.0096	11.1584	0.0896	100.5738
30	10.0627	0.0994	113.2832	0.0088	11.2578	0.0888	103.4558
35	14.7853	0.0676	172.3168	0.0058	11.6546	0.0858	116.0920
40	21.7245	0.0460	259.0564	0.0039	11.9246	0.0839	126.0422
45	31.9204	0.0313	386.5055	0.0026	12.1084	0.0826	133.7331
50	46.9016	0.0213	573.7699	0.0017	12.2335	0.0817	139.5928
55	68.9139	0.0145	848.9228	0.0012	12.3186	0.0812	144.0064
60	101.2570	0.0099	1253.2127	0.0008	12.3766	0.0808	147.3000
65	148.7798	0.0067	1847.2471	0.0005	12.4160	0.0805	149.7387
70	218.6064	0.0046	2720.0785	0.0004	12.4428	0.0804	151.5326
75	321.2043	0.0031	4002.5542	0.0002	12.4611	0.0802	152.8448
80	471.9545	0.0021	5886.9316	0.0002	12.4735	0.0802	153.8001

TABLA A2.10 Factores de interés discreto capitalizado a 9.0%

n	(FIP, i, n)	(PIF, i, n)	(FIA, i, n)	(AIF, i, n)	(PIA, i, n)	(AIP, i, n)	(PIG, i, n)
1	1.0900	0.9174	1.0000	1.0000	0.9174	1.0900	0.0000
2	1.1881	0.8417	2.0900	0.4785	1.7591	0.5685	0.8417
3	1.2950	0.7722	3.2781	0.5051	2.5313	0.3951	2.3860
4	1.4116	0.7084	4.5731	0.2187	3.2397	0.3087	4.5113
5	1.5386	0.6499	5.9847	0.1671	3.8897	0.2571	7.1110
6	1.6771	0.5963	7.5233	0.1329	4.4859	0.2229	10.0924
7	1.8280	0.5470	9.2004	0.1087	5.0330	0.1987	13.3746
8	1.9926	0.5019	11.0285	0.0907	5.5348	0.1807	16.8877
9	2.1719	0.4604	13.0210	0.0768	5.9952	0.1668	20.5711
10	2.3674	0.4224	15.1929	0.0658	6.4177	0.1558	24.3728
11	2.5804	0.3875	17.5603	0.0569	6.8052	0.1469	28.2481
12	2.8127	0.3555	20.1407	0.0497	7.1607	0.1397	32.1590
13	3.0658	0.3262	22.9534	0.0436	7.4869	0.1336	36.0731
14	3.3417	0.2992	26.0192	0.0384	7.7862	0.1284	39.9633
15	3.6425	0.2745	29.3609	0.0341	8.0607	0.1241	43.8069
16	3.9703	0.2519	33.0034	0.0303	8.3126	0.1203	47.5849
17	4.3276	0.2311	36.9737	0.0270	8.5436	0.1170	51.2821
18	4.7171	0.2120	41.3013	0.0242	8.7556	0.1142	54.8860
19	5.1417	0.1945	46.0185	0.0217	8.9501	0.1117	58.3868
20	5.6044	0.1784	51.1601	0.0195	9.1285	0.1095	61.7770
21	6.1088	0.1637	56.7645	0.0176	9.2922	0.1076	65.0509
22	6.6586	0.1502	62.8733	0.0159	9.4424	0.1059	68.2048
23	7.2579	0.1378	69.5319	0.0144	9.5802	0.1044	71.2359
24	7.9111	0.1264	76.7898	0.0130	9.7066	0.1030	74.1433
25	8.6231	0.1160	84.7009	0.0118	9.8226	0.1018	76.9265
26	9.3992	0.1064	93.3240	0.0107	9.9290	0.1007	79.5863
27	10.2451	0.0976	102.7231	0.0097	10.0266	0.0997	82.1241
28	11.1671	0.0895	112.9682	0.0089	10.1161	0.0989	84.5419
29	12.1722	0.0822	124.1353	0.0081	10.1983	0.0981	86.8422
30	13.2677	0.0754	136.3075	0.0073	10.2737	0.0973	89.0280
35	20.4140	0.0490	215.7107	0.0046	10.5668	0.0946	98.3590
40	31.4094	0.0318	337.8824	0.0030	10.7574	0.0930	105.3762
45	48.3273	0.0207	525.8586	0.0019	10.8812	0.0919	110.5561
50	74.3575	0.0134	815.0834	0.0012	10.9617	0.0912	114.3251
55	114.4082	0.0087	1260.0915	0.0008	11.0140	0.0908	117.0362

TABLA A2.11 Factores de interés discreto capitalizado a 10.0%

n	(FIP, i, n)	(PIF, i, n)	(FIA, i, n)	(AIF, i, n)	(PIA, i, n)	(AIP, i, n)	(PIG, i, n)
1	1.1000	0.9091	1.0000	1.0000	0.9091	1.1000	0.0000
2	1.2100	0.8264	2.1000	0.4762	1.7355	0.5762	0.8264
3	1.3310	0.7513	3.3100	0.3021	2.4869	0.4021	2.3291
4	1.4641	0.6830	4.6410	0.2155	3.1699	0.3155	4.3781
5	1.6105	0.6209	6.1051	0.1638	3.7908	0.2638	6.8618
6	1.7716	0.5645	7.7156	0.1296	4.3553	0.2296	9.6842
7	1.9487	0.5132	9.4872	0.1054	4.8684	0.2054	12.7631
8	2.1436	0.4665	11.4359	0.0874	5.3349	0.1874	16.0287
9	2.3579	0.4141	13.5795	0.0736	5.7590	0.1736	19.4214
10	2.5937	0.3855	15.9374	0.0627	6.1446	0.1627	22.8913
11	2.8531	0.3505	18.5312	0.0540	6.4951	0.1540	26.3963
12	3.1384	0.3186	21.3843	0.0468	6.8137	0.1468	29.9012
13	3.4523	0.2897	24.5227	0.0408	7.1034	0.1408	33.3772
14	3.7975	0.2633	27.9750	0.0357	7.3667	0.1357	36.8005
15	4.1772	0.2394	31.7725	0.0315	7.6061	0.1315	40.1520
16	4.5950	0.2176	35.9497	0.0278	7.8237	0.1278	43.4164
17	5.0545	0.1978	40.5447	0.0247	8.0216	0.1247	46.5819
18	5.5599	0.1799	45.5992	0.0219	8.2014	0.1219	49.6395
19	6.1159	0.1635	51.1591	0.0195	8.3649	0.1195	52.5827
20	6.7275	0.1486	57.2750	0.0175	8.5136	0.1175	55.4069
21	7.4002	0.1351	64.0025	0.0156	8.6487	0.1156	58.1095
22	8.1403	0.1228	71.4027	0.0140	8.7715	0.1140	60.6893
23	8.9543	0.1117	79.5430	0.0126	8.8832	0.1126	63.1462
24	9.8497	0.1015	88.4973	0.0113	8.9847	0.1113	65.4813
25	10.8347	0.0923	98.3470	0.0102	9.0770	0.1102	67.6964
26	11.9182	0.0839	109.1817	0.0092	9.1609	0.1092	69.7940
27	13.1100	0.0736	121.0999	0.0083	9.2372	0.1083	71.7772
28	14.4210	0.0693	134.2099	0.0075	9.3066	0.1075	73.6495
29	15.8631	0.0630	148.6309	0.0067	9.3696	0.1067	75.4146
30	17.4494	0.0573	164.4940	0.0061	9.4269	0.1061	77.0766
35	28.1024	0.0356	271.0243	0.0037	9.6442	0.1037	83.9871
40	45.2592	0.0221	442.5924	0.0023	9.7791	0.1023	88.9525
45	72.8904	0.0137	718.9045	0.0014	9.8628	0.1014	92.4544
50	117.3908	0.0085	1163.9079	0.0009	9.9148	0.1009	94.8889
55	189.0590	0.0053	1880.5903	0.0005	9.9471	0.1005	96.5619

TABLA A2.12 Factores de interés discreto capitalizado a 11.0%

n	$(F/P, i, n)$	$(P/F, i, n)$	$(F/A, i, n)$	$(A/F, i, n)$	$(P/A, i, n)$	$(A/P, i, n)$	$(P/G, i, n)$
1	1.1100	0.9009	1.0000	1.0000	0.9009	1.1100	0.0000
2	1.2321	0.8116	2.1100	0.4739	1.7125	0.5839	0.8116
3	1.3676	0.7312	3.3421	0.2992	2.4437	0.4092	2.2740
4	1.5181	0.6587	4.7097	0.2123	3.1024	0.3223	4.2502
5	1.6851	0.5935	6.2278	0.1606	3.6959	0.2706	6.6240
6	1.8704	0.5346	7.9129	0.1264	4.2305	0.2364	9.2972
7	2.0762	0.4817	9.7833	0.1022	4.7122	0.2122	12.1872
8	2.3045	0.4339	11.8594	0.0843	5.1461	0.1943	15.2246
9	2.5580	0.3909	14.1640	0.0706	5.5370	0.1806	18.3520
10	2.8394	0.3522	16.7220	0.0598	5.8892	0.1698	21.5217
11	3.1518	0.3173	19.5614	0.0511	6.2065	0.1611	24.6945
12	3.4985	0.2858	22.7132	0.0440	6.4924	0.1540	27.8388
13	3.8833	0.2575	26.2116	0.0382	6.7499	0.1482	30.9290
14	4.3104	0.2320	30.0949	0.0332	6.9819	0.1432	33.9449
15	4.7846	0.2090	34.4054	0.0291	7.1909	0.1391	36.8709
16	5.3109	0.1883	39.1899	0.0255	7.3792	0.1355	39.6953
17	5.8951	0.1696	44.5008	0.0225	7.5488	0.1325	42.4094
18	6.5436	0.1528	50.3959	0.0198	7.7016	0.1298	45.0074
19	7.2633	0.1377	56.9395	0.0176	7.8393	0.1276	47.4856
20	8.0623	0.1240	64.2028	0.0156	7.9633	0.1256	49.8423
21	8.9492	0.1117	72.2651	0.0138	8.0751	0.1238	52.0771
22	9.9336	0.1007	81.2143	0.0123	8.1757	0.1223	54.1912
23	11.0263	0.0907	91.1479	0.0110	8.2664	0.1210	56.1864
24	12.2392	0.0817	102.1741	0.0098	8.3481	0.1198	58.0656
25	13.5855	0.0736	114.4133	0.0087	8.4217	0.1187	59.8322
26	15.0799	0.0663	127.9988	0.0078	8.4881	0.1178	61.4900
27	16.7386	0.0597	143.0786	0.0070	8.5478	0.1170	63.0433
28	18.5799	0.0538	159.8173	0.0063	8.6016	0.1163	64.4965
29	20.6237	0.0485	178.3972	0.0056	8.6501	0.1156	65.8542
30	22.8923	0.0437	199.0208	0.0050	8.6938	0.1150	67.1210
35	38.5748	0.0259	341.5895	0.0029	8.8552	0.1129	72.2538
40	65.0009	0.0154	581.8259	0.0017	8.9511	0.1117	75.7789
45	109.5302	0.0091	986.6383	0.0010	9.0079	0.1110	78.1551
50	184.5648	0.0054	1668.7707	0.0006	9.0417	0.1106	79.7340
55	311.0024	0.0032	2818.2034	0.0004	9.0617	0.1104	80.7712

TABLA A2.13 Factores de interés discreto capitalizado a 12.0%

n	(FIP, i, n)	(PIF, i, n)	(FIA, i, n)	(AIF, i, n)	(PIA, i, n)	(AIP, i, n)	(PIG, i, n)
1	1.1200	0.8929	1.0000	1.0000	0.8929	1.1200	0.0000
2	1.2544	0.7972	2.1200	0.4717	1.6901	0.5917	0.7972
3	1.4049	0.7118	3.3744	0.2963	2.4018	0.4163	2.2208
4	1.5735	0.6355	4.7793	0.2092	3.0373	0.3292	4.1273
5	1.7623	0.5674	6.3528	0.1574	3.6048	0.2774	6.3970
6	1.9738	0.5066	8.1152	0.1232	4.1114	0.2432	8.9302
7	2.2107	0.4523	10.0890	0.0991	4.5638	0.2191	11.6443
8	2.4760	0.4039	12.2997	0.0813	4.9676	0.2013	14.4714
9	2.7731	0.3606	14.7757	0.0677	5.3282	0.1877	17.3563
10	3.1058	0.3220	17.5487	0.0570	5.6502	0.1770	20.2541
11	3.4785	0.2875	20.6546	0.0484	5.9377	0.1684	23.1288
12	3.8960	0.2567	24.1331	0.0414	6.1944	0.1614	25.9523
13	4.3635	0.2292	28.0291	0.0357	6.4235	0.1557	28.7024
14	4.8871	0.2046	32.3926	0.0309	6.6282	0.1509	31.3624
15	5.4736	0.1827	37.2797	0.0268	6.8109	0.1468	33.9202
16	6.1304	0.1631	42.7533	0.0234	6.9740	0.1434	36.3670
17	6.8660	0.1456	48.8837	0.0205	7.1196	0.1405	38.6973
18	7.6900	0.1300	55.7497	0.0179	7.2497	0.1379	40.9080
19	8.6128	0.1161	63.4397	0.0158	7.3658	0.1358	42.9979
20	9.6463	0.1037	72.0524	0.0139	7.4694	0.1339	44.9676
21	10.8038	0.0926	81.6987	0.0122	7.5620	0.1322	46.8188
22	12.1003	0.0826	92.5026	0.0108	7.6446	0.1308	48.5543
23	13.5523	0.0738	104.6029	0.0096	7.7184	0.1296	50.1776
24	15.1786	0.0659	118.1552	0.0085	7.7843	0.1285	51.6929
25	17.0001	0.0588	133.3339	0.0075	7.8431	0.1275	53.1046
26	19.0401	0.0525	150.3339	0.0067	7.8957	0.1267	54.4177
27	21.3249	0.0469	169.3740	0.0059	7.9426	0.1259	55.6369
28	23.8839	0.0419	190.6989	0.0052	7.9844	0.1252	56.7674
29	26.7499	0.0374	214.5827	0.0047	8.0218	0.1247	57.8141
30	29.9599	0.0334	241.3327	0.0041	8.0552	0.1241	58.7821
35	52.7996	0.0189	431.6634	0.0023	8.1755	0.1223	62.6052
40	93.0510	0.0107	767.0913	0.0013	8.2438	0.1213	65.1159
45	163.9876	0.0061	1358.2298	0.0007	8.2825	0.1207	66.7342
50	289.0021	0.0035	2400.0178	0.0004	8.3045	0.1204	67.7624
55	509.3205	0.0020	4236.0043	0.0002	8.3170	0.1202	68.4082

TABLA A2.14 Factores de interés discreto capitalizado a 15.0%

n	(F/P, i, n)	(P/F, i, n)	(F/A, i, n)	(A/F, i, n)	(P/A, i, n)	(A/P, i, n)	(P/G, i, n)
1	1.1500	0.8696	1.0000	1.0000	0.8696	1.1500	0.0000
2	1.3225	0.7561	2.1500	0.4651	1.6257	0.6151	0.7561
3	1.5209	0.6575	3.4725	0.2880	2.2832	0.4380	2.0712
4	1.7490	0.5718	4.9934	0.2003	2.8550	0.3503	3.7864
5	2.0114	0.4972	6.7424	0.1483	3.3522	0.2983	5.7751
6	2.3131	0.4323	8.7537	0.1142	3.7845	0.2642	7.9368
7	2.6600	0.3759	11.0668	0.0904	4.1604	0.2404	10.1924
8	3.0590	0.3269	13.7268	0.0729	4.4873	0.2229	12.4807
9	3.5179	0.2843	16.7858	0.0596	4.7716	0.2096	14.7548
10	4.0456	0.2472	20.3037	0.0493	5.0188	0.1993	16.9795
11	4.6524	0.2149	24.3493	0.0411	5.2337	0.1911	19.1289
12	5.3503	0.1869	29.0017	0.0345	5.4206	0.1845	21.1849
13	6.1528	0.1625	34.3519	0.0291	5.5831	0.1791	23.1352
14	7.0757	0.1413	40.5047	0.0247	5.7245	0.1747	24.9725
15	8.1371	0.1229	47.5804	0.0210	5.8474	0.1710	26.6930
16	9.3576	0.1069	55.7175	0.0179	5.9542	0.1679	28.2960
17	10.7613	0.0929	65.0751	0.0154	6.0472	0.1654	29.7828
18	12.3755	0.0808	75.8364	0.0132	6.1280	0.1632	31.1565
19	14.2318	0.0703	88.2118	0.0113	6.1982	0.1613	32.4213
20	16.3665	0.0611	102.4436	0.0098	6.2593	0.1598	33.5822
21	18.8215	0.0531	118.8101	0.0084	6.3125	0.1584	34.6448
22	21.6447	0.0462	137.6316	0.0073	6.3587	0.1573	35.6150
23	24.8915	0.0402	159.2764	0.0063	6.3988	0.1563	36.4988
24	28.6252	0.0349	184.1678	0.0054	6.4338	0.1554	37.3023
25	32.9190	0.0304	212.7930	0.0047	6.4641	0.1547	38.0314
26	37.8568	0.0264	245.7120	0.0041	6.4906	0.1541	38.6918
27	43.5353	0.0230	283.5688	0.0035	6.5135	0.1535	39.2890
28	50.0656	0.0200	327.1041	0.0031	6.5335	0.1531	39.8283
29	57.5755	0.0174	377.1697	0.0027	6.5509	0.1527	40.3146
30	66.2118	0.0151	434.7451	0.0023	6.5660	0.1523	40.7526

TABLA A2.15 Factores de interés discreto capitalizado a 18.0%

n	$(F/P, i, n)$	$(P/F, i, n)$	$(F/A, i, n)$	$(A/F, i, n)$	$(P/A, i, n)$	$(A/P, i, n)$	$(P/G, i, n)$
1	1.1800	0.8475	1.0000	1.0000	0.8475	1.1800	0.0000
2	1.3924	0.7182	2.1800	0.4587	1.5656	0.6387	0.7182
3	1.6430	0.6086	3.5724	0.2799	2.1743	0.4599	1.9354
4	1.9388	0.5158	5.2154	0.1917	2.6901	0.3717	3.4828
5	2.2878	0.4371	7.1542	0.1398	3.1272	0.3198	5.2312
6	2.6996	0.3704	9.4420	0.1059	3.4976	0.2859	7.0834
7	3.1855	0.3139	12.1415	0.0824	3.8115	0.2624	8.9670
8	3.7589	0.2660	15.3270	0.0652	4.0776	0.2452	10.8292
9	4.4355	0.2255	19.0859	0.0524	4.3030	0.2324	12.6329
10	5.2338	0.1911	23.5213	0.0425	4.4941	0.2225	14.3525
11	6.1759	0.1619	28.7551	0.0348	4.6560	0.2148	15.9716
12	7.2876	0.1372	34.9311	0.0286	4.7932	0.2086	17.4811
13	8.5994	0.1163	42.2187	0.0237	4.9095	0.2037	18.8765
14	10.1472	0.0985	50.8180	0.0197	5.0081	0.1997	20.1576
15	11.9737	0.0835	60.9653	0.0164	5.0916	0.1964	21.3269
16	14.1290	0.0708	72.9390	0.0137	5.1624	0.1937	22.3885
17	16.6722	0.0600	87.0680	0.0115	5.2223	0.1915	23.3482
18	19.6733	0.0508	103.7403	0.0096	5.2732	0.1896	24.2123
19	23.2144	0.0431	123.4135	0.0081	5.3162	0.1881	24.9877
20	27.3930	0.0365	146.6280	0.0068	5.3527	0.1868	25.6813
21	32.3238	0.0309	174.0210	0.0057	5.3837	0.1857	26.3000
22	38.1421	0.0262	206.3448	0.0048	5.4099	0.1848	26.8506
23	45.0076	0.0222	244.4869	0.0041	5.4321	0.1841	27.3394
24	53.1090	0.0188	289.4945	0.0035	5.4509	0.1835	27.7725
25	62.6686	0.0160	342.6035	0.0029	5.4669	0.1829	28.1555
26	73.9490	0.0135	405.2721	0.0025	5.4804	0.1825	28.4935
27	87.2598	0.0115	479.2211	0.0021	5.4919	0.1821	28.7915
28	102.9666	0.0097	566.4809	0.0018	5.5016	0.1818	29.0537
29	121.5005	0.0082	669.4475	0.0015	5.5098	0.1815	29.2842
30	143.3706	0.0070	790.9481	0.0013	5.5168	0.1813	29.4864

TABLA A2.16 Factores de interés discreto capitalizado a 20.0%

n	$(F/P, i, n)$	$(P/F, i, n)$	$(F/A, i, n)$	$(A/F, i, n)$	$(P/A, i, n)$	$(A/P, i, n)$	$(P/G, i, n)$
1	1.2000	0.8333	1.0000	1.0000	0.8333	1.2000	0.0000
2	1.4400	0.6944	2.2000	0.4545	1.5278	0.6545	0.6944
3	1.7280	0.5787	3.6400	0.2747	2.1065	0.4747	1.8519
4	2.0736	0.4823	5.3680	0.1863	2.5887	0.3863	3.2986
5	2.4883	0.4019	7.4416	0.1344	2.9906	0.3344	4.9061
6	2.9860	0.3349	9.9299	0.1007	3.3255	0.3007	6.5806
7	3.5832	0.2791	12.9159	0.0774	3.6046	0.2774	8.2551
8	4.2998	0.2326	16.4991	0.0606	3.8372	0.2606	9.8831
9	5.1598	0.1938	20.7989	0.0481	4.0310	0.2481	11.4335
10	6.1917	0.1615	25.9587	0.0385	4.1925	0.2385	12.8871
11	7.4301	0.1346	32.1504	0.0311	4.3271	0.2311	14.2330
12	8.9161	0.1122	39.5805	0.0253	4.4392	0.2253	15.4667
13	10.6993	0.0935	48.4966	0.0206	4.5327	0.2206	16.5883
14	12.8392	0.0779	59.1959	0.0169	4.6106	0.2169	17.6008
15	15.4070	0.0649	72.0351	0.0139	4.6755	0.2139	18.5095
16	18.4884	0.0541	87.4421	0.0114	4.7296	0.2114	19.3208
17	22.1861	0.0451	105.9305	0.0094	4.7746	0.2094	20.0419
18	26.6233	0.0376	128.1167	0.0078	4.8122	0.2078	20.6805
19	31.9480	0.0313	154.7400	0.0065	4.8435	0.2065	21.2439
20	38.3376	0.0261	186.6880	0.0054	4.8696	0.2054	21.7395
21	46.0051	0.0217	225.0256	0.0044	4.8913	0.2044	22.1742
22	55.2061	0.0181	271.0307	0.0037	4.9094	0.2037	22.5546
23	66.2474	0.0151	326.2368	0.0031	4.9245	0.2031	22.8867
24	79.4968	0.0126	392.4842	0.0025	4.9371	0.2025	23.1760
25	95.3962	0.0105	471.9810	0.0021	4.9476	0.2021	23.4276
26	114.4754	0.0087	567.3772	0.0018	4.9563	0.2018	23.6460
27	137.3705	0.0073	681.8527	0.0015	4.9636	0.2015	23.8353
28	164.8447	0.0061	819.2232	0.0012	4.9697	0.2012	23.9991
29	197.8163	0.0051	984.0678	0.0010	4.9747	0.2010	24.1406
30	237.3763	0.0042	1181.8814	0.0008	4.9789	0.2008	24.2628

TABLA A2.17 Factores de interés discreto capitalizado a 25.0%

n	$(F/P, i, n)$	$(P/F, i, n)$	$(F/A, i, n)$	$(A/F, i, n)$	$(P/A, i, n)$	$(A/P, i, n)$	$(P/G, i, n)$
1	1.2500	0.8000	1.0000	1.0000	0.8000	1.2500	0.0000
2	1.5625	0.6400	2.2500	0.4444	1.4400	0.6944	0.6400
3	1.9531	0.5120	3.8125	0.2623	1.9520	0.5123	1.6640
4	2.4414	0.4096	5.7656	0.1734	2.3616	0.4234	2.8928
5	3.0518	0.3277	8.2070	0.1218	2.6893	0.3718	4.2035
6	3.8147	0.2621	11.2588	0.0888	2.9514	0.3388	5.5142
7	4.7684	0.2097	15.0735	0.0663	3.1611	0.3163	6.7725
8	5.9605	0.1678	19.8419	0.0504	3.3289	0.3004	7.9469
9	7.4506	0.1342	25.8023	0.0388	3.4631	0.2888	9.0207
10	9.3132	0.1074	33.2529	0.0301	3.5705	0.2801	9.9870
11	11.6415	0.0859	42.5661	0.0235	3.6554	0.2735	10.8460
12	14.5519	0.0687	54.2077	0.0184	3.7251	0.2684	11.6020
13	18.1899	0.0550	68.7596	0.0145	3.7801	0.2645	12.2617
14	22.7374	0.0440	86.9495	0.0115	3.8241	0.2615	12.8334
15	28.4217	0.0352	109.6868	0.0091	3.8593	0.2591	13.3260
16	35.5271	0.0281	138.1085	0.0072	3.8874	0.2572	13.7482
17	44.4089	0.0225	173.6357	0.0058	3.9099	0.2558	14.1085
18	55.5112	0.0180	218.0446	0.0046	3.9279	0.2546	14.4147
19	69.3889	0.0144	273.5558	0.0037	3.9424	0.2537	14.6741
20	86.7362	0.0115	342.9447	0.0029	3.9539	0.2529	14.8932
21	108.4202	0.0092	429.6809	0.0023	3.9631	0.2523	15.0777
22	135.5253	0.0074	538.1011	0.0019	3.9705	0.2519	15.2326
23	169.4066	0.0059	673.6263	0.0015	3.9764	0.2515	15.3625
24	211.7582	0.0047	843.0329	0.0012	3.9811	0.2512	15.4711
25	264.6978	0.0038	1054.7912	0.0009	3.9849	0.2509	15.5618
26	330.8722	0.0030	1319.4890	0.0008	3.9879	0.2508	15.6373
27	413.5903	0.0024	1650.3612	0.0006	3.9903	0.2506	15.7002
28	516.9879	0.0019	2063.9515	0.0005	3.9923	0.2505	15.7524
29	646.2348	0.0015	2580.9394	0.0004	3.9938	0.2504	15.7957
30	807.7935	0.0012	3227.1742	0.0003	3.9950	0.2503	15.8316

TABLA A2.18 Factores de interés discreto capitalizado a 30.0%

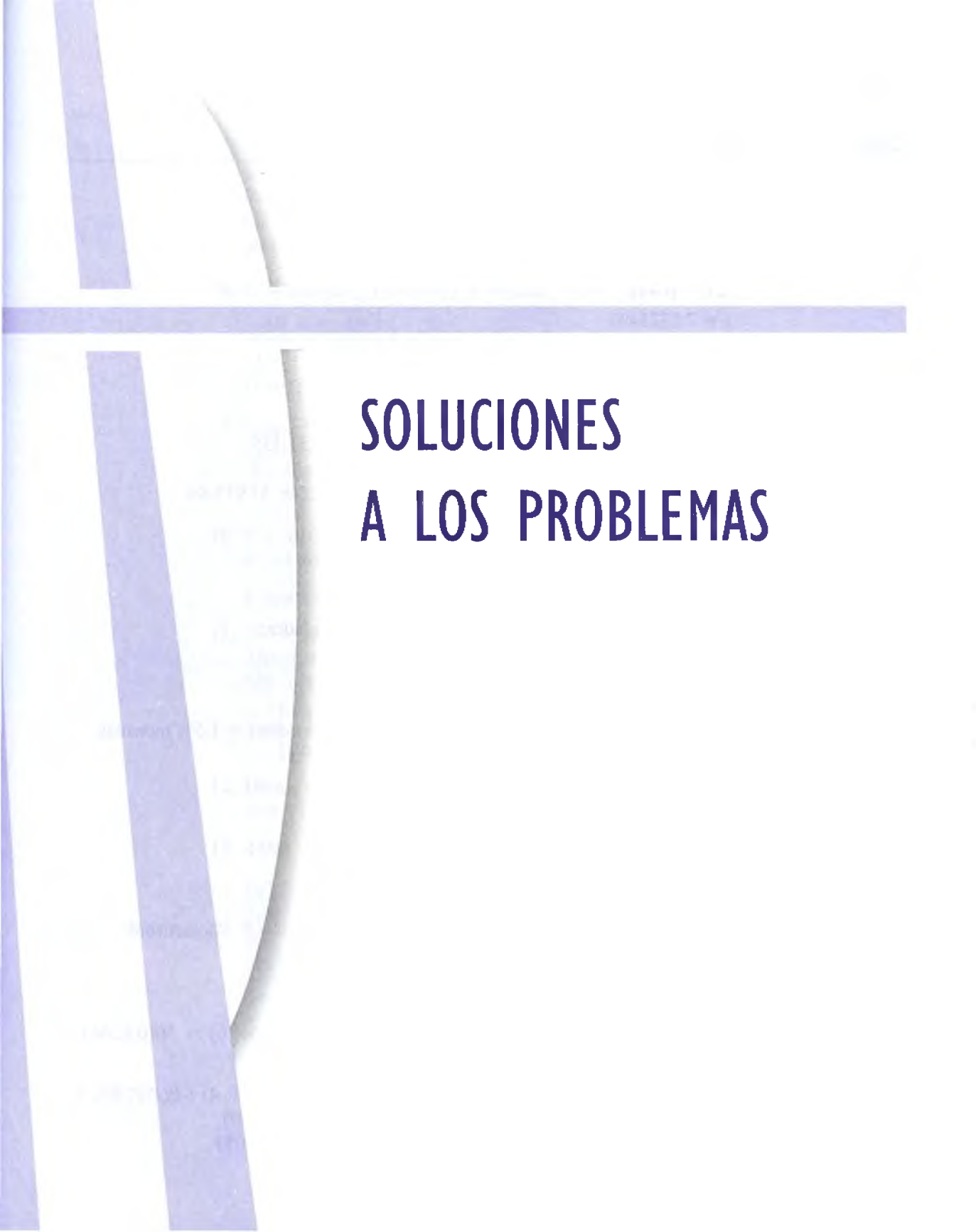
n	(FIP, i, n)	(PIF, i, n)	(FIA, i, n)	(AIF, i, n)	(PIA, i, n)	(AIP, i, n)	(PIG, i, n)
1	1.3000	0.7692	1.0000	1.0000	0.7692	1.3000	0.0000
2	1.6900	0.5917	2.3000	0.4348	1.3609	0.7348	0.5917
3	2.1970	0.4552	3.9900	0.2506	1.8161	0.5506	1.5020
4	2.8561	0.3501	6.1870	0.1616	2.1662	0.4616	2.5524
5	3.7129	0.2693	9.0431	0.1106	2.4356	0.4106	3.6297
6	4.8268	0.2072	12.7560	0.0784	2.6427	0.3784	4.6656
7	6.2749	0.1594	17.5828	0.0569	2.8021	0.3569	5.6218
8	8.1573	0.1226	23.8577	0.0419	2.9247	0.3419	6.4800
9	10.6045	0.0943	32.0150	0.0312	3.0190	0.3312	7.2343
10	13.7858	0.0725	42.6175	0.0235	3.0915	0.3235	7.8872
11	17.9216	0.0558	56.4053	0.0177	3.1473	0.3177	8.4452
12	23.2981	0.0429	74.3269	0.0135	3.1903	0.3135	8.9173
13	30.2875	0.0330	97.6250	0.0102	3.2233	0.3102	9.3135
14	39.3738	0.0254	127.9125	0.0078	3.2487	0.3078	9.6437
15	51.1859	0.0195	167.2863	0.0060	3.2682	0.3060	9.9172
16	66.5417	0.0150	218.4722	0.0046	3.2832	0.3046	10.1426
17	86.5041	0.0116	285.0138	0.0035	3.2948	0.3035	10.3276
18	112.4554	0.0089	371.5180	0.0027	3.3037	0.3027	10.4788
19	146.1920	0.0068	483.9734	0.0021	3.3105	0.3021	10.6019
20	190.0496	0.0053	630.1654	0.0016	3.3158	0.3016	10.7019
21	247.0645	0.0040	820.2150	0.0012	3.3198	0.3012	10.7828
22	321.1839	0.0031	1067.2794	0.0009	3.3230	0.3009	10.8482
23	417.5390	0.0024	1388.4633	0.0007	3.3254	0.3007	10.9009
24	542.8007	0.0018	1806.0023	0.0006	3.3272	0.3006	10.9433
25	705.6409	0.0014	2348.8029	0.0004	3.3286	0.3004	10.9773
26	917.3331	0.0011	3054.4438	0.0003	3.3297	0.3003	11.0045
27	1192.5331	0.0008	3971.7769	0.0003	3.3305	0.3003	11.0263
28	1550.2930	0.0006	5164.3099	0.0002	3.3312	0.3002	11.0437
29	2015.3809	0.0005	6714.6029	0.0001	3.3317	0.3001	11.0576
30	2619.9951	0.0004	8729.9836	0.0001	3.3321	0.3001	11.0687

TABLA A2.19 Factores de interés discreto capitalizado a 40.0%

n	(FIP, i, n)	(PIF, i, n)	(FIA, i, n)	(AIF, i, n)	(PIA, i, n)	(AIP, i, n)	(PIG, i, n)
1	1.4000	0.7143	1.0000	1.0000	0.7143	1.4000	0.0000
2	1.9600	0.5102	2.4000	0.4167	1.2245	0.8167	0.5102
3	2.7440	0.3644	4.3600	0.2294	1.5889	0.6294	1.2391
4	3.8416	0.2603	7.1040	0.1408	1.8492	0.5408	2.0200
5	5.3782	0.1859	10.9456	0.0914	2.0352	0.4914	2.7637
6	7.5295	0.1328	16.3238	0.0613	2.1680	0.4613	3.4278
7	10.5414	0.0949	23.8534	0.0419	2.2628	0.4419	3.9970
8	14.7579	0.0678	34.3947	0.0291	2.3306	0.4291	4.4713
9	20.6610	0.0484	49.1526	0.0203	2.3790	0.4203	4.8585
10	28.9255	0.0346	69.8137	0.0143	2.4136	0.4143	5.1696
11	40.4957	0.0247	98.7391	0.0101	2.4383	0.4101	5.4166
12	56.6939	0.0176	139.2348	0.0072	2.4559	0.4072	5.6106
13	79.3715	0.0126	195.9287	0.0051	2.4685	0.4051	5.7618
14	111.1201	0.0090	275.3002	0.0036	2.4775	0.4036	5.8788
15	155.5681	0.0064	386.4202	0.0026	2.4839	0.4026	5.9688
16	217.7953	0.0046	541.9883	0.0018	2.4885	0.4018	6.0376
17	304.9135	0.0033	759.7837	0.0013	2.4918	0.4013	6.0901
18	426.8789	0.0023	1064.6972	0.0009	2.4941	0.4009	6.1299
19	597.6304	0.0017	1491.5760	0.0007	2.4958	0.4007	6.1601
20	836.6826	0.0012	2089.2065	0.0005	2.4970	0.4005	6.1828

TABLA A2.20 Factores de interés discreto capitalizado a 50.0%

n	$(F/P, i, n)$	$(P/F, i, n)$	$(F/A, i, n)$	$(A/F, i, n)$	$(P/A, i, n)$	$(A/P, i, n)$	$(P/G, i, n)$
1	1.5000	0.6667	1.0000	1.0000	0.6667	1.5000	0.0000
2	2.2500	0.4444	2.5000	0.4000	1.1111	0.9000	0.4444
3	3.3750	0.2963	4.7500	0.2105	1.4074	0.7105	1.0370
4	5.0625	0.1975	8.1250	0.1231	1.6049	0.6231	1.6296
5	7.5938	0.1317	13.1875	0.0758	1.7366	0.5758	2.1564
6	11.3906	0.0878	20.7813	0.0481	1.8244	0.5481	2.5953
7	17.0859	0.0585	32.1719	0.0311	1.8829	0.5311	2.9465
8	25.6289	0.0390	49.2578	0.0203	1.9220	0.5203	3.2196
9	38.4434	0.0260	74.8867	0.0134	1.9480	0.5134	3.4277
10	57.6650	0.0173	113.3301	0.0088	1.9653	0.5088	3.5838
11	86.4976	0.0116	170.9951	0.0058	1.9769	0.5058	3.6994
12	129.7463	0.0077	257.4927	0.0039	1.9846	0.5039	3.7842
13	194.6195	0.0051	387.2390	0.0026	1.9897	0.5026	3.8459
14	291.9293	0.0034	581.8585	0.0017	1.9931	0.5017	3.8904
15	437.8939	0.0023	873.7878	0.0011	1.9954	0.5011	3.9224
16	656.8408	0.0015	1311.6817	0.0008	1.9970	0.5008	3.9452
17	985.2613	0.0010	1968.5225	0.0005	1.9980	0.5005	3.9614
18	1477.8919	0.0007	2953.7838	0.0003	1.9986	0.5003	3.9729
19	2216.8378	0.0005	4431.6756	0.0002	1.9991	0.5002	3.9811
20	3325.2567	0.0003	6648.5134	0.0002	1.9994	0.5002	3.9868



SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

Capítulo 2

1. $F = 2P, n = 10$

$$2P = P(1+i)^{10}$$

$$\frac{P}{2P} = \frac{1}{(1+i)^{10}} \quad i = \sqrt[10]{2} - 1$$

$$i = 7.17734\%$$

2. $A = 75, i = 5\%, n = 8$

$$F = 75(F/A, 5\%, 8) = 75(9.549) = \$716.17$$

3. $F_4 = 125(F/A, 10\%, 4) = 125(4.641) = \580.125

$$F_5 = 125 + 580.125(1.08) = 125 + 626.535 = \$751.535$$

$$F_{10} = 751.535(F/P, 10\%, 5) + 125(F/A, 10\%, 5) =$$

$$751.535(1.611) + 125(6.105) = 1210.72 + 763.125 = \$1973.84$$

4. Valor de las 60 mensualidades con $i = 2\%$.

$$A = 400000 \left[\frac{0.02(1.02)^{60}}{(1.02)^{60} - 1} \right] = 11507.19$$

Deuda después de pagar las primeras 24 mensualidades:

$$P_{24} = 11507.19 \left[\frac{(1.02)^{36} - 1}{0.02(1.02)^{36}} \right] = 293304.95$$

Valor de cada una de las 36 mensualidades restantes con $i = 1.5\%$ mensual:

$$A = 293304.95 \left[\frac{0.015(1.015)^{36}}{(1.015)^{36} - 1} \right] = 10603.68$$

Deuda después de pagar 48 mensualidades:

$$P = 10603.68 \left[\frac{(1.015)^{12} - 1}{0.015(1.015)^{12}} \right] = 115659.69$$

Valor de cada una de las últimas 12 mensualidades con $i = 2\%$ mensual:

$$A = 115659.69 \left[\frac{0.02(1.02)^{12}}{(1.02)^{12} - 1} \right] = 10936.7$$

5. $P = 50(P/F, 10\%, 2) + 70(P/F, 10\%, 4) + 90(P/F, 10\%, 6) = 50(0.8264) + 70(0.6830) + 90(0.5645) = \139.93

6. $B(P/F, 8\%, 4) = B + 30(P/F, 8\%, 3) + 40(P/A, 8\%, 3)(P/F, 8\%, 4) + B(P/F, 8\%, 8)$
 $B(0.7350) = B + 30(2.577) + 40(2.577)(0.7350) + B(0.5430)$
 $B(0.7350) = 77.31 + 75.7638 + 1.5403 B - 53.07 = B(0.8053)$
 $B = \$-190.07$

7. Primer plan de pago: $= P = 127.57 (P/A, 1\%, 50) = \$5\,000.25$
 Segundo plan de pago: enganche \$1 000; deuda restante \$4 000
 $P = 127.05(P/A, 1\%, 38) = \$4\,000.12 + 1\,000 = \$5\,000.12$
 Se puede considerar que los planes de pago son equivalentes; sin embargo, en sentido estricto, el segundo plan es mejor por \$0.13 (trece centavos).

$$8. D = 20(1.05)^4 + 30(1.05)^3 + 40(1.05)^2 + 50(1.05)^1 + \frac{50}{(1.05)^1} + \frac{40}{(1.05)^2} + \frac{30}{(1.05)^3}$$

$$D = 265.45423$$

$$9. i_{\text{trimestral}} = (1.0125)^3 - 1 = 0.0379707; P_2 = 30\,000(1.025)^2 = 30\,754.687$$

$$A = 30\,754.687 \left[\frac{0.0379707(1.0379707)^{12}}{(1.0379707)^{12} - 1} \right] = 3238.5$$

$$10. P = 1200 + 1300(P/A, 12\%, 9) + 100(P/G, 12\%, 9)$$

$$P = 1200 + 1300(5.328) + 100(17.356) = \$9\,862$$

Elijanse los pagos anuales, pues producen un ahorro de \$138 en el presente.

$$11. 750 = A(P/A, 1\%, 24) + 3A(P/F, 1\%, 12) + 3A(P/F, 1\%, 24)$$

$$750 = A(21.243) + 3A(0.8874) + 3A(0.7876)$$

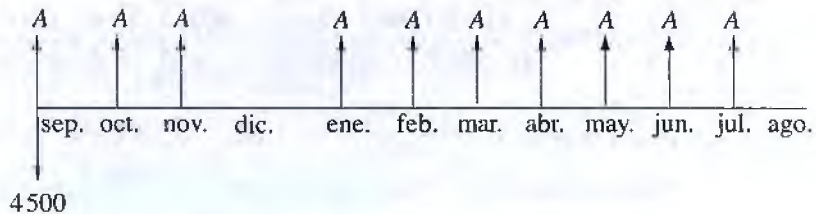
$$750 = 21.243 A + 2.6622 A + 2.3628 A = A 26.268$$

$$A = \left[\frac{750}{26.268} \right] = \$28.55$$

$$12. \text{Deuda en el presente } 750 - 200(P/F, 1\%, 12) = 750 - 177.48 = \$572.52$$

$$A = 572.52(A/P, 1\%, 24) = 572.52 (0.047) = \$26.96$$

$$13. 4500 = A + A(P/A, 2\%, 2) + A(P/A, 2\%, 7)(P/F, 2\%, 3)$$



$$4500 = A + A(1.942) + A(6.472)(0.9423)$$

$$4500 = A(1 + 1.942 + 6.098)$$

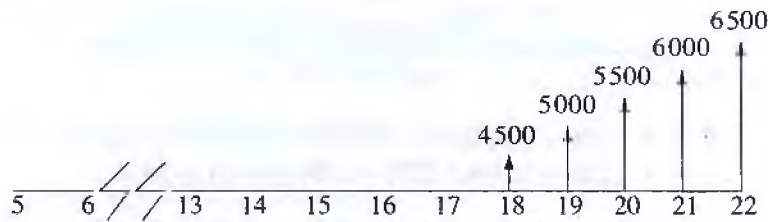
$$A = \left[\frac{4500}{9.04} \right] = \$497.78$$

14. Primer retiro mes 25, pero se lleva el dinero al mes 24 para utilizar directamente la fórmula: $F = 15\,000(1.02)^{24} = 24\,126.63$

$$24\,126.63 = 854.50 \left[\frac{(1.02)^n - 1}{0.02(1.02)^n} \right]$$

por prueba y error se encuentra $n = 42$; por lo tanto, el fondo se agota en el mes $24 + 42 = 66$.

15.



Para trasladar las cantidades de los años 18 a 22 a un presente que se ubicaría en el año 17, dado que el interés es 1% mensual y las cantidades están dadas en forma anual, habrá que trasladarlas a la tasa efectiva anual.

$$i_{ef\text{ anual}} = (1 + 0.01)^{12} - 1 = 12.683\%$$

con esto se calcula el presente al año 17:

$$P = 4500(P/A, 12.683\%, 5) + 500(P/G, 12.683\%, 5) =$$

$$P_{17} = 4500 \left[\frac{(1 + 0.1268)^5 - 1}{0.1268(1 + 0.1268)^5} \right] + \frac{500}{0.1268} \left[\frac{(1 + 0.1268)^5 - 1}{0.1268^5} \right] \left[\frac{1}{(1 + 0.1268)^5} \right]$$

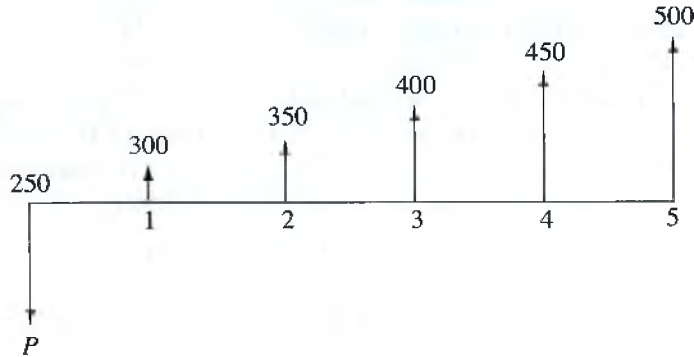
$$P = \$19.076$$

Para calcular la n : $F = A (F/A, 1\%, n)$

$$19076 = 80 \left[\frac{(1 + 0.01)^n - 1}{0.01} \right]$$

Por tanteos, $n = 123$ meses equivalentes a 10 años y 3 meses menos 17 años = 6 años y 9 meses.

16.



$$P = 250 + 300(P/A, 15\%, 5) + 50(P/G, 15\%, 5) =$$

$$250 + 300(3.352) + 50(5.775) = 1\,544.35$$

Decisión $1\,600 - 1\,544.35 = \$55.65$ adicional, si firma por seis años.

17. $F_{12} = 150(F/A, 1.5\%, 12) = 150(13.041) = \$1\,956.15$

$$F_{24} = 1\,956.15(F/P, 1.5\%, 12) + 180(F/A, 1.5\%, 12) =$$

$$1\,956.15(1.196) + 180(13.041) = \$4\,686.93$$

18. $2\,699 = 300(P/A, 10\%, n) + 50(P/G, 10\%, n)$

$n = 9$ obtenido por prueba y error.

19. $P = 30\,000$ $i = 7\%$ anual.

Calcular cuánto ha gastado en términos del presente con los dos desembolsos:

$$P = 10\,000(P/F, 7\%, 2) + 15\,000(P/F, 7\%, 4) =$$

$$10\,000(0.8734) + 15\,000(0.7629) = \$20\,177.5$$

Saldo en el presente $30\,000 - 20\,177.5 = \$9\,822.5$

Saldo al final del quinto año:

$$F_5 = 9\,822.5(F/P, 7\%, 5) = 9\,822.5(1.403) = \$13\,781$$

20. Cálculo de las 24 mensualidades:

$$10\,015.2 = A \left[\frac{(1.015)^{24} - 1}{1.015(1.015)^{24}} \right]; A = 500.00$$

Deuda después de pagar 12 mensualidades:

$$P = 500 \left[\frac{(1.015)^{12} - 1}{1.015(1.015)^{12}} \right] = 5\,453.75$$

deuda en el mes 16: $F = 5\,453.75(1.015)^4 = 5\,788.4115$

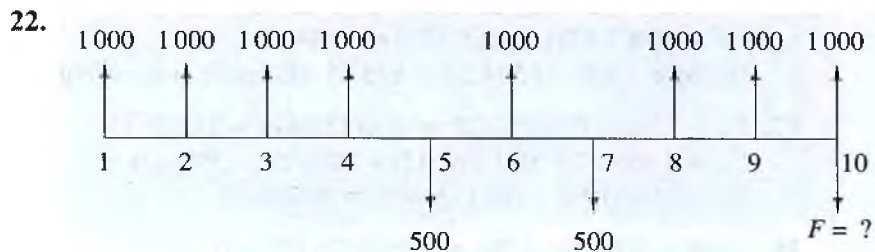
Mes en el cual se termina de pagar la deuda:

$$5\,788.4115 = 500 \left[\frac{(1.015)^n - 1}{0.015(1.015)^n} \right] + \frac{50}{0.015} \left[\frac{(1.015)^n - 1}{0.015} - n \right] \left[\frac{1}{(1.015)^n} \right]$$

Al cubrir ocho mensualidades más, pagaría en total \$5 023.7494 por lo que la deuda pendiente en el mes 16 es: $\$5\,788.4115 - 5\,023.7494 = \764.6621 y la deuda en el mes 24 es: $\$764.6621 (1.015)^8 = \861.38 .

Respuesta. Pagar la mensualidad normal en el mes 24 que sería de \$850 más \$861.38 en ese mismo mes; o bien, pagaría la mensualidad 24 de \$850 más \$874.31 en el mes 25, lo cual no hace otra mensualidad en el mes 25, porque la mensualidad normal en ese mes sería de \$900.

$$21. P = 10(P/F, 20\%, 1) + 20(P/F, 20\%, 2) + 30(P/F, 20\%, 3) + 40(P/A, 20\%, 4) \\ (P/F, 20\%, 3) = \\ 10(0.8333) + 20(0.6944) + 30(0.5787) + 40(2.589)(0.5787) = \\ \$99.5$$



$$F_{10} + 500(F/P, 12\%, 5) + 500(F/P, 12\%, 3) = 1000(F/A, 12\%, 4) \\ (F/P, 12\%, 6) + 1000(F/P, 12\%, 4) + 1000(F/A, 12\%, 3) \\ F_{10} = 1000(4.779)(1.974) + 1000(1.574) + 1000(3.374) - 500(1.762) - 500(1.405) = \\ \$12\,798.5$$

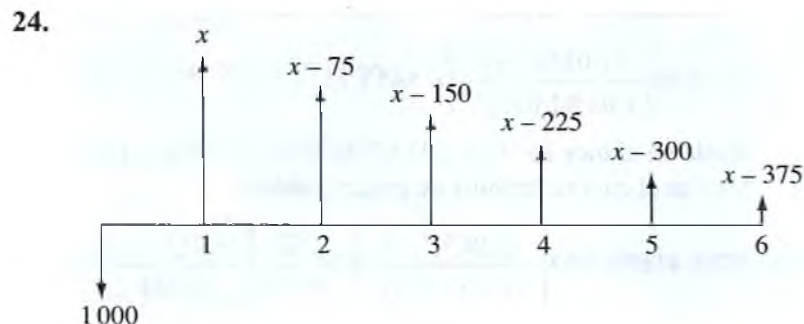
$$23. P = 180\,000 \quad i = 10\% \quad A = 23\,000$$

$$a) P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)} \right] \quad 180\,000 = 23\,000 \left[\frac{(1+0.1)^n - 1}{0.1(1+0.1)^n} \right]$$

por prueba y error $n = 16$

$$b) P = 180\,000 - 35\,000 = 145\,000 \quad i = 10\% \quad n = 16$$

$$A = 145\,000(A/P, 10\%, 16) = 145\,000(0.1278) = \$18\,531$$



$$1\,000 = x(P/A, 5\%, 6) - 75(P/G, 5\%, 6)$$

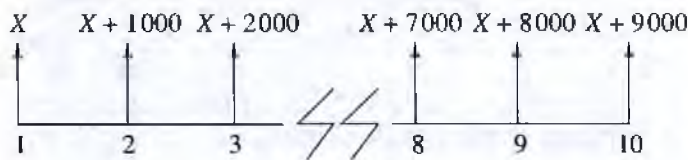
$$1\,000 = x 5.076 - 75(11.968)$$

$$\left[\frac{1897.6}{5.076} \right] = x$$

$$x = \$373.5$$

Pago en el sexto año $374 - 375 = -1$. Significa que el pago al final del sexto año es cero, pues con los cinco primeros se salda la deuda.

$$25. A = ? G = 1\,000 \quad i = 6 \quad F_{10} = 25\,000 \quad n = 10$$



$$66.193(P/F, 6\%, 10) = x(P/A, 6\%, 10) + 1\,000(P/G, 6\%, 10)$$

$$66.193(0.5584) = x(7.36) + 1\,000(29.602)$$

$$36.962 = x(7.36) + 29.602$$

$$x = \left[\frac{7360}{7.36} \right] = \$1\,000$$

26. Cálculo de las 24 mensualidades:

$$A = 190\,288.85 \left[\frac{0.015(0.015)^{24}}{(0.015)^{24} - 1} \right] = 9\,500$$

Deuda pendiente después de hacer 12 pagos de \$9 500:

$$P = 9\,500 \left[\frac{(0.015)^{12} - 1}{0.015(0.015)^{12}} \right] = 103\,621.3$$

Mes en el cual termina de pagar la deuda con la reducción de pago:

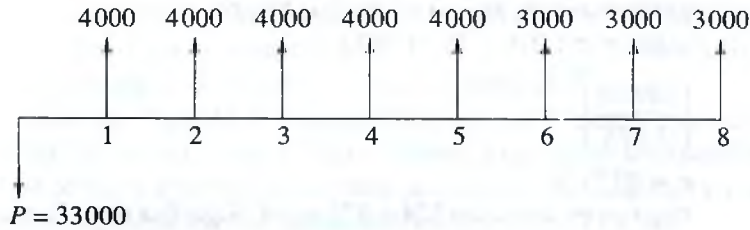
$$103\,621.3 = 9\,450 \left[\frac{(1.015)^n - 1}{0.015(1.015)^n} \right] + \frac{50}{0.015} \left[\frac{(1.015)^n - 1}{0.015} - n \right] \left[\frac{1}{(1.015)^n} \right]$$

$$\text{Si } n = 12: 103\,621.3 = 100\,173.07$$

Entonces, la deuda restante si se pagan 12 mensualidades con la reducción de pago: $103\,621.3 - 100\,173.07 = 3\,448.23$ en el mes 12.

Por lo tanto, deberá pagar al final del mes 24, la mensualidad normal de \$9 500 más $3\,448.23 (1.015)^{13} = 4\,184.6068$

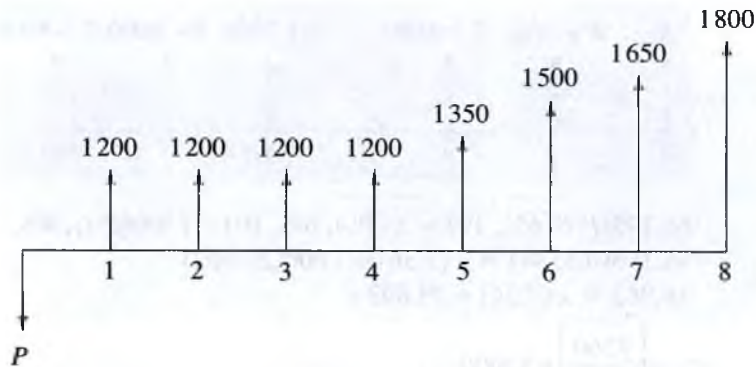
27.



$$33\,000 = 4\,000(P/A, 9\%, 5) + 3\,000(P/A, 9\%, n)(P/F, 9\%, 5)$$

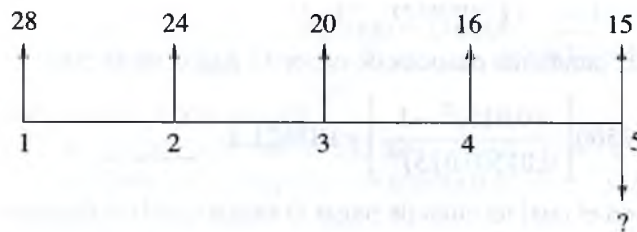
Se agota en el mes 23(18 + 5) y en el mes 24 se pueden retirar \$2 924.95.

28.



$$P = 1\,200(10)(P/A, 12\%, 3) + [1\,200(10)(P/A, 12\%, 5) + 150(10)(P/G, 12\%, 5)](P/F, 12\%, 3) = 12\,000(2.402) + [12\,000(3.605) + 1\,500(6.397)](0.7118) = \$66\,444$$

29.



$$F = 28(1 + 0.12)^4 + 24(1 + 0.12)^3 + 20(1 + 0.12)^2 + 16(1 + 0.12)^1 + 15 = \$132.78$$

30. $P = 1\,100$ $n = 36$ $i = 1\%$ mensual

$$a) A = 1\,100 (A/P, 1\%, 36) = 1\,100(0.0332) = 36.52$$

$$b) 1\,100 = A (P/A, 1\%, 36) + 100(P/F, 1\%, 12) + 100(P/F, 1\%, 24) + 100(P/F, 1\%, 36)$$

$$1100 = A(30.108) + 100(0.8874) + 100(0.7876) + 100(0.6989)$$

$$\left[\frac{862.61}{30.108} \right] = A$$

$$A = \$28.64$$

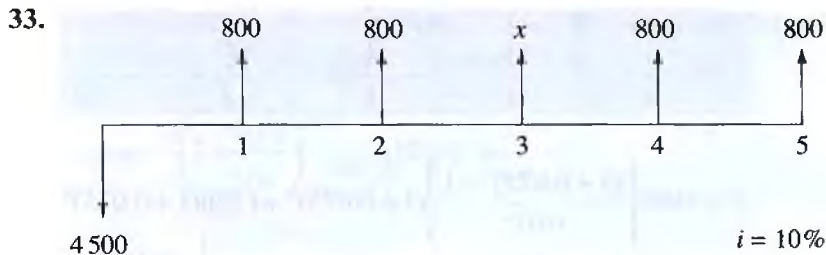
$$\begin{aligned} 31. \quad F + F(P/F, 15\%, 4) + F(P/F, 15\%, 8) &= 50 + 40(P/F, 15\%, 1) + \\ &30(P/F, 15\%, 2) + \dots + 40(P/F, 15\%, 7) + 50(P/F, 15\%, 8) \\ F(1 + 0.5718 + 0.3269) &= 50 + 40(0.8696) + 30(0.7561) + 20(0.6575) + \\ &10(0.5718) + 20(0.4972) + 30(0.4323) + 40(0.3759) + 50(0.3269) \end{aligned}$$

$$1.8987 F = 180.629 \quad F = \left[\frac{180.629}{1.8987} \right] = \$95.13$$

$$32. \quad F_1 = 500 \left[\frac{(1.01)^{17} - 1}{0.01} \right] = 9215.2216(1.02)^{19} = 13424.838$$

$$F_2 = 550 \left[\frac{(1.02)^{19} - 1}{0.02} \right] + \frac{50}{0.02} \left[\frac{(1.02)^{19} - 1}{0.02} - 19 \right] = 22163.704$$

$$F_{\text{total}} = F_1 + F_2 = 13424.838 + 22163.704 = \$35588.54$$



$$4500 = 800(P/A, 10\%, 2) + x(P/F, 10\%, 3) + 800(P/F, 10\%, 4) + 800(P/F, 10\%, 5)$$

$$4500 = 800(1.736) + x(0.7513) + 800(0.683) + 800(0.6209)$$

$$4500 = 2431.92 + x(0.7513)$$

$$x = \left[\frac{2068.1}{0.7513} \right] = \$2752.6$$

$$34. \quad 3200 = 100(P/A, 1\%, 12) + 120(P/A, 1\%, n)(P/F, 1\%, 12)$$

$n = 21$ por tanteos. Estos pagos no saldan totalmente la deuda; queda un saldo en tiempo presente de \$66.3385. Trasladándolo al mes 34, el pago en ese momento será de $66.3385(1 + 1.01)^{34} = \93.04 .

$$35. 3\,500 = 20(P/A, 1\%, 11) + 3(P/G, 1\%, 11) + 50(P/A, 1\%, n)(P/F, 1\%, 11)$$

$n = 120$ meses equivalentes a 10 años.

$$36. 4i(P/A, 20\%, 4) - i(P/G, 20\%, 4) =$$

$$10(P/A, 20\%, 3)(P/F, 20\%, 4)$$

$$+ 50(P/A, 1\%, n)(P/F, 1\%, 11)[10(P/A, 20\%, 4) + 10(P/G, 20\%, 4)]$$

$$(P/F, 20\%, 7) i = 3.76\%$$

$$37. 10\,273.23 = 100 \left[\frac{(1.01)^{36} - 1}{0.01} \right] = (1.01)^n + 200 \left[\frac{(1.01)^n - 1}{0.01} \right] + \frac{100}{0.01} \left[\frac{(1.01)^n - 1}{0.01} - n \right]$$

por prueba y error se determina que cuando $n = 9$ se acumulan en el banco exactamente \$10273.23; por lo tanto, en el mes $36 + 9 = 45$ se reúne en el banco la cantidad solicitada.

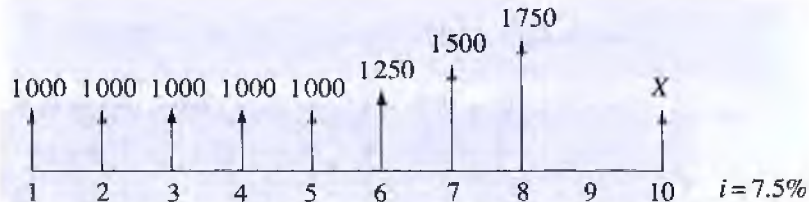
38. Después de cinco meses se ha pagado.

$$P = 1\,200(P/A, 8\%, 5) = 1\,200(3.993) = \$4\,791.6$$

$$\text{Deuda en el año cero } 10\,000 - 4\,791.6 = \$5\,208.4$$

$$\text{Deuda al final del año 10: } 5\,208.4(1 + 0.08)^{10} = 5\,208.4(2.159) = \$11\,245$$

39.



$$F = 1000 \left[\frac{(1 + 0.075)^5 - 1}{0.075} \right] (1 + 0.075)^5 + 1250(1 + 0.075)^4 + 1500(1 + 0.075) +$$

$$1750(1 + 0.075)^2$$

$$F = 8\,338.7 + 1\,669.3 + 1\,863.4 + 2\,022.3 = \$13\,894$$

$$40. \text{ Banco A } i_{ef} \text{ anual} = \left(1 + \frac{0.08}{2} \right)^2 - 1 = 8.16\%$$

$$\text{ Banco B } i_{ef} \text{ anual} = \left(1 + \frac{0.079}{12} \right)^{12} - 1 = 8.192\%$$

$$\text{ Banco C } i_{ef} \text{ anual} = \left(1 + \frac{0.078}{365} \right)^{365} - 1 = 8.11\%$$

Elíjase el banco B.

$$41. a) F_A = 5000 (1 + 0.01)^3 = 6665$$

$$F_B = 5000 = \left(1 + \frac{0.01}{12}\right)^{36} = \$6740.9$$

Dejó de ganar $6740.9 - 6665 = \$85.9$ por los \$5000 que depositó en *A*.

b) Si se deja el dinero 3.5 años en la institución *A* gana lo mismo, pues si el dinero se capitaliza cada año en la institución *B* tendrá:

$$F_B = 5000 \left(1 + \frac{0.01}{12}\right)^{42} = \$7085$$

Se deja de ganar $7085 - 6665 = \$430$

$$42. 10000 = 500 \left[\frac{(1.015)^5 - 1}{0.015(1.015)^5} \right] + 600 \left[\frac{(1.0456784)^n - 1}{(0.0456784)(1.0456784)^n} \right] \left[\frac{1}{(1.015)^5} \right] +$$

$$\frac{100}{0.0456784} \left[\frac{(1.0456784)^n - 1}{0.0456784} - n \right] \left[\frac{1}{(1.0456784)^n} \right] \left[\frac{1}{(1.015)^5} \right]$$

$i_{\text{efectiva trimestral}} = (1.015)^3 - 1 = 0.0456784$. Por prueba y error se encuentra que se podrán retirar \$500 de los meses 1 a 5; con los incrementos en los retiros de \$100 a partir del mes 8, podrá hacer 10 retiros trimestrales. Es decir, podrá retirar \$1500 en el trimestre 10, que corresponde al mes 35 y además podrá retirar \$321.43 en el mismo mes 35 para agotar totalmente el fondo.

$$43. i_{\text{ef}} \text{ anual} = \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} - 1 = 12.683\%$$

$$F = 3000 = \left[\frac{(1 + 0.12683)^5 - 1}{0.12683} \right] = \$19319$$

$$44. i_{\text{ef}} \text{ trimestral} = \frac{0.012}{4} = 0.003 = 3\%$$

Como se gana interés trimestral, los depósitos mensuales no ganan interés, lo que equivale a depositar \$300 trimestrales, por lo tanto:

$$F = 300 \left[\frac{(1 + 0.03)^{12} - 1}{0.03} \right] = \$4257.6$$

$$45. i_{\text{ef}} \text{ anual} 1 + \left(\frac{0.15}{52}\right)^{52} - 1 = 16.158\%$$

$$46. P = 25\,000 \quad A = 750 \quad n = 40$$

$$\frac{25\,000}{750} = (P/A, i, 40) = 33.33 \quad i = 0.92\%, \text{ menos de } 1\% \text{ mensual}$$

$$i_{\text{ef}} \text{ anual} = (1 + 0.0092)^{12} - 1 = 11.16\%$$

$$47. i_{\text{ef}} \text{ mensual} = \frac{0.18}{12} = 1.5\%$$

$$F = 2\,000(1 + 0.015)^2 = \$2\,060.44$$

$$A = 2\,060.44 \left[\frac{0.015(1 + 0.015)^6}{(1 + 0.015)^6 - 1} \right] = \$361.6$$

$$48. i_{\text{ef}} \text{ quincenal} = \frac{0.12}{24} = 0.005$$

$$2\,000 = 50\,000(P/A, 0.005\%, n)$$

$$(P/A, 0.005\%, n) = 40$$

$$n = 45 \text{ por tanteos}$$

Deberá dar 45 conciertos en 2 años, lo cual equivale a casi dar uno cada 15 días.

$$49. \text{Interés efectivo trimestral} = (1.015)^3 - 0.0456784.$$

$$F_{48} = 1\,000 \left[\frac{(1.015)^{12} - 1}{0.015} \right] (1.0456784)^{12} + 2\,500 \left[\frac{(1.0456784)^{12} - 1}{0.0456784} \right] = \$61\,100.88$$

50. Juega \$10 por semana y, como el dinero se capitaliza mensualmente, esto equivale a ahorrar \$40 por mes. $A = 40$; pero el futuro acumulado si es la cantidad que juega, es decir, $10 \times 10\,000 = \$100\,000$.

$$i_{\text{ef}} \text{ mensual} = \frac{0.18}{12} = 1.5\% \text{ mensual}$$

$$100\,000 = 40(F/A, 1.5\%, n); \quad 2\,500 = (F/A, 1.5\%, n)$$

$n = 245.25$ meses, es decir, 245 meses y una semana, lo cual equivale a 20 años, 5 meses y una semana.

51. Como se capitaliza trimestralmente, esto equivale a depositar \$300 trimestrales.

$$F_1 = 300 \left[\frac{\left(1 + \frac{0.16}{4}\right)^4 - 1}{0.04} \right] = \$1\,273.95$$

$$F_2 = 1\,273.95 \left(1 + \frac{0.16}{12}\right)^{12} + 100 \left[\frac{\left(1 + \frac{0.16}{12}\right)^{12} - 1}{\frac{0.16}{12}} \right] = 1\,493.4 + 1\,295.2 = \$2\,788$$

$$52. P = 2500 \quad i_{ef} \text{ semanal} = \frac{0.14}{52} = 0.00269\%$$

$F_{6 \text{ meses}} = 2500(1 + 0.00269)^{26} = \2681 que acumula al final de seis meses.

Se retiran \$1000 y queda $\$2681 - 1000 = \1681

Transcurren seis meses con ese depósito; al final de un año se tendrá:

$$F_{12 \text{ meses}} = 1681(1 + 0.00269)^{26} = \$1802.6$$

Se depositan otros \$1000, con lo que se tiene $1000 + 1802.6 = \$2802.6$

Han transcurrido 12 meses, por lo tanto, para 18.5 faltan 6.5 meses o 28 semanas.

$$F_{18.5 \text{ meses}} = 2802.6(1 + 0.00269)^{26} = \$3021.5$$

$$53. a) i_{ef} \text{ semanal} = \frac{0.18}{52} = 0.00346\%$$

$$F = 30000(1 + 0.00346)^{29 \times 2} = \$36658$$

Tendría \$6658 más que la persona que recibe el dinero en último lugar.

$$b) i_{ef} \text{ mensual} = \frac{0.18}{52} = 0.015\%$$

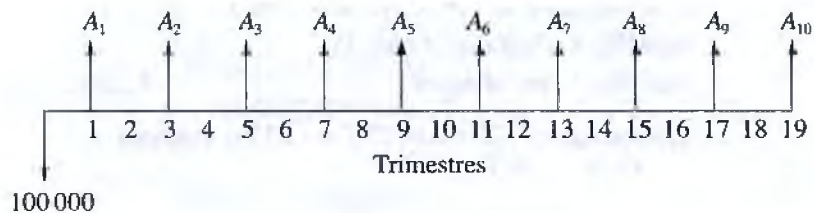
$$F = 30000(1 + 0.015)^{14} = \$36953$$

la última quincena no capitaliza porque el interés es mensual.

54. Cada semana gana 10%. Al año habrá ganado.

$$i_{ef} \text{ anual} = [(1+0.1)^{52} - 1] \times 100 = 14104\%$$

55. $P = 7000$ $i = 8\%$ anual capitalizado de manera trimestral. $A =$ semestral.



$$i_{ef} \text{ trimestral} = \frac{8\%}{4} = 2\% \quad \text{trimestral} \quad F_1 = 7000(1.02)^1 = \$7140$$

$$i_{ef} \text{ semestral} = (1 + 0.02)^2 - 1 = 4.04\%$$

$$7140 = A = \left[\frac{(1 + 0.0404)^9 - 1}{0.0404(1 + 0.0404)^9} \right] = A = \$847.78$$

56. $P = \$12\,222$ $i = 15\%$ anual; capitalización mensual $A = 1\,800$ cada tres meses

$$n = ? \quad i_{ef} \text{ mensual} = \frac{0.15}{12} = 0.0125 \quad i_{ef} \text{ trimestral} = (1 + 0.0125)^3 - 1 = 0.03797$$

$$12\,222 = 1800 \left[\frac{(1 + 0.03797)^n - 1}{0.03797(1 + 0.03797)^n} \right]$$

$n = 8$ exactamente.

57. Primera forma de pago: contado \$110 000.

$$\text{Segunda forma de pago: } P = 3164.47 \left[\frac{(1.02)^{60} - 1}{0.02(1.02)^{60}} \right] = \$110\,000$$

Tercera forma de pago:

$$P = 1955 \left[\frac{(1.02)^{48} - 1}{0.02(1.02)^{48}} \right] + \frac{21877.82}{(1.02)^{12}} + \frac{21877.82}{(1.02)^{24}} + \frac{21877.83}{(1.02)^{36}} + \frac{21877.83}{(1.02)^{48}} = 110\,000$$

Los tres planes de pago son equivalentes.

58. $A = 750$ $i = 14\%$ anual, capitalizado mensualmente.

$$i_{ef} \text{ mensual} = 0.011666 \quad n = 15$$

$$F = 750 \left[\frac{(1 + 0.011666)^{15} - 1}{0.011666} \right] (1 + 0.011666)^5 = \$12\,946$$

59. $i_{ef} \text{ mensual} = \frac{0.18}{12} = 0.015$ $A = 5\,500(A/P, 1.5\%, 36) = \198.83

Pagado hasta el mes 18:

$$P = 198.83(P/A, 1.5\%, 18) = \$3\,116.3$$

valor equivalente en el mes 18.

Del mes 18 en adelante:

$$i_{ef} \text{ mensual} = \frac{0.22}{12} = 0.01833 = 1.833\% \text{ mensual}$$

$$3\,116.3 = 198.83 \left[\frac{(1 + 0.01833)^n - 1}{0.01833(1 + 0.01833)^n} \right]$$

$n = 18$ con un último pago de \$128.42 en $n = 19$

Por lo tanto, los pagos son: $n = 36$ de $A = 198.83$ y en $n = 37$ un pago de \$128.92.

60. $i_{bimestral} (1 + 0.01)^2 - 1 = 0.0201$

$$2\,207.93 =$$

$$\left\{ 450 \left[\frac{(1.0201)^n - 1}{0.0201(1.0201)^n} \right] - \frac{25}{0.0201} \left[\frac{(1.0201)^n - 1}{0.0201} - n \right] \left[\frac{1}{(1.0201)^n} \right] \right\} \frac{1}{(1.0201)^5}$$

por prueba y error se determina que el último retiro se puede realizar hasta el mes 24 (bimestre 12) y tiene un valor de \$300.

$$61. A = 43000 \left[\frac{0.015(1.015)^{24}}{1.015^{24} - 1} \right] = 2146.75$$

Deuda restante después de pagar la mensualidad 12:

$$P = 2146.75 \left[\frac{(0.015)^{12} - 1}{0.015(1.015)^{12}} \right] = \$23416.02$$

Valor de los últimos 12 pagos con $i = 0.022$ mensual:

$$A = 23416.02 \left[\frac{0.022(1.022)^{12}}{1.022^{12} - 1} \right] = 2241.49$$

62. Valor de cada uno de los primeros seis pagos bimestrales:

$$i_{\text{bim}} = \left(1 + \frac{0.12}{12} \right)^2 - 1 = 0.0201$$

$$A = 100000 \left[\frac{0.0201(1.0201)^{12}}{(1.0201)^{12} - 1} \right] = 9461.77$$

Cantidad remanente en el banco luego de realizar seis retiros:

$$P = 9461.77 \left[\frac{(1.0201)^6 - 1}{0.0201(1.0201)^6} \right] = 52981.5$$

Valor de cada uno de los últimos seis retiros con

$$i_{\text{bimestral}} = \left(1 + \frac{0.18}{12} \right)^2 - 1 = 0.030225$$

$$A = 52981.55 \left[\frac{0.030225(1.030225)^6}{(1.030225)^6 - 1} \right] = 9787.55$$

$$63. i_{\text{mensual}} = \frac{0.15}{12} = 0.0125; A = 200000 \left[\frac{0.0125(1.0125)^{36}}{(1.0125)^{36} - 1} \right] = \$6933.06$$

$$200000 = 6933.06 \left[\frac{(1.0125)^6 - 1}{0.0125(1.0125)^6} \right] + \frac{16933.06}{(1.0125)^7} + \frac{26933.06}{(1.0125)^8} + \frac{36933.06}{(1.0125)^9} + \frac{46933.06}{(1.0125)^{10}} + \frac{56933.06}{(1.0125)^{11}}$$

Ya no es necesario pagar en el mes 12. Con el pago de 11 mensualidades sobran \$3883.5 en el presente o \$4452 en el mes 11.

$$F = 3883.5 (1.0125)^{11} = \$4452.14$$

64. Deuda restante en el presente, luego de 36 mensualidades de \$1 800:

$$50\,000 - 1\,800 \left[\frac{(1.02)^{36} - 1}{0.02(1.02)^{36}} \right] = \$4\,120.08$$

Valor de cada una de las tres anualidades:

$$4\,120.08 = \frac{A}{(1.02)^{12}} + \frac{A}{(1.02)^{24}} + \frac{A}{(1.02)^{36}}$$

$$A = \$2\,167.96$$

65. Valor de las primeras 24 mensualidades:

$$A = 4\,000 \left[\frac{0.03(1.03)^{24}}{(1.03)^{24} - 1} \right] = \$236.19$$

Deuda pendiente después de realizar el pago de 12 mensualidades:

$$P = 236.19 \left[\frac{(1.03)^{12} - 1}{0.03(1.03)^{12}} \right] = \$2\,351.03$$

Si a partir del mes 13 el interés se incrementa a 5% mensual, terminará de pagar

$$2\,351.03 = 236.19 \left[\frac{(1.05)^n - 1}{0.05(1.05)^n} \right]$$

Debe pagar 14 mensualidades adicionales a las 12 iniciales; es decir, termina de pagar en el mes 26 y en ese momento debe hacer un pago adicional de \$25.89, o cubrir la mensualidad 26 normalmente y pagar \$27.18 al final del mes 27.

66. $P = \$622.32$; $i = 0.085$ por periodo; primer retiro de \$100 al final del periodo 7; inicia gradiente $G = 50$ a partir del final del periodo 11 y hasta el final del periodo n :

$$622.32 = 100 \left[\frac{(1.085)^4 - 1}{0.085(1.085)^4} \right] \left[\frac{1}{(1.085)^6} \right] + \left\{ 150 \left[\frac{(1.085)^n - 1}{0.085(1.085)^n} \right] + \frac{50}{0.085} \left[\frac{(1.085)^n - 1}{0.085} - n \right] \left[\frac{1}{(1.085)^n} \right] \right\} \frac{1}{(1.085)^{10}}$$

en el periodo 15 se puede hacer el último retiro, que es de \$350.

67. $i_{\text{trimestral}} = (1.015)^3 - 1 = 0.0456784$

$$\frac{10\,000}{(1.015)^1} = A \left[\frac{(1.0456784)^{12} - 1}{0.0456784(1.0456784)^{12}} \right]$$

$$A = \$1\,084.16$$

$$68. 80000 = \frac{7000}{(1.11)^1} + \frac{2(3500 + c)}{(1.11)^2} + \frac{2(3500 + 2c)}{(1.11)^3} + \frac{2(3500 + 3c)}{(1.11)^4}$$

donde c es el incremento en la venta de los libros por año. En la igualdad, cada uno de los incrementos está multiplicado por 2, por lo que el resultado, que es c , estará expresado directamente en número de libros. Despejando $c = 6857$ libros de incremento en las ventas en los años 2, 3 y 4.

$$69. i_{\text{bimestral}} = (1.04)^2 - 1 = 0.0816$$

$$F_1 = 50 \left[\frac{(1.02)^6 - 1}{0.02} \right] (1.0816)^2 = 504.97$$

$$F_2 = 75 \left[\frac{(1.0816)^6 - 1}{0.0816} \right] = 552.42$$

$$F_T = F_1 + F_2 = 504.97 + 552.42 = \$1057.39$$

$$70. 992 = \frac{x}{(1.04)^1} + \frac{x+5}{(1.04)^2} + \frac{x+10}{(1.04)^3} + \frac{x+15}{(1.04)^4} + \frac{x+20}{(1.04)^5} + \frac{200}{(1.04)^6} + \frac{210}{(1.04)^7} + \frac{200}{(1.04)^8}$$

$$x = 109$$

$$71. P = 4000; n = 9; i = \frac{0.18}{24} = 0.0075 \text{ quincenal}$$

$$4000 = \frac{A}{(1.0075)^{25}} + \frac{A}{(1.0075)^{29}} + \frac{A}{(1.0075)^{33}} + \frac{A}{(1.0075)^{37}} + \frac{A}{(1.0075)^{41}} +$$

$$\frac{A}{(1.0075)^{45}} + \frac{A}{(1.0075)^{49}} + \frac{A}{(1.0075)^{53}} + \frac{A}{(1.0075)^{57}}$$

$$A = \$601.96$$

72. Deuda después de pagar seis mensualidades de \$250:

$$4000 - 250 \left[\frac{(1.03)^6 - 1}{0.03(1.03)^6} \right] = 2645.7(1.03)^6 = 3159.1$$

$$3159.1 = 300 \left[\frac{(1.03)^n - 1}{0.03(1.03)^n} \right] + \frac{50}{0.03} \left[\frac{(1.03)^n - 1}{0.03} - n \right] \left[\frac{1}{(1.03)^n} \right]$$

por prueba y error se encuentra que se termina de pagar en el mes 14. En el mes 13 se pagan \$600 y en el mes 14 se pagan \$496.93.

73. $P = 5000$; $i = 0.01$ mensual; seis retiros cada cuatro meses:

Solución expresada en meses:

$$5000 = \frac{A}{(1.01)^2} + \frac{A}{(1.01)^6} + \frac{A}{(1.01)^{10}} + \frac{A}{(1.01)^{14}} + \frac{A}{(1.01)^{18}} + \frac{A}{(1.01)^{22}}$$

Solución con interés cuatrimestral: $i = (1.01)^4 - 1 = 0.040604$

$$\frac{5000}{(1.01)^2} = A \left[\frac{(1.040604)^6 - 1}{0.040604(1.040604)^6} \right]$$

en ambas soluciones $A = \$936.85$

$$74. A = 1350 \left[\frac{0.015(1.015)^{24}}{(1.015)^{24} - 1} \right] = 67.39$$

Deuda después de realizar el pago 12:

$$P = 67.39 \left[\frac{(1.015)^{12} - 1}{0.015(1.015)^{12}} \right] = 735.14$$

La respuesta anterior se determinó considerando que $n = 12$ son los últimos 12 pagos que aún no se han hecho. Pero si se considera que $n = 12$ son los primeros 12 pagos que ya se hicieron, los \$735.14 significa que la cantidad que ha pagado, expresada en t_0 . A este resultado hay que restarle la deuda inicial de \$1 350 y se obtendrá la deuda restante en t_0 . Como lo que interesa conocer es la deuda restante en t_{12} , habrá que trasladar esa deuda a su valor equivalente en t_{12} .

$$1350 - 735.14 = 614.86(1.015)^{12} = 735.14$$

Pago en el mes 15 con un interés de 1%:

$$735.14(1.01)^3 = \$757.42$$

75. Solución expresada en meses con interés mensual de 1.5%:

$$813791.64 = \frac{250000}{(1.015)^1} + \frac{A}{(1.015)^2} + \frac{A}{(1.015)^5} + \frac{A}{(1.015)^8} + \frac{A}{(1.015)^{11}} +$$

$$\frac{A}{(1.015)^{14}} + \frac{A}{(1.015)^{17}} + \frac{A}{(1.015)^{20}} + \frac{A}{(1.015)^{23}}$$

$$A = 85000$$

$$76. 1000 = \frac{A}{(1.01)^3} + \frac{A}{(1.01)^6} + \frac{A}{(1.01)^9} + \frac{A}{(1.01)^{12}} + \frac{A}{(1.01)^{16}} + \frac{A}{(1.01)^{20}} + \frac{A}{(1.01)^{24}}$$

$$A = \$161.96$$

$$77. 667.63 = \frac{A}{(1.015)^2} + \frac{A}{(1.015)^5} + \frac{A}{(1.015)^8} + \frac{A}{(1.015)^{11}} + \frac{A}{(1.015)^{14}} + \frac{A}{(1.015)^{17}} + \frac{A}{(1.015)^{20}} + \frac{A}{(1.015)^{23}}$$

$$A = \$100$$

$$78. i_{\text{semestral}} = (1.02)^6 - 1 = 0.1261624$$

$$A = 100\,000 \left[\frac{0.1261624(1.1261624)^8}{(1.1261624)^8 - 1} \right] = 20\,565.63$$

Deuda restante después de realizar cuatro pagos semestrales:

$$P = 20\,565.63 \left[\frac{(1.1261624)^4 - 1}{0.1261624(1.1261624)^4} \right] = 61\,662.86$$

Pago final, tres semestres (18 meses) después de la nueva tasa $i = 4\%$ mensual:

$$F = 61\,662.86 (1.04)^{18} = \$124\,917.65$$

$$79. i_{\text{mensual}} = \frac{0.18}{12} = 0.0125$$

$$200\,000 = A \left[\frac{(1.0125)^{60} - 1}{0.0125(1.0125)^{60}} \right] + \frac{5000}{(1.0125)^{12}} + \frac{5000}{(1.0125)^{24}} + \frac{5000}{(1.0125)^{36}} + \frac{5000}{(1.0125)^{48}} + \frac{5000}{(1.0125)^{60}}$$

Valor de cada una de las 60 mensualidades $A = 4\,369.19$

Deuda pendiente después de pagar la mensualidad 36 y después de pagar las primeras tres anualidades:

$$P = 4\,369.19 \left[\frac{(1.0125)^{24} - 1}{0.0125(1.0125)^{24}} \right] + \frac{5000}{(1.0125)^{12}} + \frac{5000}{(1.0125)^{24}} = 98\,129.72$$

$$\text{Nuevo interés a partir del mes 37: } i = \frac{0.48}{12} = 0.04$$

La nueva mensualidad es:

$$98\,129.72 = A \left[\frac{(1.04)^{24} - 1}{0.04(1.04)^{24}} \right] + \frac{5000}{(1.04)^{12}} + \frac{5000}{(1.04)^{24}}$$

$$A = \$6\,103.25$$

$$80. 15000 = A \left[\frac{(1.03)^8 - 1}{0.03(1.03)^8} \right] + A \left[\frac{(1.03)^8 - 1}{0.03(1.03)^8} \right] \frac{1}{(1.03)^{10}} +$$

$$A \left[\frac{(1.03)^8 - 1}{0.03(1.03)^8} \right] \frac{1}{(1.03)^{20}}$$

$$A = \$929.96$$

$$81. i_{\text{mensual}} = \frac{0.15}{12} = 0.0125; \text{ cálculo de las 24 mensualidades:}$$

$$A = 100000 \left[\frac{0.0125(1.0125)^{24}}{(1.0125)^{24} - 1} \right] = 4848.66$$

Deuda restante después de pagar sólo dos mensualidades:

$$P = 4848.66 \left[\frac{(1.0125)^{22} - 1}{0.0125(1.0125)^{22}} \right] = 92757.68$$

Nueva mensualidad a pagar con la nueva tasa $i = \frac{0.48}{12} = 0.04$ en 22 meses:

$$A = 92757.68 \left[\frac{0.04(1.04)^{22}}{(1.04)^{22} - 1} \right] = 6418.72$$

Se pagan 10 mensualidades de \$6418.72 más dos que ya se habían pagado; deuda restante después de pagar 12 mensualidades:

$$P = 6418.72 \left[\frac{(1.04)^{12} - 1}{0.04(1.04)^{12}} \right] = 60240.17$$

Liquidación total de la deuda en el mes 13 con $i = \frac{0.6}{12} = 0.05$ mensual

$$\text{Pago final} = 60240.17 (1.05)^1 = \$63252.18$$

$$82. i_{\text{mensual}} = \frac{0.15}{12} = 0.0125$$

$$1400 = \frac{A}{(1.0125)^1} + \frac{A}{(1.0125)^3} + \frac{A}{(1.0125)^5} + \frac{A}{(1.0125)^7} + \frac{A}{(1.0125)^9} + \frac{A}{(1.0125)^{11}} +$$

$$\frac{A}{(1.0125)^{13}} + \frac{A}{(1.0125)^{15}} + \frac{A}{(1.0125)^{17}} + \frac{A}{(1.0125)^{19}} + \frac{A}{(1.0125)^{21}} + \frac{A}{(1.0125)^{23}}$$

$$A = \$116.67$$

83. $A = 100$; $F = 1960$; $i = \frac{0.24}{12} = 0.02$ mensual; se realizan 12 depósitos con ese interés:

Cantidad acumulada en el banco con los primeros 12 depósitos:

$$F = 100 \left[\frac{(1.02)^{12} - 1}{0.02} \right] = 1341.2$$

Con el nuevo interés $i = \frac{0.18}{12} = 0.015$

$$1960 = 1341.2(1.015)^n + 100 \left[\frac{(1.015)^n - 1}{0.015} \right]$$

Por prueba y error se encuentra que $n = 5$; más 12 mensualidades que ya había depositado. Podrá realizar la compra con el depósito número 17, a partir de que empezó a depositar.

84. El primer pago se realiza cuatro meses después de recibir el préstamo:

$$i_{\text{trimestral}} = (1.015)^3 - 1 = 0.0456784$$

$$20000(1.015) = A \left[\frac{(1.0456784)^{10} - 1}{0.0456784(1.0456784)^{10}} \right]$$

$$A = 2574.05$$

Deuda restante después de realizar seis pagos trimestrales:

$$P = 2574.05 \left[\frac{(1.0456784)^4 - 1}{0.0456784(1.0456784)^4} \right] = 9219.83$$

Capítulo 3

$$1. 123 = \frac{20}{(1+i)^1} + \frac{30}{(1+i)^2} + \frac{40}{(1+i)^3} + \frac{60}{(1+i)^4} + \frac{60}{(1+i)^5}$$

Por tanteos $i = 17\%$

$$2. 249 = \frac{80}{(1+i)^1} + \frac{80}{(1+i)^2} + \frac{100}{(1+i)^4} + \frac{100}{(1+i)^5}$$

Por tanteos $i = 13\%$

$$3. 100 = \frac{200}{(1+i)^1} + \frac{250}{(1+i)^2} - \frac{100}{(1+i)^3} + \frac{300}{(1+i)^4} + \frac{350}{(1+i)^5}$$

Tiene una TIR = 190% única

i	VPN	i	VPN
0.05	752	1.1	65
0.1	635	1.2	52
0.2	467	1.3	42
0.3	355	1.4	32
0.4	277	1.5	24
0.5	220	1.6	18
0.6	177	1.7	11
0.7	144	1.8	6
0.8	118	1.9	0
0.9	97	2.0	-4
0.10	79	2.1	-8

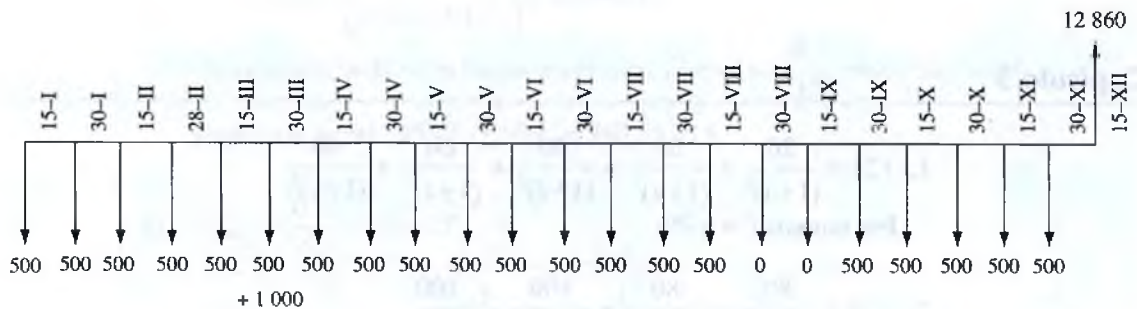
$$4. \quad 8464 = \frac{3000}{(1+i)^1} + \frac{3500}{(1+i)^3} + \frac{4000}{(1+i)^4} + \frac{5000}{(1+i)^5}$$

Por tanteos $i = 20\%$

$$5. \quad 3150 = 500 \left[\frac{(1+i)^6 - 1}{i(1+i)^6} \right] + \frac{400}{(1+i)^7} + \frac{300}{(1+i)^8} + \frac{280}{(1+i)^9}$$

por prueba y error se encuentra que $i = 5.43\%$

6.



$$500 \left[\frac{(1+i)^{15} - 1}{i} \right] (1+i)^8 + 500 \left[\frac{(1+i)^5 - 1}{i} \right]$$

$$(1+i)^1 + 1000(1+i)^{16} = 12860.5$$

por tanteos $i = 0.0125 = 1.25\%$ quincenal.

$$i_{ef \text{ anual}} = (1 + 0.0125)^{24} - 1 = 34\%$$

7. $P = 510\,000$ $A = 130\,000$ $VS = 160\,000$

	% aportación	i	
Accionistas	0.60	0.43	= 0.258
Banco A	0.20	0.45	= 0.090
Banco B	0.20	0.49	= 0.098
			0.446

TMAR mixta = 44.6%

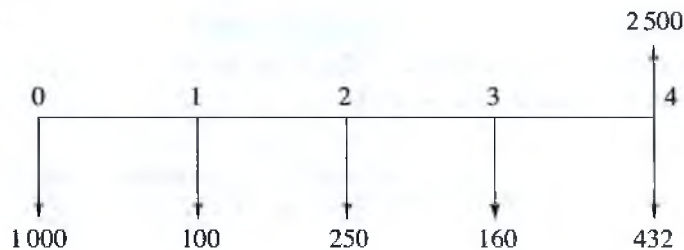
$$VPN = -310 + 130 \left[\frac{(1 + 0.446)^5 - 1}{0.446(1 + 0.446)^5} \right] + \frac{160}{(1 + 0.446)^5} = \$ - 39.33$$

8. $P = 1\,200$ $F = 3\,350$

$$F = P(1 + i)^n \quad 3\,350 = 1\,200(1 + i)^8$$

Por tanteos $i = 13.7\%$ anual

9.



¿Cuál es la tasa de interés que se tendría al vender de contado al momento de la terminación?

$$1\,000(1 + i)^4 + 100(1 + i)^3 + 250(1 + i)^2 + 160(1 + i)^1 + 432 = 2\,500$$

$$i = 10\% \text{ semestral } i_{efectivo \text{ anual}} = 21\% \text{ anual}$$

$$A = 2\,500 \cdot 6 \left[\frac{0.2100(1 + 0.2100)^{10}}{(1 + 0.2100)^{10} - 1} \right] = \$616.6$$

10. Cifras expresadas en millones de pesos:

$$20 = 1.37 \left[\frac{(1 + i)^8 - 1}{(1 + i)^8} \right] + 1.2 \left[\frac{(1 + i)^{15} - 1}{(1 + i)^{15}} \right] \frac{1}{(1 + i)^{15}} + \frac{3}{(1 + i)^{31}}$$

por prueba y error se encuentra que $i = 0.03$ o 3% mensual

$$i_{efectivo \text{ anual}} = (1 + 0.03)^{12} - 1 = 0.4257 \text{ o aproximadamente } 43\%.$$

11. $VPN_A = -2500 + 520(P/A, 10\%, 7) = \31.36
 $VPN_B = -3100 + 300(P/A, 10\%, 5) + 100(P/G, 10\%, 5) + 700(P/A, 10\%, 2)$
 $(P/F, 10\%, 5) = \$-522$
 $VPN_C = -2850 + 600(P/A, 10\%, 3) - 300(P/F, 10\%, 4) + 700(P/A, 10\%, 3)$
 $(P/F, 10\%, 4) = \$-374$
 Selecciónese A $VPN = \$31.36$

$$12. \quad VPN = -123 + \frac{20}{(1+0.15)^1} + \frac{30}{(1+0.15)^2} + \frac{40}{(1+0.15)^3} + \frac{60}{(1+0.15)^4} + \frac{60}{(1+0.15)^5} = \$7.51$$

$$13. \quad VPN = -100 + \frac{200}{(1+0.08)^1} + \frac{250}{(1+0.08)^2} - \frac{100}{(1+0.08)^3} + \frac{300}{(1+0.08)^4} + \frac{350}{(1+0.08)^5} = \$679$$

14. $VPN_A = -1.8 + 0.6(P/A, 10\%, 5) = \0.47
 $VPN_B = -1.3 + 0.57(P/A, 10\%, 5) = \0.86
 $VPN_C = -0.5 + 0.2(P/A, 10\%, 5) = \0.25
 $VPN_D = -3.2 + 0.99(P/A, 10\%, 5) = \0.55
 $VPN_E = -2.1 + 0.75(P/A, 10\%, 5) = \0.74
 Selecciónese B $VPN = \$0.86$

$$15. \quad 125000 = 37500 + 4800 \left[\frac{(1+i)^{24} - 1}{i(1+i)^{24}} \right] + \frac{10000}{(1+i)^{12}} + \frac{10000}{(1+i)^{24}}$$

por prueba y error se encuentra que $i_{\text{mensual}} = 4\%$; $i_{\text{efectivo anual}} = (1.04)^{12} - 1 = 60.1\%$

16. 10% $VPN_A = -675 + 200(P/A, 10\%, 4) + 350(P/A, 10\%, 4)$
 $(P/F, 10\%, 4) = \$717$
 20% $VPN_A = -675 + 200(P/A, 20\%, 4) + 350(P/A, 20\%, 4)$
 $(P/F, 20\%, 4) = \$280$
 30% $VPN_A = -675 + 200(P/A, 30\%, 4) + 350(P/A, 30\%, 4)$
 $(P/F, 30\%, 4) = \$24$
 35% $VPN_A = -675 + 200(P/A, 35\%, 4) + 350(P/A, 35\%, 4)$
 $(P/F, 35\%, 4) = \$-65$
 $VPN = -900 + 400(P/A, i, 4) + 310(P/A, i, 4)(P/F, i, 4)$
 10% $VPN_B = \$1039$
 20% $VPN_B = \$523$
 30% $VPN_B = \$201$

$$40\% \text{ VPN}_B = \$-11$$

$$\text{TIR}_A = 31.2\% \quad \text{TIR}_B = 39.5\%$$

17. a) $829.5 = 100(P/A, 18\%, n) = 50(P/G, 18\%, n) \quad n = 7$
 b) Con la misma ecuación pero con un $i = 25\%$; $n = 10$, suponiendo que el interés se capitaliza anualmente.

18. a) $\text{VPN}_F = -675.5 + 450(P/A, 12\%, 3)(P/F, 12\%, 4) = \93.88
 De la misma ecuación con $\text{VPN} = 0$
 $675.5 = 450(P/A, i, 3)(P/F, i, 3) \quad \text{TIR}_F = 15\%$
 b) $\text{VPN}_G = -788.3 + 400(P/A, 12\%, 4) - 100(P/G, 12\%, 4) + 50(P/F, 12\%, 5)$
 Para el cálculo de la TIR:
 $788.3 = 400(P/A, i\%, 4) - 100(P/F, i\%, 4) + 50(P/F, i\%, 5) = 42.17$
 $\text{TIR}_G = 15\%$

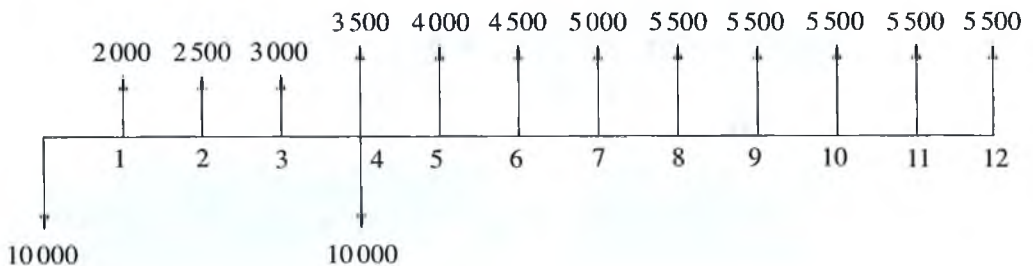
19. $\text{VPN}_{R1} = -2\,600 + (460 - 100)(P/A, 8\%, 5) + 1\,300(P/F, 8\%, 5) = \-278
 $\text{VPN}_{R2} = -3\,400 + (740 - 140)(P/A, 8\%, 5) + 100(P/F, 8\%, 5) = \$+16.7$

20.
$$\text{VPN} = -160 - \frac{120}{(1.07)^1} + \frac{70}{(1.07)^2} + \frac{85}{(1.07)^3} + \frac{100}{(1.07)^4} + \frac{130}{(1.07)^5} +$$

$$40 \left[\frac{(1.07)^6 - 1}{0.07(1.07)^6} \right] \left[\frac{1}{(1.07)^5} \right] + \frac{20}{(1.07)^{11}}$$

- a) Con las cifras expresadas en miles en la ecuación anterior se encuentra que $\text{VPN} = -12\,581.2$. No aceptar inversión.
 b) Con la misma ecuación igualando el VPN a cero y teniendo como única incógnita a i , se tiene que, por prueba y error:
 $\text{TIR} = 6\% < \text{TMAR} = 7\%$. No aceptar inversión.

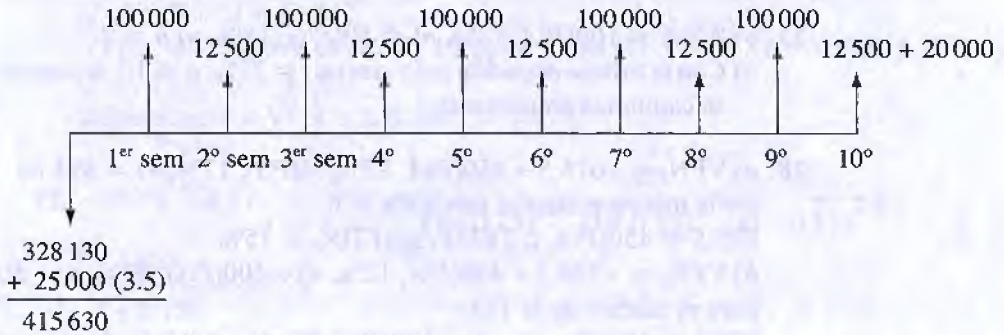
21.



$$\text{VPN} = -10 - 10(P/F, 15\%, 4) + 2(P/A, 15\%, 8) +$$

$$0.5(P/G, 15\%, 8) + 5.5(P/A, 15\%, 4)(P/F, 15\%, 8) = \$4\,629$$

22.



Se considera que la inversión inicial es de $\$328\,130 + 25\,000(3.5) = \$415\,630$ porque se produce al principio del año escolar y se vende hasta agotarla durante los próximos dos semestres.

El ingreso al término del primer semestre es $25\,000(0.7)(8) = \$140\,000$; este ingreso se repite cada semestre non, es decir, se tendrá en los semestres 1, 3, 5, 7 y 9.

En el semestre par, 2, 4, 6, 8 y 10, los ingresos netos son $25\,000(0.7)(8) = \$140\,000$ menos los costos de hacer nuevos apuntes $25\,000(3.5) = \$87\,500$, por lo que el ingreso es $100\,000 - 87\,500 = \$12\,500$.

$$415\,630 = \frac{100}{(1+i)^1} + \frac{12.5}{(1+i)^2} + \frac{100}{(1+i)^3} + \frac{12.5}{(1+i)^4} + \frac{100}{(1+i)^5} + \frac{12.5}{(1+i)^6} + \frac{100}{(1+i)^7} + \frac{12.5}{(1+i)^8} + \frac{100}{(1+i)^9} + \frac{32.5}{(1+i)^{10}}$$

por tanteos $i = 9.77\%$ semestral

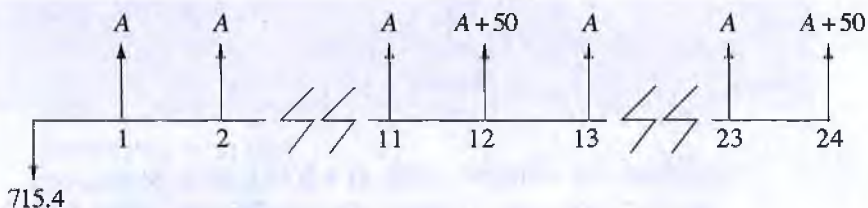
$i_{\text{anual}} = 20.49\%$

23. $P = 1\,000 \quad A = 132.7 \quad n = 12 \quad i = ?$

$$1\,000 = 132.7 (P/A, i, 12) \quad i = 8\%$$

24. $P = 715.40 \quad n = 24 \quad A = 40$

$$\frac{715.40}{40} = (P/A, i, 24) \quad i = 2.5\% \text{ mensual}$$



$$\begin{aligned}
 715.40 - 50(P/F, 2.5\%, 12) - 50(P/F, 2.5\%, 24) &= A(P/A, 2.5\%, 24) \\
 715.40 - 50(0.7436) - 50(0.5529) &= A(17.885) \\
 650.575 &= A(17.885) \\
 A &= \$36.37
 \end{aligned}$$

25. $27000 = P \quad n = 36 \quad i = 1\% \text{ mensual} \quad a = ?$
 $A = 27000(A/P, 1\%, 36)$
 $= 27000(0.0332) = \$896.7846$

$$= 27000 = \$896.7846 \left[\frac{(1+i)^{36} - 1}{i(1+i)^{36}} \right] \left[\frac{1}{(1+i)^4} \right]$$

$i = 0.83\% \text{ mensual por tanteos.}$

26. $700 + 700 \left[\frac{(1+i)^5 - 1}{i(1+i)^5} \right] = 100 \left[\frac{(1+i)^6 - 1}{i(1+i)^6} \right] + 2500$

por iteración o al graficar la i , que hace que se cumpla la igualdad, es 19%.

27.

Accionistas	% aportación	% aportación	Interés	
Empresas	13425	0.537	0.115	= 0.061755
Squeezer	4625	0.185	0.08	= 0.0148
Saving lost	1275	0.051	0.071	= 0.003621
Loan shark	5675	0.227	0.124	= 0.028148
				= 0.108324

TMAR mixta = 10.8324% actual

• Primer aumento de 5% de capital $25000 \times 1.05 = \$26250$

Préstamo \$1250 interés = $10.8324 + 1.5 = 12.3324\%$

Accionistas	% aportación	% aportación	Interés	
Empresas	13425	0.5114	0.115	= 0.058814
Squeezer	4625	0.17619	0.08	= 0.01409
Saving lost	1275	0.04857	0.071	= 0.00344
Loan shark	5675	0.21619	0.124	= 0.0268
Nuevo banco	1150	0.0476	0.123324	= 0.00587
				= 0.109038

nueva TMAR mixta = 10.0938% con 5% de capital adicional.

- Segundo aumento de 10% sobre el capital actual = $25\,000 \times 1.1 = \$27\,500$
Préstamo de \$2 500 tasa del préstamo $10.8324 + 3 = 13.8324\%$

Accionistas	% aportación	% aportación	Interés	
Empresas	13 425	0.4881	0.115	= 0.05614
Squeezer	4 625	0.1681	0.08	= 0.01345
Saving lost	1 275	0.0463	0.071	= 0.00329
Loan shark	5 675	0.2063	0.124	= 0.02558
Nuevo banco	2 500	0.9090	0.138324	= 0.01257
				= 0.1109748

nueva TMAR mixta = 11.09748% con 10% de financiamiento sobre el total del capital inicial.

Si el máximo interés que ganará la empresa en los próximos años es de 11.1%, el endeudamiento máximo que puede tener será de \$2 500 millones adicionales a su estado actual.

28. $A = 200$ $n = 34$ $F_{35} = 4\,800$ $F_{36} = 6\,300$

$$a) 200 \left[\frac{(1+i)^{34} - 1}{i} \right] = \frac{4800}{(1+i)^1} + \frac{6300}{(1+i)^2}$$

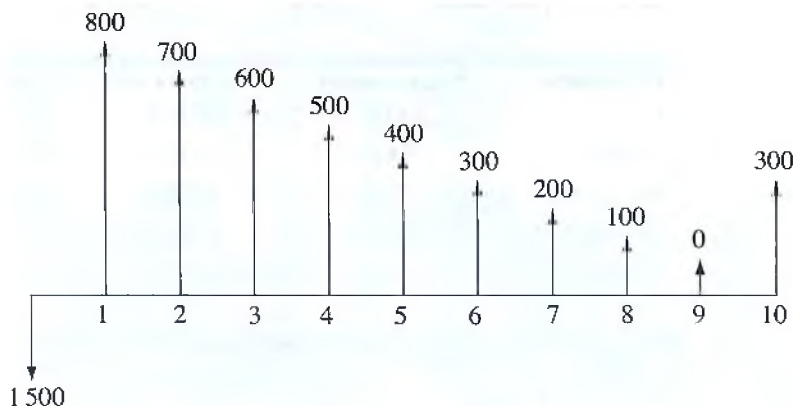
$$i = 0.025741 = 2.5741\% \text{ mensual}$$

$$i_{\text{anual}} = (1 + 0.02575)^{12} - 1 = 35.67\% \text{ anual}$$

$$b) 4800(1+i)^{19} + 6300(1+i)^{18} = 200 \left[\frac{(1+i)^{34} - 1}{i(1+i)^{34}} \right]$$

Por tanteos $i = 11.48\%$ mensual

29. $P = 1\,500$ $A = 800$ $G = -100$ $n = 8$ $VS_{10} = 300$ TMAR = 12% anual



$$\text{VPN} = -1\,500 + 800(P/A, 12\%, 8) - 100(P/G, 12\%, 8) + 300(P/F, 12\%, 10) = \$2\,623.9$$

30. $P = 350\,000$ 250 personas/días \times 365 días/año $= 91\,250 \times 10 = 912\,500$

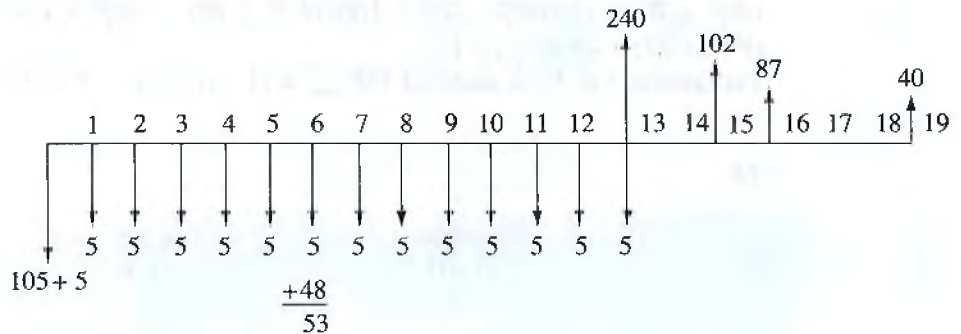
$$n = 7; \text{VS}_7 55\,000; \text{TMAR} = 10\% \text{ anual}$$

$$350\,000 = A(P/A, 10\%, 7) + 55\,000(P/F, 10\%, 7)$$

$$\frac{321\,774}{4.868} = A = \$66\,100 \text{ de ganancia anual.}$$

$$\$66\,100 \frac{\$}{\text{año}} \times \frac{\text{año}}{365 \text{ días}} \times \frac{\text{persona}}{\$10} = 18.1 \text{ personas/día}$$

- 31.



$$215 + 5(P/A, i, 13) + 48(P/F, i, 66) = 245(P/F, i, 13) + 32(P/F, i, 15) + 47(P/F, i, 16) + 40(P/F, i, 19)$$

Por tanteos $i = 6.66\%$ mensual.

32. La primera persona que recibe su dinero tiene un VPN de:

$$\text{VPN} = 30 - 1 - 1(P/A, 1\%, 29) = 3\,934$$

La última persona en cobrar tiene un VPN de:

$$\text{VPN} = -1 - 1(P/A, 1\%, 29) + 30(P/F, 1\%, 29) = -26.066 + 22.479 = \$-3.585$$

La diferencia es $3.934 - (-3.587) = \$7.519$

33. Cifras en miles de pesos; resultado expresado en forma normal

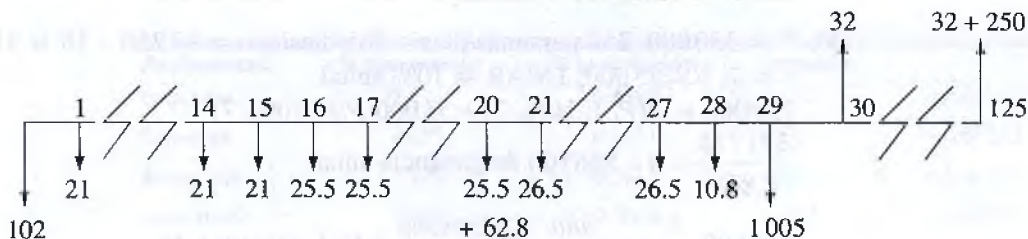
$$a) \text{VPN} = -2\,000 + 400 \left[\frac{(1.2)^9 - 1}{0.2(1.2)^9} \right] + \frac{40}{0.2} \left[\frac{(1.2)^9 - 1}{0.2} - 9 \right] \left[\frac{1}{(1.2)^9} \right] = \$69\,720$$

b) Si se solicita la cantidad mínima de ingreso el primer año para que haya rentabilidad, esto significa que $\text{VPN} = 0$. Cifras expresadas en miles, excepto el resultado final:

$$\text{VPN} = 0 = -2\,000 + A \left[\frac{(1.2)^9 - 1}{0.2(1.2)^9} \right] + \frac{40}{0.2} \left[\frac{(1.2)^9 - 1}{0.2} - 9 \right] \left[\frac{1}{(1.2)^9} \right]$$

$$A = \$382\,702.26$$

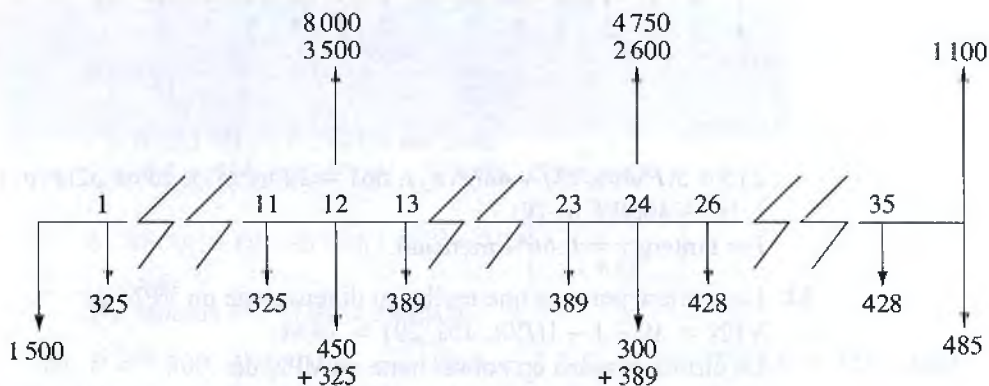
34.



$$102 + 21(P/A, i, 15) + 25.5(P/A, i, 5)(P/F, i, 15) + 26.5(P/A, i, 7)(P/F, i, 20) + 10.8(P/F, i, 28) + 1005(P/F, i, 29) = 32(P/A, i, 96)(P/F, i, 29) + 250(P/F, i, 125)$$

Por tanteos, $i = 3.2\%$ mensual $TIR_{\text{anual}} = (1 + 0.032)^{12} - 1 = 45.9\%$

35.



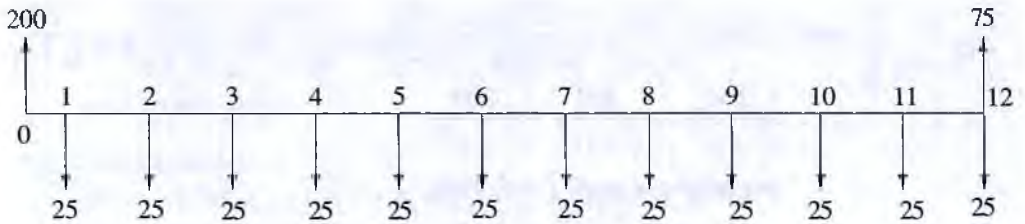
Con el paquete Lotus 123 se obtiene una $TIR = 7.8254\%$ mensual, como $TIR = 7.82 < TMAR = 8\%$ se pierde en los tres años.

$$36. 100 = \frac{300}{(1+i)^1} - \frac{100}{(1+i)^2}$$

Por prueba y error $TIR = 161.5\%$

37. a)

Por tanteos $i = 2.575\%$ mensual.



38. Cifras en millones:

$$1.5 = \frac{0.7}{(1+i)^1} + \frac{0.4}{(1+i)^2} + \frac{0.3}{(1+i)^3} + \frac{0.47}{(1+i)^4} + \frac{0.47}{(1+i)^5} + \frac{0.82}{(1+i)^6}$$

por prueba y error se encuentra que $i = 16.69\%$

$$39. -1000 + \frac{600}{(1.1073)^1} + \frac{500}{(1.1073)^2} + \frac{100 + 200}{(1.1073)^3} =$$

$$-1000 + \frac{300}{(1.1073)^1} + \frac{200}{(1.1073)^2} + \frac{100 + x}{(1.1073)^3} =$$

Despejando $x = 900$

$$40. < 40000 = 2116 \left[\frac{(1.015)^7 - 1}{0.015(1.015)^7} \right] + 2116 \left[\frac{(1+i)^{17} - 1}{i(1+i)^{17}} \right] \frac{1}{(1.015)^7}$$

por prueba y error se encuentra que $i = 2.55\%$ que es la tasa máxima de interés mensual que puede existir en el mercado durante los meses 8 a 24, para que resulten indiferentes los planes de pago.

$$41. 2500 = \frac{450}{(1+i)^{12}} + \frac{425}{(1+i)^{14}} + \frac{400}{(1+i)^{16}} + \frac{375}{(1+i)^{18}} + \frac{350}{(1+i)^{20}} + \frac{325}{(1+i)^{22}} + \frac{300}{(1+i)^{24}} +$$

$$\frac{275}{(1+i)^{26}} + \frac{250}{(1+i)^{28}} + \frac{225}{(1+i)^{30}}$$

$$i_{\text{mensual}} = 1.548\%; i_{\text{efectiva anual}} = (1.01548)^{12} - 1 = 20.24\%$$

$$i_{\text{bimestral}} = 3.1197\%; i_{\text{efectiva anual}} = (1.031197)^6 - 1 = 20.24\%$$

$$42. 0 = 50 - \frac{200}{(1+i)^1} + \frac{200}{(1+i)^2} - \frac{100}{(1+i)^3} + \frac{50}{(1+i)^4}$$

por prueba y error las i son de 0 y 176.93%. Con $\text{TMAR} = 50\%$ no se aceptaría porque el $\text{VPN} = -14.19$.

$$43. 1000 = \frac{400}{(1+i)^8} + \frac{350}{(1+i)^9} + \frac{300}{(1+i)^{10}} + \frac{250}{(1+i)^{11}} + \frac{200}{(1+i)^{12}} + \frac{200}{(1+i)^{13}} + \frac{200}{(1+i)^{14}} + \frac{200}{(1+i)^{15}} + \frac{200}{(1+i)^{16}} + \frac{200}{(1+i)^{17}}$$

por prueba y error $i = 8.32\%$

$$44. 8 = \frac{45}{(1+i)^1} - \frac{70}{(1+i)^2} + \frac{30}{(1+i)^3}$$

Las i que cumplen la igualdad son $i = 56.5\%$ e $i = 234.4\%$

45. Al igualar el VPN de ambas alternativas:

$$-1000 + \frac{600}{(1+i)^1} + \frac{500}{(1+i)^2} + \frac{300}{(1+i)^3} = -1000 + \frac{300}{(1+i)^1} + \frac{200}{(1+i)^2} + \frac{1000}{(1+i)^3}$$

La i que hace iguales las dos alternativas es $i = 10.73\%$

$$46. 15853(1+i)^2 + 20000(1+i)^1 + 20000 = \frac{20000}{(1+i)^2} + \frac{20000}{(1+i)^4} + \frac{20000}{(1+i)^6} + \frac{20000}{(1+i)^8} + \frac{20000}{(1+i)^{10}} + \frac{20000}{(1+i)^{12}} + \frac{20000}{(1+i)^{14}} + \frac{15000}{(1+i)^{16}} + \frac{10000}{(1+i)^{18}} + \frac{5000}{(1+i)^{20}}$$

La igualdad está expresada en semestres, por lo tanto, el resultado es un rendimiento semestral:

$$i_{\text{semestral}} = 12.35\%$$

$$i_{\text{efectivo anual}} = (1.1235)^2 - 1 = 26.22\%$$

$$47. 100 = \frac{20}{(1+i)^1} + \frac{100}{(1+i)^2} + \frac{100}{(1+i)^3} + \frac{50}{(1+i)^4} + \frac{50}{(1+i)^5} + \frac{50}{(1+i)^6} + \frac{50}{(1+i)^7} - \frac{350}{(1+i)^8}$$

Las raíces de la igualdad son $i_1 = 3.1316\%$ e $i_2 = 48.1784\%$. Entre esos dos valores de i el VPN es positivo.

$$48. 150122.11 = 24000(P/A, i, 12) + 30000(P/A, i, 12)(P/F, i, 12) + 36000(P/A, i, 12)(P/F, i, 24) + 1000000(P/F, i, 36)$$

Por prueba se encuentra que $i = 17\%$ mensual

$$i_{\text{efectivo anual}} = (1.17)^{12} - 1 = 5.58(100) = 558\%$$

$$49. VF = [(1+i) - (1+0.1)][(1+i) - (1+0.5)] = 0$$

$$\text{Simplificado: } (1+i)^2 - 2.6(1+i) + 1.65 = 0$$

$$50. 180000(1+i)^{24} + 40000(1+i)^{19} + 90000(1+i)^{14} + 65000(1+i)^6 + 60000 = 843765$$

La igualdad está expresada en meses, por lo tanto, se obtendrá un rendimiento mensual

$$i_{\text{mensual}} = 0.04; i_{\text{efectivo anual}} = (1.04)^{12} - 1 = 60.1\%$$

$$51. 1423.23 \left[\frac{(1+i)^{10} - 1}{i} \right] = 3600 \left[\frac{(1+i)^{10} - 1}{i(1+i)^{10}} \right] + \frac{400}{i} \left[\frac{(1+i)^{10} - 1}{i} - 10 \right] \left[\frac{1}{(1+i)^{10}} \right]$$

$i = 13.38\%$ anual

52. Cifras en miles:

$$300 = 34.5(P/A, i, 10) - 1.5(P/G, i, 10) + 300(P/F, i, 10)$$

Por prueba y error se encuentra que $i = 9.62374\%$

53. $VP_{\text{renta}} + VP_{\text{compra}}$

Todos los signos de la igualdad son iguales porque todos son desembolso, ya sea por inversión, pago de renta o costos de mantenimiento.

$$63000 + 63000 \left[\frac{(1+i)^9 - 1}{i(1+i)^9} \right] = 400000 + \left\{ 7000 \left[\frac{(1+i)^8 - 1}{i(1+i)^8} \right] + \frac{500}{i} \left[\frac{(1+i)^8 - 1}{i} - 8 \right] \left[\frac{1}{(1+i)^8} \right] \right\} \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{200000}{(1+i)^{10}}$$

Las alternativas son indiferentes con una $i = 13.41\%$

$$54. \frac{700}{(1+i)^1} + \frac{500}{(1+i)^2} + \frac{300}{(1+i)^3} = \frac{200}{(1+i)^1} + \frac{400}{(1+i)^2} + \frac{1000}{(1+i)^3}$$

Los proyectos son indiferentes a una $i = 8.8\%$. Si el inversionista 1 tiene una $TMAR = 8\%$ seleccionaría B , porque de 0 a 8% , la alternativa B siempre tiene un VPN mayor que A .

$$55. 250000 + \frac{10000}{(1+i)^1} + \frac{10000}{(1+i)^2} + \frac{15000}{(1+i)^3} + \frac{15000}{(1+i)^4} - \frac{100000}{(1+i)^4} = 63250 +$$

$$63250 \left[\frac{(1+i)^3 - 1}{i(1+i)^3} \right]$$

$i = 10\%$ anual

Capítulo 4

- $P = 15000$ Costos $A = 600$ $G = 300$ $n = 8$ $TMAR = 10\%$ $CAUE = 15000(A/P, 10\%, 8) + 600 + 300(P/G, 10\%, 8)$
 $(A/P, 10\%, 8) = \$4312$
- $A = 12000$; alternativa $P = 25500$ $A = 6700$ $TMAR = 10\%$ $n = 7$
 $CAUE_{\text{nueva}} = 25500(A/P, 10\%, 7) + 6762 = \12000

$$\begin{aligned} 3. \text{CAUE}_A &= 13\,500(A/P, 5\%, 10) + 5\,200 = \$6\,948 \\ \text{CAUE}_B &= 10\,000(A/P, 5\%, 10) + 5\,600 = \$6\,895 \\ \text{CAUE}_C &= 15\,250(A/P, 5\%, 10) + 4\,973 = \$6\,948 \end{aligned}$$

Selecciónese *B*

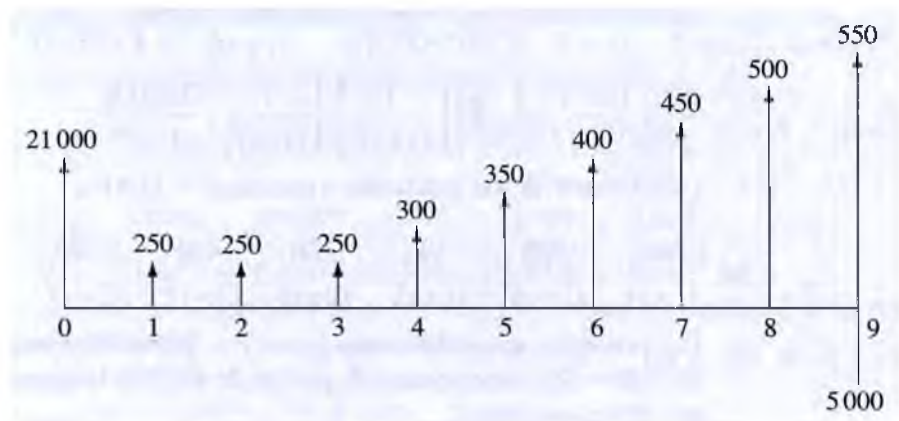
4. Manual:

$$\text{CAUE} = 300(A/P, 6\%, 4) + 3\,000 \times 6 + 1\,000 \times 4\,200 \times 6 = \$49\,287$$

Automático:

$$\begin{aligned} \text{CAUE} &= 100\,000(A/P, 6\%, 4) + \\ &100(A/P, 6\%, 4) + 1\,200 \times 2 + 4\,350 \times 2 + 4\,200 \times 2 = \$48\,389 \end{aligned}$$

5. $P = 21\,000$ $A_1 = A_2 = A_3 = \$250$



$$\begin{aligned} \text{CAUE} &= 21\,000(A/P, 10\%, 9) + 250 + 50[(1 + 0.1)^5 + \\ &100(1 + 0.1)^4 + 150(1 + 0.1)^3 + 200(1 + 0.1)^2 + 250(1 + 0.1)^1 + 300](A/F, 10\%, 9) \\ &- 5\,000(A/F, 10\%, 9) = 3\,619 \end{aligned}$$

6. $P = 225\,000$ a los 12 años; $P = 225\,000 - 78\,863 = 146\,137$; $i = 10\%$

$$\frac{146\,137}{22\,500} = (P/A, 10\%, n) \quad n = 11 \text{ años}$$

$$\begin{aligned} 7. \text{CAUE}_A &= 17\,000(A/P, 8\%, 5) + 3\,500 - 2\,000(A/F, 8\%, 5) = \$7\,418 \\ \text{CAUE}_B &= 22\,000(A/P, 8\%, 5) + 3\,100 - 5\,000(A/F, 8\%, 5) = \$7\,759 \\ \text{CAUE}_C &= 20\,500(A/P, 8\%, 5) + 2\,750 - 8\,000(A/F, 8\%, 5) = \$7\,374 \end{aligned}$$

Selecciónese *C*.

8. Sistema *A*

$$\text{Costo anual de filtro } 60 \times 12 = \$720$$

$$\text{Limpieza de ductos } 110 \times 12 = \$220$$

$$\text{Ahorro de combustible } 20 \times 12 = \$240$$

$$\text{CAUE}_A = 560(A/P, 15\%, 6) + 720 + 220 - 240 - 100(A/F, 15\%, 6) = \$837$$

Sistema B

Costo anual de filtro $75 \times 6 = \$450$

Limpieza anual $70 \times 4 = \$280$

Ahorro de combustible $15 \times 12 = \$180$

$CAUE_B = 620(A/P, 15\%, 6) + 450 + 280 - 180 - 120(A/F, 15\%, 6) = \700

9. $VPN_1 = -3\,600 + 620(P/A, 12\%, 10) = -97$

$VPN_2 = -4\,050 + 720(P/A, 12\%, 10) = 18$

$VPN_{3;2} = -(5\,000 + 4\,050) + (885 - 720)(P/A, 12\%, 10) = -18$

$VPN_{4;2} = -(5\,500 + 4\,050) + (977 - 720)(P/A, 12\%, 10) = +2$

Constrúyase una planta con inversión de \$5 500 millones.

10. $VPN_1 = -1\,100 + 200(P/A, 10\%, 7) + 220(P/F, 10\%, 7) = -13.4$

$VPN_2 = -1\,800 + 320(P/A, 10\%, 7) + 360(P/F, 10\%, 7) = -9$

$VPN_3 = 2\,500 + 470(P/A, 10\%, 7) + 500(P/F, 10\%, 7) = +45$

$VPN_{4;3} = -(3\,600 - 2\,500) + (670 - 470)(P/A, 10\%, 7) + (720 - 500)(P/F, 10\%, 7) = -13.4$

$VPN_{5;3} = -(4\,800 - 2\,500) + (895 - 470)(P/A, 10\%, 7) + (960 - 500)(P/F, 10\%, 7) = +5$

$VPN_{6;5} = -(5\,300 - 4\,800) + (985 - 895)(P/A, 10\%, 7) + (1\,060 - 960)(P/F, 10\%, 7) = -11$

Constrúyanse 5 niveles.

11. Actual

Costo M. de O. $12 \times 10\,500 = \$126\,000$

Costo de T. E. anual $126\,000 \times 0.12 = 15\,120$ Total anual \$141 120

Computarizado

Costo M. de O. $5 \times 17\,500 = \$87\,500$

Mantenimiento \$15 800

Inversión \$77 000 Total anual = \$103 300

$TIR_{CA} = -(77\,000 - 0) + (141\,120 - 103\,300)(P/A, i, 5) = 0$

TIR = 40%

12.

Núm. de aulas	Ingreso	Inversión
1	$35 \times 512 = 17\,920$	90 000
2	$35 \times 2 \times 512 = 35\,840$	170 000
3	$35 \times 3 \times 512 = 53\,760$	249 600
4	$35 \times 4 \times 512 = 71\,680$	310 000
5	$35 \times 5 \times 512 = 89\,600$	400 000
6	$35 \times 6 \times 512 = 107\,520$	483 000
7	$35 \times 7 \times 512 = 125\,440$	559 600

Núm. de aulas	Ingreso	Inversión
8	$35 \times 8 \times 512 = 143\,360$	605 000
9	$35 \times 9 \times 512 = 161\,280$	697 000
10	$35 \times 10 \times 512 = 179\,200$	771 000
11	$35 \times 11 \times 512 = 197\,120$	855 500
12	$35 \times 12 \times 512 = 215\,040$	925 000

$$VPN_1 = -90\,000 + 17\,920(P/A, 8\%, 6) = \$-7\,156$$

$$VPN_2 = -170\,000 + 35\,840(P/A, 8\%, 6) = \$-4\,312$$

$$VPN_3 = -249\,600 + 53\,760(P/A, 8\%, 6) = \$-467$$

$$VPN_4 = -310\,000 + 71\,680(P/A, 8\%, 6) = +\$21\,377$$

$$VPN_{5:4} = -(400\,000 - 310\,000) + (89\,600 - 71\,680)(P/A, 8\%, 6) = -7\,156$$

$$VPN_{6:4} = -(483\,000 - 310\,000) + (107\,520 - 71\,680)(P/A, 8\%, 6) = -7\,312$$

$$VPN_{7:4} = -(559\,000 - 310\,000) + (125\,440 - 71\,680)(P/A, 8\%, 6) = -468$$

$$VPN_{8:4} = -(605\,000 - 310\,000) + (143\,360 - 71\,680)(P/A, 8\%, 6) = +36\,377$$

$$VPN_{9:8} = -(697\,000 - 605\,000) + (161\,280 - 143\,360)(P/A, 8\%, 6) = -9\,159$$

$$VPN_{10:8} = -(771\,000 - 605\,000) + (179\,200 - 143\,360)(P/A, 8\%, 6) = -312$$

$$VPN_{11:8} = -(855\,500 - 605\,000) + (197\,120 - 143\,360)(P/A, 8\%, 6) = -1\,968$$

$$VPN_{12:8} = -(925\,000 - 605\,000) + (215\,040 - 143\,360)(P/A, 8\%, 6) = 11\,377$$

Constrúyanse 12 aulas.

$$13. CAUE_{\text{Árbol}} = [9\,500 + 6\,050 + 18(2\,200)](A/P, 8\%, 10) + 5\,600 + 2\,200 - 3\,100(A/F, 8\%, 10) = \$15\,803$$

$$CAUE_{\text{Bus}} = [10\,000 + 3\,500 + 14(2\,200)](A/P, 8\%, 10) + 5\,600 + 2\,200 - 1\,000(A/F, 8\%, 10) = \$14\,332$$

$$CAUE_{\text{Star}} = [9\,000 + 5\,700 + 15(2\,200)](A/P, 8\%, 10) + 5\,200 + 1\,900 - 1\,800(A/F, 8\%, 10) = \$14\,803$$

$$CAUE_{\text{Anillo}} = [8\,700 + 3\,600 + 13(2\,200)](A/P, 8\%, 10) + 5\,800 + 1\,700 - 2\,050(A/F, 8\%, 10) = \$13\,453$$

$$CAUE_{\text{Malla}} = [9\,400 + 7\,250 + 17(2\,200)](A/P, 8\%, 10) + 6\,000 + 2\,400 - 2\,800(A/F, 8\%, 10) = \$16\,260$$

Selecciónese topología de anillo, CAUE = 13 453

14. Ordenamiento de inversiones:

País	Inversión	VS	Beneficio
1. R. Dominicana	48	16.80	7.0
2. Venezuela	54.8	19.18	8.4
3. Costa Rica	60	21.00	9.0
4. Argentina	63.5	22.22	9.5
5. Puerto Rico	69	24.15	10.7
6. Brasil	71	24.85	10.9

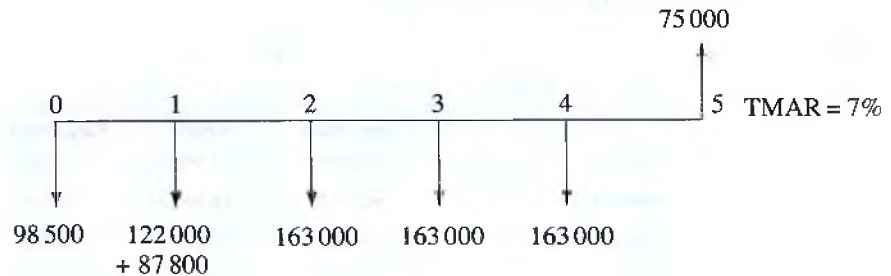
$$\begin{aligned} \text{VPN}_1 &= -48 + 7.0(P/A, 10\%, 9) + 16.8(P/A, 10\%, 9) = -0.56 \\ \text{VPN}_2 &= -54.8 + 8.4(P/A, 10\%, 9) + 19.8(P/A, 10\%, 9) = +1.7 \\ \text{VPN}_{3:2} &= -(60 - 54.8) + (9.0 - 8.4)(P/A, 10\%, 9) + (21.0 - 19.18) \\ &\quad (P/F, 10\%, 9) = -0.97 \\ \text{VPN}_{4:2} &= -(63.5 - 54.8) + (9.5 - 8.4)(P/A, 10\%, 9) + (22.22 - 19.18) \\ &\quad (P/F, 10\%, 9) = -1.07 \\ \text{VPN}_{5:2} &= -(69 - 54.8) + (10.7 - 8.4)(P/A, 10\%, 9) + (24.15 - 19.18) \\ &\quad (P/F, 10\%, 9) = 1.15 \\ \text{VPN}_{6:5} &= -(71 - 69) + (10.9 - 10.7)(P/A, 10\%, 9) + (24.85 - 24.15) \\ &\quad (P/F, 10\%, 9) = -0.55 \end{aligned}$$

Puerto Rico es la elección.

15. $P = 67\,500$; beneficio de compra = $42\,000$; $n = 5$; $VS = 7\,500$
 beneficios anuales = $20\,440$
 $\text{TIR} = (67\,500 - 0) = (42\,000 - 20\,440)(P/A, i, 5) + 7\,500(P/F, i, 5)$

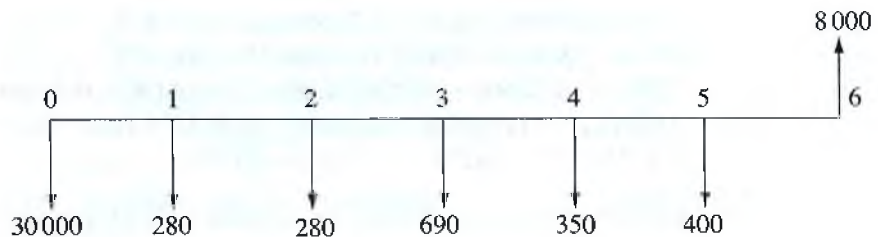
Por prueba y error la TIR incremental es de 20% anual.

16.



$$\begin{aligned} \text{CAUE} &= [98\,500 + 209\,800(P/F, 7\%, 1) + 163(P/A, 7\%, 3) \\ &\quad (P/F, 7\%, 1) - 75\,000(P/F, 7\%, 5)](A/P, 7\%, 4) = \$189\,177 \end{aligned}$$

17.



$$\begin{aligned} \text{CAUE} &= [30\,000 + 280(P/A, 13\%, 2) + 690(P/F, 13\%, 3) + \\ &\quad 350(P/F, 13\%, 4) + 400(P/F, 13\%, 5)](A/P, 13\%, 6) - \\ &\quad 8\,000(A/F, 13\%, 6) = \$6\,888 \end{aligned}$$

18. Alfa $P = 187\,000$; $A = 22\,000$; $VS = 40\,000$; $n = 6$
 Kappa $P = 180\,000$; $A = 12\,000$; $G = 5\,000$; $VS = 15\,000$; $n = 9$
 $187\,000 + 22\,000(P/A, 8\%, 6) - 40\,000(P/F, 8\%, 6) =$
 $180\,000 + 12\,000(P/A, 8\%, 6) + 5\,000(P/G, 8\%, 6) - VS(P/F, 8\%, 6)$

El VS de Kappa a los seis años debe ser \$39 026

19. VS Ghimel a los 6 años = $6\,000 - (0.1 \times 6\,000) 6 = \$2\,400$
 VS Beth a los 6 años = $9\,000 - (0.1 \times 9\,000) 6 = \$3\,600$
 VS Thaw a los 6 años = $7\,000 - (0.1 \times 7\,000) 6 = \$3\,500$
 $CAUE_{Ghimel} = 6\,000(A/P, 7\%, 6) + 438 - 2\,400(A/F, 7\%, 6) = \$1\,361$
 $CAUE_{Beth} = 9\,000(A/P, 7\%, 6) + 610 - 3\,600(A/F, 7\%, 6) = \$1\,995$
 $CAUE_{Thaw} = 7\,000(A/P, 7\%, 6) + 550 - 3\,500(A/F, 7\%, 6) = \$1\,529$

Selecciónese Ghimel con CAUE = \$1 361

20. $P = 1\,200$; $C = 420$; $n = 3$; $B = 500$; $n = 4, 5, 6$ y 7 ; $VS = 300$; $i = 9\%$
 $CAUE = [1\,200 + 420(P/A, 9\%, 3) - 500(P/A, 9\%, 4)(P/F, 9\%, 3) - 300(P/F,$
 $9\%, 7)](A/P, 9\%, 7) = 168$

21.

	Hammsa	Aditi	Pimander
Inversión	133 000	127 500	138 700
Beneficio	42 412	34 992	47 250
Costo anual	36 300	25 850	36 980
VS	33 250	31 875	34 675
Beneficio neto anual	6 112	9 142	10 270

$$VS_H = 133\,000 - (0.03 \times 133\,000) 25 = \$33\,250$$

$$VS_A = 127\,500 - (0.03 \times 127\,500) 25 = \$31\,875$$

$$VS_P = 138\,700 - (0.03 \times 138\,700) 25 = \$34\,675$$

$$VPN_A = -127\,500 + 9\,142(P/A, 5\%, 25) + 31\,875(P/F, 5\%, 25) = 10\,760$$

$$VPN_{H:A} = -(133\,000 - 127\,500) + (6\,112 - 9\,142)(P/A, 5\%, 25) +$$

$$(33\,250 - 31\,875)(P/F, 5\%, 25) = -47\,799$$

En los beneficios se observa que no tiene un VPN positivo.

$$VPN_{P:A} = -(138\,700 - 127\,500) + (10\,270 - 9\,142)(P/A, 5\%, 25) + (34\,675 -$$

$$31\,875)(P/F, 5\%, 25) = 5\,525$$

La selección deberá ser Pimander.

22. Ganancia actual \$112 000; VS actual máquina usada = 0

Costo equipo nuevo = 516 700; Ganancia esperada = 220 000; VS = 51 670; $n = 8$;

TMAR = 13%

$516\,700 = (220\,000 - 112\,000)(P/A, i\%, 8) + 51\,670(P/F, i\%, 8)$

Por prueba y error se encuentra que TIR = 14.1%

23. a) Ordenamiento de las alternativas: $n = 7$; TMAR = 15%

	Inversión	Beneficio	VS	VPN
1) 4 taxis	75 000	18 000	10 500	
2) 3 microbuses	147 000	33 800	20 580	
3) 2 camiones	460 000	96 000	64 400	
4) 6 suburbanos	837 600	222 000	117 264	
5) 4 Thorton	1 058 000	280 000	148 120	
6) 3 tráiler	1 400 000	352 000	196 000	

TIR de 1) $75\,000 = 18\,000(P/A, i, 7) + 10\,500(P/F, i, 7)$ $i = 16.6\%$ aceptar

$TIR_{2:1} 147\,000 - 75\,000 = (33\,800 - 18\,000)(P/A, i, 7) +$

$(20\,580 - 10\,500)(P/F, i, 7)$ rechazar incremento por $TIR_{2:1} = 13.9\%$

$TIR_{3:1} 460\,000 - 75\,000 = (96\,000 - 18\,000)(P/A, i, 7) +$

$(64\,400 - 10\,500)(P/F, i, 7)$ $TIR_{3:1} = 11.64\%$ rechazar incremento

$TIR_{4:1} 837\,600 - 75\,000 = (222\,000 - 18\,000)(P/A, i, 7) +$

$(117\,264 - 10\,500)(P/F, i, 7)$ $TIR_{4:1} = 20.1\%$ debe aceptarse el incremento

$TIR_{5:4} 1\,058\,000 - 837\,600 = (280\,000 - 222\,000)(P/A, i, 7) +$

$(148\,120 - 117\,264)(P/F, i, 7)$ $TIR_{5:4} = 19.56\%$ acéptese el incremento

$TIR_{6:5} 1\,400\,000 - 1\,058\,000 = (352\,000 - 280\,000)(P/A, i, 7) +$

$(196\,000 - 148\,120)(P/F, i, 7)$ $TIR_{6:5} = 12.71\%$ recházese el incremento

b) $VPN_1 = -75\,000 + 18\,000(P/A, 15\%, 7) + 10\,500(P/F, 15\%, 7) = \$3\,827$

$VPN_2 = -147\,000 + 33\,800(P/A, 15\%, 7) + 20\,580(P/F, 15\%, 7) = \$1\,344$

$VPN_3 = -460\,000 + 96\,000(P/A, 15\%, 7) + 64\,400(P/F, 15\%, 7) = \$36\,432$

$VPN_4 = -837\,600 + 222\,000(P/A, 15\%, 7) + 117\,264(P/F, 15\%, 7) =$
 $\$+129\,345$

$VPN_5 = -1\,058\,000 + 280\,000(P/A, 15\%, 7) + 148\,120(P/F, 15\%, 7) =$
 $\$+162\,601$

$VPN_6 = -1\,400\,000 + 352\,000(P/A, 15\%, 7) + 196\,000(P/F, 15\%, 7) =$
 $\$+138\,151$

Deberá comprar 4 taxis, 3 microbuses y 4 Thorton.

24.

Licenciatura	Inversión (en millones)	Beneficio anual (en millones)	VS (en millones)
Administración	3.0	5.72	0.6
Medicina	72.0	3.64	14.4
Turismo	1.0	3.57	0.2
Ing. química	42	2.97	8.4
Ing. industrial	68.0	2.9	13.5
Contaduría	2.9	7.67	0.58

VS del terreno y construcción = \$60

Analícese las licenciaturas de menor inversión y mayor ingreso en primer lugar, hasta hacer positivo el VPN:

Administración:

$$\text{VPN} = -(3.0 + 150) + 5.72(P/A, 6\%, 15) + 60.6(P/F, 6\%, 15) = \$-72.2$$

Administración y turismo:

$$\text{VPN} = -(3.0 + 1.0 + 150) + (5.72 + 3.57)(P/A, 6\%, 15) + 60.8(P/F, 6\%, 15) = \$-38.44$$

Administración, turismo y contaduría:

$$\text{VPN} = -(3.0 + 1.0 + 2.9 + 150) + (5.72 + 3.57 + 7.67)(P/A, 6\%, 15) + 61.38(P/F, 6\%, 15) = +\$33.38$$

Administración y contaduría:

$$\text{VPN} = -(3.0 + 2.9 + 150) + (5.72 + 7.67)(P/A, 6\%, 15) + 61.18(P/F, 6\%, 15) = \$-0.3259$$

Debe impartir al menos administración, turismo y contaduría. Después se hará un análisis incremental para determinar qué otras carreras debe impartir.

Administración, turismo y contaduría e ingeniería química.

$$\text{VPN} = -(197.9) + 19.33(P/A, 6\%, 15) + 69.78(P/F, 6\%, 15) = \$29.11$$

Se acepta incluir ingeniería química.

Analizar la inclusión de ingeniería industrial:

$$\text{VPN} = -265.9 + 22.83(P/A, 6\%, 15) + 83.38(P/F, 6\%, 15) = \$-9.38$$

No conviene impartir ingeniería industrial.

Analizar la inclusión de medicina:

$$\text{VPN} = -269.9 + 23.57(P/A, 6\%, 15) + 84.18(P/F, 6\%, 15) = \$-5.86$$

No es conveniente impartir ni medicina ni ingeniería industrial.

25. Costo actual de operación \$125 000/año

Costo operación nuevo $C_1 = 120\,000$; $C_2 = 100\,000$; $C_3 = 80\,000$; $C_{4,8} = 70\,000$;
 VS = 25 000

Año	Costo anual	Costo nuevo	Beneficio
1	125 000	120 000	+5 000
2	125 000	100 000	+25 000
3	125 000	80 000	+45 000
4	125 000	70 000	+55 000
5	125 000	70 000	+55 000
6	125 000	70 000	+55 000
7	125 000	70 000	+55 000
8	125 000	70 000	+55 000

$$VPN = 0 = 238\,138 + 5\,000(P/F, i, 1) + 25\,000(P/F, i, 2) + 45\,000(P/F, i, 3) + 55(P/A, i, 5)(P/F, i, 3) + 25\,000(P/F, i, 8)$$

Por tanteos se encuentra que la tasa de rendimiento es 9%

26. Ordenamiento.

Alternativa	Inversión	Beneficio (año 1-10)	VS
1	210	31	31.5
2	235	36	35.25
3	280	38	42.0
4	300	45	45.0
5	315	47	47.25

$$TMAR = 8\%; n = 10$$

$$VPN_1 = -210 + 31(P/A, 8\%, 10) + 31.5(P/F, 8\%, 10) = 12.6$$

$$VPN_{2:1} = -(235 - 210) + (36 - 31)(P/A, 8\%, 10) + (35.25 - 31.5)(P/F, 8\%, 10) = 10.28$$

$$VPN_{3:2} = -(280 - 235) + (38 - 36)(P/A, 8\%, 10) + (42 - 35.25)(P/F, 8\%, 10) = -28.45$$

$$VPN_{4:2} = -(300 - 235) + (45 - 36)(P/A, 8\%, 10) + (45 - 35.25)(P/F, 8\%, 10) = -0.09$$

$$VPN_{5:2} = -(315 - 235) + (47 - 36)(P/A, 8\%, 10) + (47 - 35.25)(P/F, 8\%, 10) = -0.74$$

Selecciónese la alternativa 1.

$$27. CAUE_A = [630\,000 + 35\,000(P/A, 10\%, 6) + 15\,000(P/F, 10\%, 6)] \\ (A/P, 10\%, 6) - 126\,000(A/F, 10\%, 6) = \$196\,666 \\ CAUE_A = [600\,000 + 100\,000(P/A, 10\%, 6) - 12\,000(P/G, 10\%, 6)] \\ (A/P, 10\%, 6) - 120\,000(A/F, 10\%, 6) = \$195\,517$$

Selecciónese *B*.

$$28. VS_A = 360 - 360 \left(\frac{36\,000}{60\,000} \right) = \$144$$

$$VS_B = 320 - 320 \left(\frac{36\,000}{42\,000} \right) = \$45.7$$

$$VS_C = 405 - 405 \left(\frac{36\,000}{72\,000} \right) = \$202.5$$

$$CAUE_A = 360(A/P, 10\%, 6) + 57 - 144(A/F, 10\%, 6) = \$121$$

$$CAUE_B = 320(A/P, 10\%, 6) + 50 - 45.7(A/F, 10\%, 6) = \$117.5$$

$$CAUE_C = 405(A/P, 10\%, 6) + 51 - 202.5(A/F, 10\%, 6) = \$117.7$$

Selecciónese *B*, con CAUE = \$117.5

$$29. \text{Compra a un costo de } \$70\,000; n = 6; VS = 4\,500; \text{costo anual} = 7\,200 \\ \text{Renta adelantada; costo anual} = 3\,800; \text{TMAR} = 12\%$$

$x = \text{renta}$

$$x + (3\,800 + x)(P/A, 12\%, 5) + 3\,800(P/F, 12\%, 6) = 70\,000 + 7\,200(P/A, 12\%, 6) + 4\,500(P/F, 12\%, 6)$$

$$x + 3.605x + 13\,699 + 1\,925 = 101\,878.9$$

$$x = 17\,742$$

$$30. a) \text{Costo} = 30 \times 7 = \$2\,100$$

$$CAUE_A = 2\,100(A/P, 5\%, 20) = \$168.42$$

$$CAUE_B = (135 \times 7)(A/P, 5\%, 20) + (185 \times 7)(P/F, 5\%, 10) \\ (A/P, 5\%, 20) = \$139.54$$

$$31. VPN_C = -978 + 400(P/A, 8\%, 10) + 100(P/F, 8\%, 10) = 1\,752.3 \text{ aceptar}$$

$$VPN_{B:C} = -(1\,180 - 978) + (432 - 400)(P/A, 8\%, 10) + (180 - 100)(P/F, 8\%, 10) = 49.77 \text{ aceptar}$$

$$VPN_{D-B} = -(1\,390 - 1\,180) + (430 - 432)(P/A, 8\%, 10) + (150 - 180)(P/F, 8\%, 10) = -237 \text{ rechazar}$$

$$VPN_{A-B} = -(1\,600 - 1\,180) + (490 - 432)(P/A, 8\%, 10) + (210 - 180)(P/F, 8\%, 10) = -16.9 \text{ rechazar}$$

Seleccionar *B*.

32.

$$\text{CAUE}_A = \left[2300 + \frac{600}{(1.1)^1} + \frac{650}{(1.1)^2} + \frac{700}{(1.1)^3} + \frac{750}{(1.1)^4} + \frac{800}{(1.1)^5} + \frac{850}{(1.1)^6} \right] (A/P, 10\%, 6) -$$

$$900(A/F, 10\%, 6) = \text{CAUE}_A = 1122.61$$

$$\text{CAUE}_B = \left[2500 + \frac{870}{(1.1)^1} + \frac{840}{(1.1)^2} + \frac{810}{(1.1)^3} + \frac{780}{(1.1)^4} + \frac{750}{(1.1)^5} + \frac{720}{(1.1)^6} \right] (A/P, 10\%, 6) -$$

$$680(A/F, 10\%, 6) = \text{CAUE}_B = 1289.17$$

$$\text{CAUE}_C = \left[2410 + \frac{400}{(1.1)^1} + \frac{470}{(1.1)^2} + \frac{540}{(1.1)^3} + \frac{610}{(1.1)^4} + \frac{680}{(1.1)^5} + \frac{750}{(1.1)^6} \right] (A/P, 10\%, 6) -$$

$$900(A/F, 10\%, 6) = \text{CAUE}_C = 992$$

Seleccionar C.

$$33. \text{VPN}_C = -100 + 20.1(P/A, 9\%, 6) + 10(P/F, 9\%, 6) = -3.86 \text{ rechazar}$$

$$\text{VPN}_B = -150 + 33(P/A, 9\%, 6) + 15(P/F, 9\%, 6) = 6.91 \text{ aceptar}$$

$$\text{VPN}_{D-B} = -(200 - 150) + (43.49 - 33)(P/A, 9\%, 6) + (20 - 15)(P/F, 9\%, 6) = 0.038 \text{ aceptar}$$

$$\text{VPN}_{A-D} = -(250 - 200) + (50.28 - 43.49)(P/A, 9\%, 6) + (25 - 20)(P/F, 9\%, 6) = -16.55 \text{ rechazar}$$

$$\text{VPN}_{E-D} = -(300 - 200) + (61.5 - 43.49)(P/A, 9\%, 6) + (30 - 20)(P/F, 9\%, 6) = -13.24 \text{ rechazar}$$

Aceptar D.

$$34. \text{TMAR mixta:} \quad \begin{array}{l} \text{Banco 1} \quad 0.2 \times 0.5 = 0.1000 \\ \text{Banco 2} \quad 0.28 \times 0.22 = 0.0616 \\ \text{Empresa} \quad 0.24 \times 0.28 = 0.0672 \\ \hline 0.2288 \end{array}$$

$$\text{CAUE}_{\text{alemana}} = 40 + 960(A/P, 22.88\%, 10) - 100(A/F, 22.88\%, 10) = 288.37$$

$$\text{CAUE}_{\text{italiana}} = 70 + 600(A/P, 22.88\%, 10) - 50(A/F, 22.88\%, 10) = 225.65$$

$$\text{CAUE}_{\text{japonesa}} = 35 + 1050(A/P, 22.88\%, 10) - 140(A/F, 22.88\%, 10) = 305.63$$

$$\text{CAUE}_{\text{americana}} = 50 + 830(A/P, 22.88\%, 10) - 60(A/F, 22.88\%, 10) = 265.63$$

Seleccionar la máquina italiana porque tiene menor costo.

$$35. \text{VPN}_B = -50000 + 21899(P/A, 12\%, 3) + 5000(P/F, 12\%, 3) = 6156.6 \text{ aceptar}$$

$$\text{Comparar } D - B: \text{ Inversión} = -(60000 - 50000) = -10000$$

$$\text{Beneficios: } D_1 - B_1 = 30000 - 21899 = 8101$$

$$D_2 - B_2 = 29000 - 21899 = 7101$$

$$D_3 - B_3 = 18228 - 21899 = -3671$$

$$\text{VPN}_{D-B} = -10000 + 8101(P/F, 12\%, 1) + 7101(P/F, 12\%, 2) + (-3671 + 1000)(P/F, 12\%, 3) = 992.74 \text{ aceptar}$$

Comparar $C - D$: Inversión = $-(75\,000 - 60\,000) = -15\,000$

Beneficios: $C_1 - D_1 = 38\,848.5 - 30\,000 = 8\,848.5$

$C_2 - D_2 = 38\,848.5 - 29\,000 = 9\,848.5$

$C_3 - D_3 = 38\,848.5 - 18\,228 = 20\,620.5$

VS = $7\,500 - 6\,000 = 1\,500$

$$VPN_{C-D} = -15\,000 + \frac{8\,848.5}{(1.12)^1} + \frac{9\,848.5}{(1.12)^2} + \frac{20\,620.5 + 1\,500}{(1.12)^3} = 17\,488 \text{ aceptar } C$$

Comparar $A - C$: Inversión = $-(95\,000 - 75\,000) = -20\,000$

Beneficios: $A_1 - C_1 = 50\,000 - 38\,848.5 = 11\,151.5$

$A_2 - C_2 = 45\,000 - 38\,848.5 = 6\,151.5$

$A_3 - C_3 = 26\,609 - 38\,848.5 = -12\,239.5$

VS = $9\,500 - 7\,500 = 2\,000$

$$VPN_{A-C} = -20\,000 + \frac{11\,151.5}{(1.12)^1} + \frac{6\,151.5}{(1.12)^2} + \frac{2\,000 - 12\,239.5}{(1.12)^3} = -12\,427.3 \text{ rechazar } A$$

Resultado: Seleccionar C .

$$36. CAUE_{\text{propio}} = 3\,000(A/P, 10\%, 3) - 900(A/F, 10\%, 3) + 160 + 150 + 50(A/G, 10\%, 3) = 1\,291.2$$

$$CAUE_{\text{renta}} = 3\,000 \times 0.2 + 365 \times 2.5 = 1\,512.5$$

Mantener vehículo propio.

37. Método 1: (cifras en miles)

$$CAUE_U = \left[15 + \frac{25}{(1.1)^1} + \frac{30}{(1.1)^2} + \frac{35}{(1.1)^3} + \frac{40}{(1.1)^4} + \frac{45}{(1.1)^5} + \frac{50}{(1.1)^6} + \frac{55}{(1.1)^7} \right]$$

$$(A/P, 10\%, 7) = 41.18915761$$

$$CAUE_N = \left[60 + 30 \left[\frac{(1.1)^7 - 1}{0.1(1.1)^7} \right] - \frac{15}{(1.1)^7} \right] (A/P, 10\%, 7) = 40.74324747$$

$$CAUE_N - CAUE_U = 40.74324747 - 41.18915761 =$$

-0.44591014 (en miles)

$$CAUE_N - CAUE_U = -445.91 \text{ aceptar reemplazo}$$

Método 2: (Cifras en miles)

$$CAUE_U = \left[\frac{25}{(1.1)^1} + \frac{30}{(1.1)^2} + \frac{35}{(1.1)^3} + \frac{40}{(1.1)^4} + \frac{45}{(1.1)^5} + \frac{50}{(1.1)^6} + \frac{55 - 0}{(1.1)^7} \right]$$

$$(A/P, 10\%, 7) = 38.10807$$

$$CAUE_N = \left[(60 - 15) + 30 \left[\frac{(1.1)^7 - 1}{0.1(1.1)^7} \right] - \frac{15}{(1.1)^7} \right] (A/P, 10\%, 7) = 37.66216498$$

$$CAUE_N - CAUE_U = 37.66216498 - 38.10807512 = -0.44591014 \text{ (en miles)}$$

$$CAUE_N - CAUE_U = -445.91 \text{ aceptar reemplazo}$$

Método 3: (cifras en miles)

$$\Delta\text{VPN} = -(60 - 15) - \frac{30 - 25}{(1.1)^1} - \frac{30 - 30}{(1.1)^2} - \frac{30 - 35}{(1.1)^3} - \frac{30 - 40}{(1.1)^4} - \frac{30 - 45}{(1.1)^5} - \frac{30 - 50}{(1.1)^6} - \frac{30 - 55}{(1.1)^7} - \frac{15 - 0}{(1.1)^7} = 2.17087719 \text{ (en miles)}$$

Al anualizar el resultado para hacerlo comparable:

$$A = 2.17087719(A/P, 10\%, 7) = 0.44591011 \text{ (en miles)}$$

$A = 445.91$ aceptar reemplazo

38. $\text{VPN}_C = -540 + 110(P/A, 8\%, 6) + 54(P/F, 8\%, 6) = 2.54$ aceptar C

$$\text{VPN}_{A-C} = -(610 - 540) + (153 - 110)(P/A, 8\%, 6) + (61 - 54)$$

$$(P/F, 8\%, 6) = 133.19 \text{ aceptar } A$$

$$\text{VPN}_{B-A} = -(700 - 610) + (155 - 153)(P/A, 8\%, 6) + (70 - 61)$$

$$(P/F, 8\%, 6) = -75.08 \text{ rechazar } B$$

$$\text{VPN}_{F-A} = -(775 - 610) + (180 - 153)(P/A, 8\%, 6) + (75 - 61)$$

$$(P/F, 8\%, 6) = -31.35 \text{ rechazar } F$$

$$\text{VPN}_{D-A} = -(800 - 610) + (170 - 153)(P/A, 8\%, 6) + (80 - 61)$$

$$(P/F, 8\%, 6) = -99.43 \text{ rechazar } D$$

$$\text{VPN}_{E-A} = -(920 - 610) + (184 - 153)(P/A, 8\%, 6) + (92 - 61)$$

$$(P/F, 8\%, 6) = -147.15 \text{ rechazar } E$$

Aceptar A .

39. $\text{VPN}_C = -80 + 14.5(P/A, 12\%, 10) + 14.21(P/F, 12\%, 10) = 6.5$ aceptar C

$$\text{VPN}_{A-C} = -(100 - 80) + (18.31 - 14.5)(P/A, 12\%, 10) + (9.47 - 14.21)$$

$$(P/F, 12\%, 10) = 0 \text{ aceptar } A$$

$$\text{VPN}_{B-A} = -(150 - 100) + (20.1 - 18.31)(P/A, 12\%, 10) + (8.5 - 9.47)$$

$$(P/F, 12\%, 10) = -40.19 \text{ rechazar } B$$

$$\text{VPN}_{F-A} = -(180 - 100) + (25 - 18.31)(P/A, 12\%, 10) + (10 - 9.47)$$

$$(P/F, 12\%, 10) = -42.03 \text{ rechazar } F$$

$$\text{VPN}_{E-A} = -(220 - 100) + (33.6 - 18.31)(P/A, 12\%, 10) + (78.58 - 9.47)$$

$$(P/F, 12\%, 10) = -11.36 \text{ rechazar } E$$

$$\text{VPN}_{D-A} = -(250 - 100) + (38.5 - 18.31)(P/A, 12\%, 10) + (80.5 - 9.47)$$

$$(P/F, 12\%, 10) = -13.05 \text{ rechazar } D$$

Aceptar A .

40. $\text{VPN}_C = -980 + 397(P/A, 11\%, 10) + 100(P/F, 11\%, 10) = 1393.24$ aceptar C

$$\text{VPN}_{B-C} = -(1200 - 980) + (425 - 397)(P/A, 11\%, 10) + (180 - 100)$$

$$(P/F, 11\%, 10) = -26.92 \text{ rechazar } B$$

$$\text{VPN}_{D-C} = -(1400 - 980) + (425 - 397)(P/A, 11\%, 10) + (150 - 100)$$

$$(P/F, 11\%, 10) = -237.49 \text{ rechazar } D$$

$$\text{VPN}_{A-C} = -(1590 - 980) + (500 - 397)(P/A, 11\%, 10) + (210 - 100)$$

$$(P/F, 11\%, 10) = 35.33 \text{ aceptar } A$$

$$VPN_{E-A} = -(1936.19 - 1590) + (543 - 500)(P/A, 11\%, 10) + (290 - 210)(P/F, 11\%, 10) = -64.77 \text{ rechazar } E$$

Aceptar *A*.

41. Método 1:

$$CAUE_A = \left[325 + 28(P/A, 15\%, 2) + \frac{35}{(1.15)^3} + \frac{42}{(1.15)^4} + 49(P/A, 15\%, 4)(P/F, 15\%, 4) \right]$$

$$(A/P, 15\%, 8) - 75(A/F, 15\%, 8) =$$

$$CAUE_A = 106.41$$

$$CAUE_B = \left[400 + 20(P/A, 15\%, 4) + \frac{25}{(1.15)^5} + \frac{35}{(1.15)^6} + \frac{45}{(1.15)^7} + \frac{55}{(1.15)^8} \right]$$

$$(A/P, 15\%, 8) - 179.34(A/F, 15\%, 8) =$$

$$CAUE_B = 102.717. \text{ Seleccionar } B$$

$$CAUE_B - CAUE_A = 102.717 - 105.41 = -2.7$$

Método 2:

$$CAUE_A = \left[28(P/A, 15\%, 2) + \frac{35}{(1.15)^3} + \frac{42}{(1.15)^4} + 49(P/A, 15\%, 4)(P/F, 15\%, 4) \right]$$

$$(A/P, 15\%, 8) - 75(A/F, 15\%, 8) =$$

$$CAUE_A = 32.992158$$

$$CAUE_B = \left[(400 - 325) + 20(P/A, 15\%, 4) + \frac{25}{(1.15)^5} + \frac{35}{(1.15)^6} + \frac{45}{(1.15)^7} + \frac{55}{(1.15)^8} \right]$$

$$(A/P, 15\%, 8) - 179.34(A/F, 15\%, 8) =$$

$$CAUE_B = 30.292158. \text{ Seleccionar } B$$

$$CAUE_B - CAUE_A = -2.7$$

Método 3:

$$\Delta VPN_{B-A} = -(400 - 325) - \frac{20 - 28}{(1.15)^1} - \frac{20 - 28}{(1.15)^2} - \frac{20 - 35}{(1.15)^3} - \frac{20 - 42}{(1.15)^4} - \frac{25 - 49}{(1.15)^5} -$$

$$\frac{35 - 49}{(1.15)^6} - \frac{45 - 49}{(1.15)^7} - \frac{55 - 49}{(1.15)^8} + \frac{(179.36 - 75)}{(1.15)^8} = 12.1157$$

$$A = 12.1157(A/P, 15\%, 8) = 2.7. \text{ Seleccionar } B$$

42. $VPN_A = -1\,000\,000 + 407\,180(P/A, 14\%, 15) + 100\,000(P/F, 14\%, 15) = 1\,514\,964$
 aceptar *A*

$$VPN_{E-A} = -(1\,120\,000 - 1\,000\,000) + (444\,794 - 407\,180)(P/A, 14\%, 15) + (112\,000 - 100\,000)(P/F, 14\%, 15) = 112\,711 \text{ aceptar } E$$

$$VPN_{C-E} = -(1\,260\,000 - 1\,120\,000) + (482\,377 - 444\,794)(P/A, 14\%, 15) + (126\,000 - 112\,000)(P/F, 14\%, 15) = 92\,800 \text{ aceptar } C$$

$$\text{VPN}_{F-C} = -(1\,420\,000 - 1\,260\,000) + (518\,419 - 482\,377)(P/A, 14\%, 15) + (142\,000 - 126\,000)(P/F, 14\%, 15) = 63\,616 \text{ aceptar } F$$

$$\text{VPN}_{D-F} = -(1\,620\,000 - 1\,420\,000) + (547\,771 - 518\,419)(P/A, 14\%, 15) + (162\,000 - 142\,000)(P/F, 14\%, 15) = -16\,909 \text{ rechazar } D$$

$$\text{VPN}_{B-D} = -(1\,900\,000 - 1\,420\,000) + (562\,476 - 518\,419)(P/A, 14\%, 15) + (190\,000 - 142\,000)(P/F, 14\%, 15) = -203\,275 \text{ rechazar } B. \text{ Seleccionar } F$$

43. a) $\text{CAUE}_{\text{americana}} = 8\,000 + 300\,000(A/P, 6\%, 10) - 30\,000(A/F, 6\%, 10) = 46\,493$
 $\text{CAUE}_{\text{italiana}} = 10\,000 + 236\,000(A/P, 6\%, 10) - 28\,000(A/F, 6\%, 10) = 39\,947.2$
 $\text{CAUE}_{\text{japonesa}} = 11\,000 + 205\,000(A/P, 6\%, 10) - 26\,600(A/F, 6\%, 10) = 36\,840.56$
 Seleccionar japonesa.

b) $\text{VPN} = -(205\,000 - 28\,000) - (11\,000 - 27\,000)(P/A, 6\%, 10) + 26\,600(P/F, 6\%, 10) = -44\,385$

Como $\text{VPN} < 0$ no es conveniente el reemplazo.

44. $\text{VP}_{\text{compra}} = 240\,363.47 + 2\,000(P/A, 12\%, 10) - 100\,000(P/F, 12\%, 10)$

$$\text{VP}_{\text{renta}} = 24\,000(P/A, 12\%, 10) + \frac{G}{0.12} \left[\frac{(1.12)^{10} - 1}{0.12} - 10 \right] \left[\frac{1}{(1.12)^{10}} \right]$$

Como $\text{VP}_{\text{compra}} - \text{VP}_{\text{renta}}$, se igualan y se encuentra que $G = 4\,140$

45. Método 1:

$$\text{CAUE}_N = [44\,000 + 7\,210(P/A, 15\%, 8) + 2\,500(P/F, 15\%, 3) + 2\,500(P/F, 15\%, 6) - 4\,000(P/F, 15\%, 8)](A/P, 15\%, 8)$$

$$\text{CAUE}_N = 17\,331.12$$

$$\text{CAUE}_U = [22\,000 + 9\,350(P/A, 15\%, 8) + 1\,900(P/F, 15\%, 2) + 1\,900(P/F, 15\%, 4) + 1\,900(P/F, 15\%, 6) + 1\,900(P/F, 15\%, 8) - 3\,000(P/F, 15\%, 8)](A/P, 15\%, 8) =$$

$$14\,917.75 \text{ conservar equipo actual.}$$

$$\text{CAUE}_N - \text{CAUE}_U = 2\,413.37$$

Método 2:

$$\text{CAUE}_N = \left[7\,210(P/A, 15\%, 8) + \frac{2\,500}{(1.15)^3} + \frac{2\,500}{(1.15)^6} + \frac{4\,000}{(1.15)^8} \right] (A/P, 15\%, 8) = 12\,428.418$$

$$\text{CAUE}_U = \left[(44\,000 - 22\,000) + 9\,350(P/A, 15\%, 8) + \frac{1\,900}{(1.15)^2} + \frac{1\,900}{(1.15)^4} + \frac{1\,900}{(1.15)^6} + \frac{1\,900}{(1.15)^8} - \frac{3\,000}{(1.15)^8} \right] (A/P, 15\%, 8) = 10\,015.048$$

$$\text{CAUE}_N - \text{CAUE}_U = 2\,413.37 \text{ conservar equipo actual.}$$

Método 3:

$$\Delta VPN = -22\,000 + \frac{2\,140}{(1.15)^1} + \frac{4\,040}{(1.15)^2} - \frac{360}{(1.15)^3} + \frac{4\,040}{(1.15)^4} + \frac{2\,140}{(1.15)^5} + \frac{1\,540}{(1.15)^6} + \frac{2\,140}{(1.15)^7} + \frac{5\,040}{(1.15)^8} = -10\,829.3 \text{ rechazar nueva inversión}$$

$$A = -10\,829.3(A/P, 15\%, 8) = -2\,413.31$$

46. Método 1: (datos en miles)

$$CAUE_N = \left[300 + \frac{4}{(1.15)^1} + \frac{5}{(1.15)^2} + \frac{6}{(1.15)^3} + \frac{7}{(1.15)^4} + \frac{8}{(1.15)^5} - \frac{150}{(1.15)^5} \right]$$

$$(A/P, 15\%, 5) = 72.97014692$$

$$CAUE_U = \left[50 + \frac{30}{(1.15)^1} + \frac{35}{(1.15)^2} + \frac{40}{(1.15)^3} + \frac{45}{(1.15)^4} + \frac{50}{(1.15)^5} - \frac{0}{(1.15)^5} \right]$$

$$(A/P, 15\%, 5) = 53.52985311$$

$$CAUE_N - CAUE_U = 19.44029381 \text{ no reemplazar}$$

Método 2: (datos en miles)

$$CAUE_N = \left[(300 - 50) + \frac{4}{(1.15)^1} + \frac{5}{(1.15)^2} + \frac{6}{(1.15)^3} + \frac{7}{(1.15)^4} + \frac{8}{(1.15)^5} - \frac{150}{(1.15)^5} \right]$$

$$(A/P, 15\%, 5) = 58.0543693$$

$$CAUE_U = \left[\frac{30}{(1.15)^1} + \frac{35}{(1.15)^2} + \frac{40}{(1.15)^3} + \frac{45}{(1.15)^4} + \frac{50}{(1.15)^5} \right] (A/P, 15\%, 5) =$$

$$38.61407549$$

$$CAUE_N - CAUE_U = 19.44029381 \text{ no reemplazar}$$

Método 3: (datos en miles)

$$\Delta VPN_{N-U} = -(300 - 50) - \frac{4 - 30}{(1.15)^1} - \frac{5 - 35}{(1.15)^2} - \frac{6 - 40}{(1.15)^3} - \frac{7 - 45}{(1.15)^4} - \frac{8 - 50}{(1.15)^5} + \frac{150 - 0}{(1.15)^5} =$$

$$-65.16688592$$

$$A = -65.16688592 (A/P, 15\%, 5) = -19.44029558 \text{ no reemplazar}$$

47. Datos en miles:

$$VPN_B = -13 + 2(P/A, 14\%, 4) + 3.2(P/A, 14\%, 4)(P/F, 14\%, 4) + 1.95$$

$$(P/F, 14\%, 8) = -0.96 \text{ rechazar } B$$

$$VPN_A = -15 + 2.8(P/A, 14\%, 4) + 3.6(P/A, 14\%, 4)(P/F, 14\%, 4) + 2.25$$

$$(P/F, 14\%, 8) = 0.1576 \text{ aceptar } A$$

$$VPN_{C-A} = -(20 - 15) + 0.2(P/A, 14\%, 4) - 0.6(P/A, 14\%, 4)(P/F, 14\%, 4) +$$

$$0.75 (P/F, 14\%, 8) = -5.18 \text{ rechazar } C$$

$$VPN_{E-A} = -(22 - 15) + 0.7(P/A, 14\%, 4) - 0.4(P/A, 14\%, 4)(P/F, 14\%, 4) + 1.05(P/F, 14\%, 8) = -3.9 \text{ rechazar } E$$

$$VPN_{D-A} = -(25 - 15) + 2.1(P/A, 14\%, 4) - 1.4(P/A, 14\%, 4)(P/F, 14\%, 4) + 1.5(P/F, 14\%, 8) = -0.94 \text{ rechazar } D$$

Seleccionar *A*.

48. Método 1:

$$CAUE_U = 85\,000(A/P, 12\%, 5) + 137\,000 - 23\,000(A/F, 12\%, 5) = 156\,959.41$$

$$CAUE_N = 195\,000(A/P, 12\%, 5) + 110\,000 - 55\,000(A/F, 12\%, 5) = 155\,437.48$$

$$CAUE_N - CAUE_U = -1\,522.04 \text{ aceptar reemplazo}$$

Método 2:

$$CAUE_U = 137\,000 - 23\,000(A/F, 12\%, 5) = 133\,379.58$$

$$CAUE_N = (195\,000 - 85\,000)(A/P, 12\%, 5) + 110\,000 - 55\,000(A/F, 12\%, 5) = 131\,857.54$$

$$CAUE_N - CAUE_U = -1\,522.04 \text{ aceptar reemplazo}$$

Método 3:

$$VPN_{N-U} = -(195\,000 - 85\,000) - (110\,000 - 137\,000)(A/P, 12\%, 5) + (55\,000 - 23\,000)(P/F, 12\%, 5) = 5\,486.6164$$

$$A = 5\,486.6164(A/P, 12\%, 5) = 1\,522.04 \text{ aceptar reemplazo}$$

49. Datos en miles:

Método 1:

$$CAUE_U = \left[29 + \frac{10}{(1.09)^1} + \frac{11.5}{(1.09)^2} + \frac{13}{(1.09)^3} + \frac{14.5}{(1.09)^4} + \frac{16}{(1.09)^5} + \frac{17.5 - 8}{(1.09)^6} \right]$$

$$(A/P, 9\%, 6) = 18\,776.003$$

$$CAUE_N = 58(A/P, 9\%, 6) + 8\,106.29 - 17(A/F, 9\%, 6) = 18\,776.00111$$

$$CAUE_N - CAUE_U = -0.00258 \text{ aceptar reemplazo}$$

Método 2: (Datos en miles)

$$CAUE_U = \left[\frac{10}{(1.09)^1} + \frac{11.5}{(1.09)^2} + \frac{13}{(1.09)^3} + \frac{14.5}{(1.09)^4} + \frac{16}{(1.09)^5} - \frac{17.5 - 18}{(1.09)^6} \right]$$

$$(A/P, 9\%, 6) = 12\,311.32997$$

$$CAUE_N = [(52 - 29)(A/P, 9\%, 6) + 8\,106.29 - 17(A/F, 9\%, 6)] = 12\,311.3274$$

$$CAUE_N - CAUE_U = -0.00257 \text{ aceptar reemplazo}$$

Método 3:

$$\Delta VPN_{N-U} = -(58000 - 29000) - \frac{8106.29 - 10000}{(1.09)^1} - \frac{8106.29 - 11500}{(1.09)^2} - \frac{8106.29 - 13000}{(1.09)^3} - \frac{8106.29 - 14500}{(1.09)^4} - \frac{8106.29 - 16000}{(1.09)^5} - \frac{8106.29 - 17500}{(1.09)^6} + \frac{17000 - 8000}{(1.09)^6} = 0.0119846$$

$$A = 0.00119846 (A/P, 9\%, 6) = 0.00257 \text{ aceptar reemplazo}$$

50. Método 1:

$$CAUE_N = \left[75000 + \frac{10000}{(1.1)^1} + \frac{10000}{(1.1)^2} + \frac{10000}{(1.1)^3} + \frac{20000}{(1.1)^4} + \frac{20000 - 18000}{(1.1)^5} \right]$$

$$(A/P, 10\%, 5) = 30276.2$$

$$CAUE_U = 40000(A/P, 10\%, 5) + 19000 - 5000(A/F, 10\%, 5) = 28732.912$$

$$CAUE_N - CAUE_U = 1543.29 \text{ no reemplazar}$$

Método 2:

$$CAUE_N = \left[(75000 - 40000) + \frac{10000}{(1.1)^1} + \frac{10000}{(1.1)^2} + \frac{10000}{(1.1)^3} + \frac{20000}{(1.1)^4} + \frac{20000}{(1.1)^5} \right]$$

$$(A/P, 10\%, 5) = 19724.30$$

$$CAUE_U = 19000 - 5000(A/F, 10\%, 5) = 18181.01$$

$$CAUE_N - CAUE_U = 1543.29 \text{ no reemplazar}$$

Método 3:

$$\Delta VPN_{N-U} = -(75000 - 40000) + \frac{9000}{(1.1)^1} + \frac{9000}{(1.1)^2} + \frac{9000}{(1.1)^3} - \frac{1000}{(1.1)^4} + \frac{12000}{(1.1)^5} =$$

$$-5850.28966$$

$$A = -5850.28966(A/P, 10\%, 5) = -1543.291 \text{ no reemplazar}$$

$$51. VPN_B = -38000 + 11000(P/A, 18\%, 5) + 38000(0.15)(P/F, 18\%, 5) = -1109.6$$

$$VPN_C = -45000 + 13500(P/A, 18\%, 5) + 45000(0.2)(P/F, 18\%, 5) = 1150.79$$

$$VPN_D = -60000 + 9500(P/A, 18\%, 5) + 60000(0.2)(P/F, 18\%, 5) = -25046.5$$

Se acepta C porque es el único con $VPN > 0$

Análisis de reemplazo:

$$VPN_A = -30000 + 9500(P/A, 18\%, 5) + 30000(0.166)(P/F, 18\%, 5) = 1893.6$$

$$VPN_{C-A} = 1150.79 - 1893.6 = -742.89 \text{ no es conveniente reemplazar.}$$

52. Método 1: (cifras en miles)

$$CAUE_U = \left[65 + \frac{25}{(1.15)^1} + \frac{30}{(1.15)^2} + \frac{35}{(1.15)^3} + \frac{40}{(1.15)^4} + \frac{45}{(1.15)^5} \right] (A/P, 15\%, 5) =$$

53.004585

$$CAUE_N = 180(A/P, 15\%, 5) + 8 - 75(A/F, 15\%, 5) = 50.573134$$

$$CAUE_N - CAUE_U = -2431.45 \text{ reemplazar}$$

Método 2: (cifras en miles)

$$CAUE_U = \left[\frac{25}{(1.15)^1} + \frac{30}{(1.15)^2} + \frac{35}{(1.15)^3} + \frac{40}{(1.15)^4} + \frac{45}{(1.15)^5} \right] (A/P, 15\%, 5) =$$

33.614074

$$CAUE_N = (180 - 65)(A/P, 15\%, 5) + 8 - 75(A/P, 15\%, 5) = 31.182623$$

$$CAUE_N - CAUE_U = -2431.45 \text{ reemplazar}$$

Método 3: (cifras en miles)

$$\Delta VPN_{N-U} = -(180 - 65) - \frac{8 - 25}{(1.15)^1} - \frac{8 - 30}{(1.15)^2} - \frac{8 - 35}{(1.15)^3} - \frac{8 - 40}{(1.15)^4} - \frac{8 - 45}{(1.15)^5} + \frac{75 - 0}{(1.15)^5} =$$

8.150605

$$A = 8.150605(A/P, 15\%, 5) = 2.43145 \text{ (en miles)}$$

$$A = 2431.45 \text{ aceptar reemplazo}$$

Capítulo 5

1. $P = 328\,000$; ingreso anual = $A = 78\,000$; $n = 8$; $TMAR = 15\%$

$$VPN = -328\,000 + 78\,000(P/A, 15\%, 8) = \$22\,011$$

Sí fue conveniente la inversión.

2. $P = 120\,000$; considérese a P como positivo, pues se recibe la máquina.

$$\text{Plan 1 } A = 120\,000 (A/P, 12\%, 6) = \$29\,188$$

Plan 2

Año	Pago	
1	20000 + 14400	= 34400
2	20000 + 12000	= 32000
3	20000 + 9600	= 29600
4	20000 + 7200	= 27200
5	20000 + 4800	= 24800
6	20000 + 2400	= 22400

$$a) \text{VPN}_I = +120\,000 - 29\,188(P/A, 12\%, 6) = 0$$

$$\text{VPN}_{II} = +120\,000 - 34\,400(P/A, 12\%, 6) - [-2\,400(P/G, 12\%, 6)] = 0$$

$$b) \text{VPN}_I = +120\,000 - 29\,187.6(P/A, 15\%, 6) = \$-9\,541$$

$$\text{VPN}_{II} = +120\,000 - 34\,400(P/A, 15\%, 6) - [-2\,400(P/G, 15\%, 6)] = \$8\,864$$

3. Beneficio de la máquina nueva antes de depreciación e impuestos = 33 000; $n = 9$; $P = 166\,500$; $VS = 0$; impuestos = 47%; $\text{TMAR} = 11\%$

$$a) D = \frac{166\,500 - 0}{9} = \$18\,500$$

	Años (1 a 9)
+ Beneficio	33 000
- Depreciación	18 500
= Utilidad antes de impuestos	14 500
- Impuestos 47%	6 815
= Utilidad después de impuestos	7 685
+ Depreciación	18 500
= FNE	26 185

$$\text{VPN} = -166\,500 + 26\,185(P/A, 11\%, 9) = \$-21\,512$$

b)

Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Beneficio	33 000	33 000	33 000	33 000	33 000	33 000	33 000	33 000	33 000
- Depreciación	33 300	29 600	25 900	22 200	18 500	14 800	11 100	7 400	3 700
= UAI	-300	3 400	7 100	10 800	14 500	18 200	21 900	25 600	29 300
- Impuestos 47%	+141	1 598	3 337	5 076	6 815	8 554	10 293	12 032	13 771
= UDI	-159	1 802	3 763	5 724	7 685	9 646	11 607	13 568	15 529
+ Depreciación	33 300	29 600	25 900	22 200	18 500	14 800	11 100	7 400	3 700
= FNE	33 141	31 402	29 663	27 924	26 185	24 446	22 707	20 968	19 229

$$\text{VPN} = -166\,500 + \frac{33\,141}{(1+0.11)^1} + \dots + \frac{19\,229}{(1+0.11)^9} = \$-14\,911$$

4. $P = 77\,000$; $A = 18\,000$ UADI; costos = 3 800 primer año; $G = 400$; $n = 6$; $VS = 5\,000$; depreciación LR; impuestos = 45%; $\text{TMAR} = 5\%$

$$D = \frac{77\,000 - 5\,000}{6} = \$12\,000$$

Años	1	2	3	4	5	6
Beneficio	18000	18000	18000	18000	18000	18000
- Costos	3800	4200	4600	5000	5400	5800
- Depreciación	12000	12000	12000	12000	12000	12000
= UAI	2200	1800	1400	1000	600	200
- Impuestos 45%	990	810	630	450	270	90
= UDI	1210	990	770	550	330	110
+ Depreciación	12000	12000	12000	12000	12000	12000
= FNE	13210	12990	12770	12550	12330	12110

$$VPN = -77000 + \frac{13210}{(1+0.05)^1} + \dots + \frac{12110 - 5000}{(1+0.05)^6} = \$ - 8852$$

5. $A = 12000$; costos = 40000 al año; $P = 220000$; $n = 10$; $VS = 20000$ depreciación SDA; impuestos = 50%; $TMAR = 10\%$; tasa del préstamo = 8% anual; $n = 7$; pagos iguales.

a) Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	A	Pago a principal	Deuda después de pago
1	5600	13444.9	7844.9	62155.1
2	4972	13444.9	8472.2	53682.6
3	4294	13444.9	9150.3	44532.3
4	3562	13444.9	9882.3	34649.98
5	2772	13444.9	10672.9	23977.1
6	1918	13444.9	11526.7	12450.36
7	996	13444.9	12448.87	1.49

$$P = 70000 \quad i = 8\% \quad n = 7$$

$$A = 70000(A/P, 8\%, 7) = \$13444.9 \text{ pago anual}$$

$$\text{Suma de dígitos} = 55; \text{depreciación} = \frac{\text{año}}{55} (220000 - 20000)$$

Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
+ Ingreso	120000	120000	120000	120000	120000	120000	120000	120000	120000	120000
- Costos	40000	40000	40000	40000	40000	40000	40000	40000	40000	40000
- Depreciación	36364	32727	29091	25455	21818	18812	14545	10910	7273	3636
- Interés	5600	4972	4294	3562	2772	1918	996	0	0	0
= UAI	38036	42301	46615	50983	58182	59900	64484	69090	72727	76364
- Impuestos 50%	19018	21150	23307	25491	29091	29950	32244	35545	36363	38182
= UDI	19018	21151	23308	25492	27091	29950	32245	35545	36364	38182
+ Depreciación	36364	32727	29091	25455	21818	18182	14545	10910	7273	3636
- PP	7845	8472	9150	9882	10673	11527	12449	0	0	0
= FNE	47537	45406	43249	41065	38850	36605	34325	45455	43637	41818

$$VPN = -150000 + \frac{47537}{(1+0.01)^1} + \dots + \frac{41818 - 20000}{(1+0.01)^{10}} = \$117224$$

b) Sin financiamiento, elimínese de la tabla anterior el pago de intereses y el pago a principal, con lo que los FNE quedan como:

$$VPN = -220000 + \frac{58182}{(1+0.1)^1} + \frac{56364}{(1+0.1)^2} + \frac{54546}{(1+0.1)^3} + \frac{52728}{(1+0.1)^4} + \frac{50909}{(1+0.1)^5} +$$

$$\frac{49091}{(1+0.1)^6} + \frac{47273}{(1+0.1)^7} + \frac{45455}{(1+0.1)^8} + \frac{43637}{(1+0.1)^9} + \frac{41818 + 20000}{(1+0.1)^{10}} = \$103590$$

6. $P = 84000$ hace siete años; $n = 12$ máquina usada

$$D = \frac{84000 - 0}{12} = \$7000$$

Valor actual en libros = $84000 - 49000 = \$35000$

Valor actual en el mercado = $\$12000$

Máquina nueva:

$P = 332000$; $n = 5$; $VS = 32000$

$$D = \frac{332000 - 32000}{5} = \$60000$$

Inversión inicial = costo máquina nueva - venta máquina usada - ahorro impuestos = $\$310800$

	M_U	M_N	$M_N - M_U$
- Costo	0	+53 000	+53 000
- Depreciación	-7 000	-60 000	-53 000
= UAI	-7 000	-7 000	0
- Impuestos 40%	+2 800	+2 800	0
= UDI	-4 200	-4 200	0
+ Depreciación	+7 000	+60 000	+53 000
= FNE	2 800	55 800	53 000

$$VPN = -310\,800 + 53\,000(P/A, 3\%, 5) + 32\,000(P/F, 3\%, 5) = \$-40\,457$$

$$7. P = 54\,000 \quad VS = 6\,000; N = 4$$

	Año	D
1	4/10(54 000 - 6 000)	= 19 200
2	3/10(54 000 - 6 000)	= 14 400
3	2/10(54 000 - 6 000)	= 9 600
4	1/10(54 000 - 6 000)	= 4 800

a) Pago de préstamo al final del año 4: $F = 20\,000(1 + 0.15)^4 = \$34\,980.2$
Se pagan: \$20 000 de principal y \$14 980.2 de intereses.

Estado de resultados

Años	1	2	3	4
+ Ingreso	13 500	16 000	18 500	21 000
- Costos	0	0	0	0
- Depreciación	19 200	14 400	9 600	4 800
- Interés	0	0	0	14 980
= UAI	-5 700	1 600	8 900	1 220
- Impuestos 45%	+2 565	-720	4 005	549
= UDI	-3 135	880	4 895	671
+ Depreciación	+19 200	14 400	9 600	4 800
- Pago a principal	0	0	0	-20 000
= FNE	16 065	15 280	14 495	-14 529

$$VPN = -34\,000 \frac{16\,065}{(1+0.18)^1} + \frac{15\,280}{(1+0.18)^2} + \frac{14\,495}{(1+0.18)^3} + \frac{-14\,529+6\,000}{(1+0.18)^4} = \$-4\,988$$

b)

Estado de resultados

Años	1	2	3	4
+ Ingreso	13 500	16 000	18 500	21 000
- Depreciación	19 200	14 400	9 600	4 800*
= UAI	-5 700	1 600	8 900	16 200
- Impuestos 45%	+2 565	-720	4 005	7 290
= UDI	-3 135	880	4 895	8 910
+ Depreciación	19 200	14 400	9 600	4 800
= FNE	16 065	15 280	14 495	13 710

$$VPN = -54\,000 + \frac{16\,065}{(1+0.18)^1} + \frac{15\,280}{(1+0.18)^2} + \frac{14\,495}{(1+0.18)^3} + \frac{13\,710 + 6\,000}{(1+0.18)^4} = \$-10\,423$$

8. $P = 63\,000$; $VS = 3\,000$; $n = 15$; depreciación en LR impuestos = 40%; $TMAR = 8\%$

$$D = \frac{63\,000 - 3\,000}{15} = \$4\,000$$

Años 1-15	
+ Ingreso	x
- Depreciación	4 000
= UAI	$x - 4\,000$
- Impuestos 40%	$-(0.4x - 16\,000)$
= UDI	$0.6x - 2\,400$
+ Depreciación	4 000
= FNE	$0.6x + 1\,600$

$$VPN = 0 = -63\,000 + (0.6x + 1\,600)(P/A, 8\%, 15) + 3\,000(P/F, 8\%, 15) + 63\,000 = 5.1354x + 13\,694.4 + 954.6$$

$$\frac{48\,360}{5.1354} = x$$

$$x = \$9\,417$$

$$9. D_U = \frac{120\,000 - 20\,000}{10} = 10\,000; D_N = \frac{170\,000 - 30\,000}{7} = 20\,000$$

Valor en libros de equipo usado después de tres años:

$$VL = 120\,000 - 3(10\,000) = 90\,000$$

Valor de mercado de equipo usado = 70 000;

$$\text{Pérdida si se vende} = 70\,000 - 90\,000 = -20\,000$$

$$\text{Ahorro de impuestos por la pérdida} = 20\,000(0.5) = 10\,000$$

Estado de resultados incremental (años 1 a 7)

	Nuevo		Usado	=	
+ Ingreso	330 291	-	260 000	=	70 291
- Costos	165 000	-	(-30 000)	=	-35 000
- Depreciación	20 000	-	(-10 000)	=	-10 000
= UAI	145 291	-	120 000	=	25 291
- Impuestos 50%	-72 645.5	-	(-60 000)	=	12 645.5
= UDI	72 645.5	-	60 000	=	12 645.5
+ Depreciación	20 000	-	10 000	=	10 000
= FNE	92 645.5	-	70 000	=	22 645.5

Inversión inicial incremental

- Compra equipo nuevo	-170 000
+ Venta equipo usado	+70 000
+ Ahorro de impuestos	+10 000
	<u>\$-90 000</u>

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -90\,000 + 22\,645.5(P/A, 20\%, 7) + (30\,000 - 20\,000) \\ (P/F, 20\%, 7) &= -5\,581.4 \text{ no aceptar reemplazo.} \end{aligned}$$

10. $P = 1\,200$; depreciación LR; $n = 10$; $VS = 100$; beneficios = 370;
 TMAR = 20%
 $\text{VPN} = 0 = -1\,200 + x(P/A, 20\%, 10) + 100(P/F, 20\%, 10)$
 FNE = 282.4

$$D = \frac{1\,200 - 100}{100} = \$110$$

	Años 1-10
+ Ingreso	370
- Depreciación	110
= UAI	260
- Impuestos 40%	x
= UDI	172.4
+ Depreciación	110
= FNE	282.4

La cantidad que debe pagar en impuestos es \$87.6 millones, que equivale a una tasa impositiva de 33.69%.

11. Cargos de depreciación – Suma de dígitos = 21
Suma de dígitos = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21

Año	D
1	0.285 P
2	0.238 P
3	0.190 P
4	0.142 P
5	0.095 P
6	0.047 P

Año	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	93 000	93 000	93 000	93 000	93 000	93 000
- Depreciación	0.285 P	0.238 P	0.190 P	0.142 P	0.095 P	0.047 P
= UAI	93 000 - 0.285 P	93 000 - 0.23 P	93 000 - 0.190 P	93 000 - 0.142 P	93 000 - 0.095 P	93 000 - 0.047 P
- Impuestos	37 200 + 0.114 P	37 200 + 0.095 P	37 200 P + 0.076 P	37 200 P + 0.057 P	37 200 + 0.038 P	37 200 + 0.0188 P
= UDI	55 800 - 0.17 P	55 800 - 0.142 P	55 800 - 0.114 P	55 800 - 0.085 P	55 800 - 0.057 P	55 800 - 0.0282 P
+ Depreciación	0.285 P	0.238 P	0.190 P	0.142 P	0.095 P	0.047 P
= FNE	55 800 + 0.114 P	55 800 + 0.095 P	55 800 + 0.076 P	55 800 + 0.057 P	55 800 + 0.038 P	55 800 + 0.0188 P

$$\begin{aligned}
 VPN = & -P + (55\,800 + 0.114 P)(P/F, 12\%, 1) + (55\,800 + 0.095 P) \\
 & (P/F, 12\%, 2) + (55\,800 + 0.076 P) \\
 & (P/F, 12\%, 3) + (55\,800 + 0.057 P)(P/F, 12\%, 4) + (55\,800 + 0.038 P) \\
 & (P/F, 12\%, 5) + (55\,800 + 0.019 P) \\
 & (P/F, 12\%, 6) = \$327\,283.1414
 \end{aligned}$$

12. a)

Año	1	2	3	4	5
+ Ingresos	30000	30000	30000	30000	30000
- Costos (renta)	24000	24000	24000	24000	0
= UAI	6000	6000	6000	6000	30000
- Impuestos 40%	2400	2400	2400	2400	12000
= UDI	3600	3600	3600	3600	18000

$$VPN = -24000 + 3600(P/A, 12\%, 4) + 18000(P/F, 12\%, 5) = \$-809.12$$

b)

Año	D
1	5/15 (63000 - 3000) = 20000
2	4/15 (63000 - 3000) = 16000
3	3/15 (63000 - 3000) = 12000
4	2/15 (63000 - 3000) = 8000
5	1/15 (63000 - 3000) = 4000

Año	1	2	3	4	5
+ Ingreso	30000	30000	30000	30000	30000
- Depreciación	20000	16000	12000	8000	4000
= UAI	10000	14000	18000	22000	26000
- Impuestos 40%	4000	5600	7200	8800	10400
= UDI	6000	8400	10800	13200	15600
+ Depreciación	20000	16000	12000	8000	4000
= FNE	26000	24400	22800	21200	19600

$$VPN = -63000 + 26000(P/A, 12\%, 5) - 1600(P/G, 12\%, 5) + 3000(P/F, 12\%, 5) = \$+22191$$

c) Enganche = \$30000; préstamo = \$33000

Pago al final del quinto año = $33000(1.02)^5 = \$82115$

Años	1	2	3	4	5
+ Ingreso	30000	30000	30000	30000	30000
- Depreciación	20000	16000	12000	8000	4000
- Interés	0	0	0	0	52115
= UAI	10000	14000	18000	22000	-26115
- Impuestos 40%	4000	5600	7200	8800	-10400
= UDI	6000	8400	10800	13200	-15600
+ Depreciación	20000	16000	12000	8000	+4000
- Pago a capital	0	0	0	0	-33000
= FNE	26000	24400	22800	21200	-44669

$$\begin{aligned}
 \text{VPN} &= -30000 + \frac{26000}{(1+0.12)^1} + \frac{24400}{(1+0.12)^2} + \frac{22800}{(1+0.12)^3} + \frac{21200}{(1+0.12)^4} + \\
 &\frac{(3000 - 44669)}{(1+0.12)^5} = \$18726
 \end{aligned}$$

Debe elegirse la opción *b*) con VPN = \$22 191

13.

Estado de resultados con renta del vehículo (en miles)

	0	1	2	3	4
- Costo de renta	x	x	x	x	0
- Mantenimiento*	12	12	12	12	12
= UAI	-x	-(x+12)	-(x+12)	-(x+12)	-12
- Impuestos 45%	0	0.45x+5.4	0.45x+5.4	0.45x+5.4	5.4
= UDI	-x	-0.55x-6.6	-0.55x-6.6	-0.55x-6.6	-6.6

$$\text{VPN}_{\text{renta}} = -x + (-0.55x - 6.6)(P/A, 10\%, 3) - 6.6(P/F, 10\%, 4) = 2.36785x + 20922$$

Estado de resultados de compra del vehículo (años 1 a 4)

- Costo de mantenimiento	-18000
- Depreciación	-10000
= UAI	-28000
- Impuestos 45%	-12600
= UDI	-15400
+ Depreciación	+10000
= FNE	-5400

$$D = \frac{50000 - 10000}{4} = \$10000$$

$$VPN_{\text{compra}} = -50000 - 5400(P/A, 10\%, 4) + 10000(P/F, 10\%, 4) = \$-60288$$

$$\text{Como } VPN_{\text{renta}} = VPN_{\text{compra}}$$

$$= 2.36785x + 20922 = \$60288$$

$$x = \frac{39366}{2.36785} = \$16652$$

14. Equipo usado, $n = 10$ ingreso = 22000 costos = 12000
 Equipo nuevo, $P = 120000$ ingreso = 46000 costo = 18000

Máquina usada	Máquina nueva	$M_N - M_U$	
+ Ingreso	22000	46000	24000
- Costo	12000	18000	6000
= Utilidad neta	10000	28000	18000

$$a) VPN = -120000 + 18000(P/A, 5\%, 9) = 7944$$

$$b) VPN = -120000 + 18000(P/A, 5\%, 8) = 3666$$

15. Máquina usada: hace 5 años costó \$30000; $n = 15$; $VS = 0$
 Valor actual en libros = 20000; valor de mercado = 25000

$$D_U = \frac{30000 - 0}{15} = \$20000$$

Máquina nueva: $P = 80000$ $n = 10$ $VS = 0$

$$D_N = \frac{30000 - 0}{15} = \$2000$$

Máquina usada	Máquina nueva	$(M_N - M_U)$		
+ Ingreso	64800	77500	-	12700
- Costo	34300	31000		-3300
- Depreciación	2000	8000		6000
= UAI	28500	38500		10000
- Impuestos 40%	11400	15400		4000
= UDI	17100	23100		6000
+ Depreciación	2000	8000		6000
= UDI	19100	31100		12000

Desembolso inicial neto:

- Costo máquina nueva	80 000
+ Venta máquina usada	25 000
- Pago de impuestos por ganancia	
	<u>2 000</u>
Ganancia \times impuestos $5\,000 \times 0.4$	57 000

$$VPN = -57\,000 + 12\,000(P/A, 18\%, 10) = -3\,072$$

b)

	Máquina usada		Máquina nueva		Diferencia
	Año D		Año D		($M_N - M_U$)
1	15/120 (30 000) = 3 750	1	10/55 (80 000) = 1 454		1 204
2	14/120 (30 000) = 3 500	2	9/55 (80 000) = 1 309		1 084
3	13/120 (30 000) = 3 250	3	8/55 (80 000) = 1 163		9 636
4	12/120 (30 000) = 3 000	4	7/55 (80 000) = 1 018		8 432
5	11/120 (30 000) = 2 750	5	6/55 (80 000) = 872		7 227
6	10/120 (30 000) = 2 500	6	5/55 (80 000) = 727		6 023
7	9/120 (30 000) = 2 250	7	4/55 (80 000) = 581		4 818
8	8/120 (30 000) = 2 000	8	3/55 (80 000) = 436		3 614
9	7/120 (30 000) = 1 750	9	2/55 (80 000) = 290		2 409
10	6/120 (30 000) = 1 500	10	1/55 (80 000) = 145		1 205
11	5/120 (30 000) = 1 250				
12	4/120 (30 000) = 1 000				
13	3/120 (30 000) = 750				
14	2/120 (30 000) = 500				
15	1/120 (30 000) = 250				

Valor en libros al final del año 5 = \$13 750

Ganancia operativa por la venta de la máquina = $25\,000 - 13\,750 = \$11\,250$

Inversión inicial

- Compra de máquina nueva	80 000
+ Venta máquina usada	25 000
- Pago de impuestos por ganancia ($11\,250 \times 0.4$)	<u>2 000</u>
Desembolso neto	57 000

Estado de resultados incremental

Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
+ Ingreso	12 700	12 700	12 700	12 700	12 700	12 700	12 700	12 700	12 700	12 700
- Costos	+3 300	+3 300	+3 300	+3 300	+3 300	+3 300	+3 300	+3 300	+3 300	+3 300
- Depreciación	12 045	10 840	9 636	8 432	7 227	6 023	4 818	3 614	2 409	1 205
= UDI	3 955	5 160	6 364	7 568	8 773	9 977	11 182	12 386	13 591	14 795
- Impuestos	1 528	2 064	2 546	3 072	3 509	3 991	4 473	4 954	5 436	5 918
= UDI	2 373	3 096	3 818	4 541	5 264	5 986	6 709	7 432	8 155	8 877
- Depreciación	12 045	10 840	9 636	8 432	7 227	6 023	4 818	3 614	2 409	1 205
= FNE	14 418	12 936	12 454	12 973	12 491	12 009	11 527	11 046	10 564	10 082

$$VPN = -59\,500 + 14\,418(P/A, 18\%, 10) - 482(P/G, 18\%, 10) = \$-1\,623$$

16. $P = 670\,000$; $n = 15$; $VS = 170\,000$

$$D = \frac{670 - 170}{10} = \$50\,000$$

Costos = 90 000; impuestos = 30%; TMAR = 12%

Años 1-10	
+ Ingreso	x
- Costo	900 000
- Depreciación	50 000
= UAI	$x - 140\,000$
- Impuestos 30%	$-0.3x - 42\,000$
- UDI	$0.7x - 98\,000$
+ Depreciación	+ 50 000
= FNE	$0.7x - 48\,000$

$$VPN = -670\,000 + (0.7x - 48\,000)(P/A, 12\%, 10) + 170\,000(P/F, 12\%, 10) \quad x = 225\,000 \text{ ingreso neto.}$$

Si no diera becas, su ingreso sería = $230 \times 1\,125 = \$258\,750$

pero sólo necesita ganar \$225 000

Dinero disponible para becas \$33 750

equivale a $\frac{33\,750}{1\,125} = 30$ becas

17. Costo por concierto:

Renta	\$10 000
Músicos	\$15 000
Escenarios	2 000
	<u>27 000</u>

$$\text{TMAR} = \frac{0.15}{12} = 0.0125\% \text{ mensual}$$

Estados de resultados
(meses 1-12)

+ Ingreso	x
- Costo	27 000
= UAI	$x - 27 000$
- Impuestos	$-0.4x + 10 800$
- UDI	$0.6x - 16 200$

$$\text{VPN} = -121 000 + (0.6x - 16 000)(P/A, 1.25\%, 12)$$

$$x = \$45 202$$

Con entrada completa se tiene un ingreso de $\$20 \times 3 100 = \$62 000$.

Se necesita un ingreso mínimo de \$45 202 por concierto para hacer rentable la temporada.

$$\frac{45 202}{62 000} = 0.729 \text{ o } 72.9\% \text{ de entradas}$$

Se requiere un mínimo de espectadores por concierto de $3 100 \times 0.729 = 2 260$

18. Suma de dígitos = $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$

Año	D
1	$6/21 (630 000 - 100 000) = 151 428$
2	$5/21 (630 000 - 100 000) = 126 190$
3	$4/21 (630 000 - 100 000) = 100 952$
4	$3/21 (630 000 - 100 000) = 75 714$
5	$2/21 (630 000 - 100 000) = 50 476$
6	$1/21 (630 000 - 100 000) = 25 238$

Estado de resultados

Años	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	x	x	x	x	x	x
- Depreciación	151 428	126 190	100 952	75 714	50 476	25 238
= UAI	x - 151 428	x - 126 190	x - 100 952	x - 75 714	x - 50 476	x - 25 238
- Impuestos 50%	0.5x + 75 714	0.5x + 63 095	0.5x + 50 476	0.5x + 37 857	0.5x + 25 238	0.5x + 12 619
= UDI	0.5x + 75 714	0.5x + 63 095	0.5x + 50 476	0.5x + 37 857	0.5x + 25 238	0.5x + 12 619
+ Depreciación	151 428	126 190	100 952	75 714	50 476	25 238
= FNE	0.5x + 75 714	0.5x + 63 095	0.5x + 50 476	0.5x + 37 857	0.5x + 25 238	0.5x + 12 619

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -630\,000 + (0.5x + 75\,714)(P/A, 10\%, 1) + (0.5x + 63\,095)(P/F, 10\%, 2) \\ &+ (0.5x + 50\,476)(P/F, 10\%, 3) + (0.5x + 37\,857)(P/F, 10\%, 4) + (0.5x + 25\,238) \\ &(P/F, 10\%, 5) + (0.5x + 12\,619)(P/F, 10\%, 6) = \\ x &= \$168\,820, \text{ beneficio antes de interés e impuestos.} \end{aligned}$$

$$19. D_U = \frac{600\,000 - 0}{10} = 60\,000; \quad D_N = \frac{900\,000 - 0}{10} = 225\,000$$

Valor en libras de la máquina usada $VL = 600\,000 - 6(60\,000) = 240\,000$

Valor de mercado de la máquina usada = \$400 000

Ganancia por venta de la máquina usada = $400\,000 - 240\,000 = 160\,000$

Pago de impuestos por ganancia = $160\,000(0.5) = 80\,000$

Estado de resultados incremental

	Nueva		Usada	=	
+ Ingreso	130 000	-	90 000	=	40 000
- Costos	-40 000	-	(-30 000)	=	-10 000
- Depreciación	-225 000	-	(-60 000)	=	-165 000
= UAI	-135 000	-	0	=	-135 000
- Impuestos 50%	+67 500	-	0	=	+67 500
= UDI	-67 500	-	0	=	-67 500
+ Depreciación	+225 000	-	60 000	=	+165 000
= FNE	157 500	-	60 000	=	97 500

Inversión inicial incremental

- Compra máquina nueva	-900 000
+ Venta máquina usada	+400 000
- Pago de impuestos	-80 000
	<u>\$-580 000</u>

$$\text{VPN} = -580\,000 + 97\,500(P/A, 20\%, 4) = -327\,598$$

No reemplazar

20. $P = 91\,000$; ingreso = $17\,000$; depreciación LR ; impuestos = 40%

$$TMAR = 12\% \quad D = \frac{91\,000}{7} = \$13\,000$$

Estado de resultados sin financiamiento	
Años (1 a 7)	
+ Ingreso	23 000
- Depreciación	13 000
= UIA	10 000
- Impuestos 40%	4 000
= UDI	6 000
+ Depreciación	13 000
= FNE	19 000

$$VPN = -91\,000 + 19\,000(P/A, 12\%, 7) = \$-4\,284$$

Con préstamo = tasa de interés = 6%

Como el préstamo tiene una tasa menor que la TMAR, el mejor plan es pagar una sola cantidad al final del año 7.

Estado de resultados con financiamiento de 8.2%		
	Años 1 a 6	Año 7
+ Ingreso	23 000	23 000
- Depreciación	13 000	13 000
- Interés	0	3 758
= UAI	10 000	+6 242
- Impuestos 40%	4 000	-2 497
= UDI	6 000	3 745
+ Depreciación	13 000	13 000
- Pago a principal	0	7 462
= FNE	19 000	9 28

$$\text{Préstamo} = 0.82 \times 91\,000 = 7\,462; \text{ inversión} = \$83\,538$$

$$\text{Pago al final del año 7} = 7\,462(1.06)^7 = 11\,220; \text{ interés} = \$3\,758$$

TMAR mixta

$$0.082 \times 0.06 = 0.00492$$

$$0.918 \times 0.12 = 0.11016$$

$$0.11508 \text{ u } 11.508\%$$

$$VPN = -83538 + 19000 \left[\frac{(1 + 0.11508)^6 - 1}{0.11508(1 + 0.11508)^6} \right] + \frac{9283}{(1 + 0.11508)^7} =$$

$$-83000 + 79217.49 + 4330.58 = +10$$

21. $P = 530\,000$; $VS = 30\,000$; $n = 5$; SDA = depreciación; impuestos = 40%
TMAR = 7%

Año	D
1	$5/15 (530\,000 - 30\,000) = 166\,667$
2	$4/15 (530\,000 - 30\,000) = 133\,333$
3	$3/15 (530\,000 - 30\,000) = 100\,000$
4	$2/15 (530\,000 - 30\,000) = 66\,667$
5	$1/15 (530\,000 - 30\,000) = 33\,333$

Estado de resultados

Años	1	2	3	4	5
+ Ingreso	x	x	x	x	x
- Depreciación	166 666	133 333	100 000	66 666	33 333
= UAI	$x - 166\,666$	$x - 133\,333$	$x - 100\,000$	$x - 66\,666$	$x - 33\,333$
- Impuestos 40%	$-(0.4x - 66\,666)$	$-(0.4x - 53\,333)$	$-(0.4x - 40\,000)$	$-(0.4x - 26\,666)$	$-(0.4x - 13\,333)$
= UDI	$0.6x - 100\,000$	$0.6x - 80\,000$	$0.6x - 60\,000$	$0.6x - 40\,000$	$0.6x - 20\,000$
+ Depreciación	+166 666	+133 333	+100 000	+66 666	+33 333
= FNE	$0.6x + 66\,666$	$0.6x + 353\,333$	$0.6x + 40\,000$	$0.6x + 26\,666$	$0.6x + 13\,333$

$$VPN = 0 = -530\,000 + (0.06x + 66\,666)(P/F, 7\%, 1) + (0.06x + 53\,333)(P/F, 7\%, 2) + (0.06x + 40\,000)(P/F, 7\%, 3) + (0.06x + 26\,666)(P/F, 7\%, 4) + (0.06x + 13\,333)(P/F, 7\%, 5) + 30\,000(P/F, 7\%, 5)$$

$$x = \$137\,075$$

$$22. P = 485\,000; VS = 85\,000; n = 8; A = 150\,000 (A/P, 10\%, 5) = 393\,569.22$$

Año	D
1	8/36 (400000) = 88889
2	7/36 (400000) = 77778
3	6/36 (400000) = 66667
4	5/36 (400000) = 55556
5	4/36 (400000) = 44444
6	3/36 (400000) = 33333
7	2/36 (400000) = 22222
8	1/36 (400000) = 11111

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Pago anual	Pago a principal	Deuda después de pago
0				150000
1	15000	39569.22	24579.22	125430.78
2	12543	39569.22	27026.22	98404.56
3	9840	39569.22	29728.76	68675.79
4	6867	39569.22	32701.64	35974.15
5	3597	39569.22	35971.80	2.33

Estado de resultados

Años	1	2	3	4	5	6	7	8
+ Ingresos	300000	330000	360000	360000	360000	360000	360000	360000
- Costos	260000	260000	260000	260000	260000	260000	260000	260000
- Depreciación	88889	77778	66667	55556	44444	33333	22222	11111
- Interés	15000	12543	9840	6867	3597	0	0	0
= UAI	-63889	-20321	23493	37577	51959	66667	77778	88889
- Impuestos 50%	31944	10160	-11746	-18788	-25979	33333	38889	44444
= UDI	-31945	-10161	11747	18789	25980	33334	38889	44445
+ Depreciación	88889	77778	66667	55556	44444	33333	22222	11111
- Pago a principal	-24569	-27026	-29729	-32702	-35974	0	0	0
= FNE	32376	40592	48685	41643	34450	66667	61111	55556

$$\begin{aligned}
 \text{VPN} &= -335\,000 + 32\,376(P/F, 12\%, 1) + 40\,592(P/F, 12\%, 2) + \\
 &48\,685(P/F, 12\%, 3) + 41\,643(P/F, 12\%, 4) + \\
 &34\,450(P/F, 12\%, 5) + 66\,667(P/F, 12\%, 6) + 61\,111 \\
 &(P/F, 12\%, 7) + (55\,556 + 85\,000)(P/F, 12\%, 8) = \\
 \text{VPN} &= -74\,882
 \end{aligned}$$

23. $P = 220\,000$; $VS = 20\,000$; $n = 5$; $D = 400$; depreciación LR; costo anual = $18\,000$; impuestos = 35% ; $\text{TMAR} = 8\%$

Años	1 a 5
+ Ingreso	x
- Costo	18 000
- Depreciación	40 000
= UAI	$x - 58\,000$
- Impuestos 35%	$0.35x + 20\,300$
= UDI	$0.65x - 37\,700$
+ Depreciación	40 000
= FNE	$0.65x + 2\,300$

El valor presente de los ingresos del chofer en los próximos cinco años sin ser independiente son:

$$\text{VP} = 45\,000(P/A, 8\%, 5) = \$179\,685$$

Se igualan los flujos:

$$\begin{aligned}
 179\,685 - 220\,000 + (0.65x + 2\,300)(P/A, 8\%, 5) + \\
 20\,000(P/F, 8\%, 5) \quad \quad \quad x = \$145\,211
 \end{aligned}$$

24. $P = 231$; $VS = 0$; $n = 7$; $\text{TMAR} = 5\%$; impuestos = 50% , $D = 33$

	M_u	M_n	$M_n - M_u$
+ Ingreso	60.5	94.0	33.5
- Costo	32.0	18.5	-13.5
- Depreciación	0	33.0	33.0
= UAI	28.5	42.5	14.0
- Impuestos 50%	14.25	21.25	7.0
= UDI	14.25	21.25	7.0
+ Depreciación	0	33.0	33.0
= FNE	14.25	54.25	40.0

$$\text{VPN} = -231 + 40(P/A, 5\%, 7) = \$+0.44$$

25. Datos máquina usada: $P = 60\,000$ hace cuatro años; ingreso = 43 000; costo = 21 000; valor actual del mercado = 19 576
 Datos de máquina nueva: $P = 73\,000$; ingreso = 50 000; costo de producción = 23 000; $n = 10$; $VS = 10\,000$; $TMAR = 6\%$

	Mu	Mn	Mn - Mu
+ Ingreso	43 000	51 500	8 500
- Costo	21 000	23 000	2 000
= Utilidad	22 000	28 500	6 500

Desembolso neto en el reemplazo = $73\,000 - 19\,576 = 53\,424$
 $VPN = -53\,424 + 6\,500(P/A, 6\%, 10) + 10\,000(P/F, 6\%, 10) = 0$
 es indiferente reemplazar el equipo, ya que no hay ganancia extra.

26.

Estado de resultados con renta

	Años 1 a 14	Año 15
+ Ingreso	78 000	78 000
- Renta	24 000	0
= UAI	54 000	78 000
- Impuestos 40%	21 600	31 200
= FNE	32 400	46 800

$$VPN = -24\,000 + 32\,400(P/A, 10\%, 6) + 46\,800(P/F, 6\%, 15) = \$225\,894$$

Estado de resultados con compra

$$D = \frac{x - 0.2x}{15} = 0.0533x$$

27.

	Años 1 a 15
+ Ingreso	78 000
- Renta	0.0533x
= UAI	78 000 - 0.0533x
- Impuestos 48%	31 200 + 0.02133x
= UDI	46 800 - 0.032x
+ Depreciación	0.0533x
= FNE	46 800 - 0.0213x

Para que sean indiferentes, los VPN de ambas alternativas deben ser iguales:

$$225\,894 = -x + (46\,800 + 0.0213x)(P/A, 10\%, 15) +$$

$$0.2x(P/F, 10\%, 15)x = \$164\,616$$

$$28. D_U = \frac{170\,000 - 20\,000}{15} = 10\,000; D_N = \frac{280\,000 - 30\,000}{10} = 25\,000$$

Valor en libros de la máquina usada = $170\,000 - 5(10\,000) = 120\,000$

Valor de mercado de la máquina usada = $80\,000$

Pérdida operativa por venta de la máquina usada = $80\,000 - 120\,000 = -40\,000$

Ahorro de impuestos por pérdida operativa = $40\,000 \times 0.5 = 20\,000$

Estado de resultados incremental

	Nueva	-	Usada	=	
+ Ingreso	700 000	-	580 000	=	120 000
- Costos	510 000	-	(-450 000)	=	-60 000
- Depreciación	25 000	-	(-10 000)	=	-150 000
= UAI	165 000	-	120 000	=	45 000
- Impuestos 50%	-82 500	-	(-60 000)	=	-22 500
= UDI	82 500	-	60 000	=	22 500
+ Depreciación	25 000	-	10 000	=	15 000
= FNE	107 500	-	70 000	=	37 500

Inversión inicial incremental

- Compra máquina nueva	-280 000
+ Venta máquina usada	80 000
- Ahorro de impuestos	20 000
	<u>\$-180 000</u>

$$\text{VPN} = -180\,000 + 37\,500(P/A, 19.5\%, 10) + (30\,000 - 20\,000)$$

$$(P/F, 19.5\%, 10) = -18\,391.43. \text{ No aceptar reemplazo}$$

$$29. D_U = \frac{60\,000 - 6\,000}{12} = 4\,500; D_N = \frac{85\,000 - 15\,000}{10} = 7\,000$$

Valor en libros de la máquina usada = $60\,000 - 2(4\,500) = 51\,000$

Valor de mercado de la máquina usada = $10\,000$

Pérdida operativa por la venta de la máquina usada = $10\,000 - 51\,000 = -41\,000$

Ahorro de impuestos por pérdida operativa = $41\,000 \times 0.4 = 16\,400$

Inversión inicial incremental

- Compra máquina nueva	-85 000
+ Venta máquina usada	+10 000
+ Ahorro de impuestos	+16 400
	<u>-\$58 600</u>

Estado de resultados incremental

	Nueva	-	Usada	=	
- Costo	-4 000	-	(-11 000)	=	7 000
- Depreciación	-7 000	-	(-4 500)	=	-2 500
= UAI	-11 000	-	(-15 500)	=	4 500
- Impuestos 40%	+4 400	-	6 200	=	-1 800
= UDI	-6 600	-	(-9 300)	=	2 700
+ Depreciación	+7 000	-	4 500	=	2 500
= FNE	400	-	(-4 800)	=	5 200

$$VPN = -58\,600 + 5\,200(P/A, 8\%, 10) + (15\,000 - 6\,000)(P/F, 8\%, 10) = -19\,538.84. \text{ No reemplazar}$$

30.

Depreciación

Año		
1	4/10 (320 000 - 20 000)	= 120 000
2	3/10 (320 000 - 20 000)	= 90 000
3	2/10 (320 000 - 20 000)	= 60 000
4	1/10 (320 000 - 20 000)	= 30 000

Estado de resultados (cifras en miles)

Años	1	2	3	4
+ Ingreso	x	x	x	x
-- Depreciación	120	90	60	30
= UAI	x - 120	x - 90	x - 60	x - 30
- Impuestos 50%	-0.5x + 60	-0.5x + 45	-0.5x + 30	-0.5x + 15
= UDI	-0.5x - 60	-0.5x - 45	-0.5x - 30	-0.5x - 15
+ Depreciación	120	90	60	30
= FNE	0.5x + 60	0.5x + 45	0.5x + 30	0.5x + 15

$$VPN = -320\,000 + \frac{(0.5x + 60\,000)}{(1.1)^1} + \frac{(0.5x + 45\,000)}{(1.1)^2} + \frac{(0.5x + 30\,000)}{(1.1)^3} + \frac{(0.5x + 15\,000)}{(1.1)^4} + \frac{20\,000}{(1.1)^4}$$

Despejando $x = 114\,728.5$

31. Depreciación $D = \frac{3-0.75}{6} = 0.375$ (todas las cifras en mdd).

Préstamo = 0.9 mmd. $A = 0.9(A/P, 18\%, 6) = 0.25732$

Tabla de pago de la deuda en mdd

Año	Interés	A	Pago a capital	Saldo insoluto
0				0.90000
1	0.16200	0.25732	0.09532	0.80468
2	0.14484	0.25732	0.11248	0.69220
3	0.12459	0.25732	0.13272	0.55947
4	0.10070	0.25732	0.15661	0.40285
5	0.07251	0.25732	0.18480	0.40285
6	0.03924	0.25732	0.21807	0.00003

TMAR mixta

Empresa $0.2 \times 0.7 = 0.140$

Banco $0.18 \times 0.3 = 0.054$

0.194

Estado de resultados con financiamiento

	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
- Depreciación	0.3750	0.3750	0.3750	0.3750	0.3750	0.3750
- Intereses	0.1620	0.1449	0.1246	0.1007	0.0720	0.0392
= UAI	0.4630	0.4801	0.5004	0.5243	0.5525	0.5858
- Impuestos 40%	0.1852	0.1920	0.2002	0.2097	0.221	0.2343
= UDI	0.2778	0.2881	0.3002	0.3146	0.3315	0.3515
+ Depreciación	0.3750	0.3750	0.375	0.3750	0.375	0.3750
- Pago de capital	0.0953	0.1125	0.1327	0.1566	0.1848	0.2181
= FNE	0.5573	0.5506	0.5425	0.5330	0.5217	0.5084

$$\text{VPN} = -2.1 + \frac{0.5573}{(1.194)^1} + \frac{0.5506}{(1.194)^2} + \frac{0.5425}{(1.194)^3} + \frac{0.5330}{(1.194)^4} + \frac{0.5217}{(1.194)^5} + \frac{0.5084 + 750}{(1.194)^6} = -0.01663 \text{ mdd}$$

32.

Depreciación (cifras en miles)

Año	
1	$4/10 (77 - 7) = 28$
2	$3/10 (77 - 7) = 21$
3	$2/10 (77 - 7) = 14$
4	$1/10 (77 - 7) = 7$

Estado de resultados (en miles)

	1	2	3	4
+ Ingreso	x	x	x	x
- Depreciación	28	21	14	7
= UAI	$x - 28$	$x - 21$	$x - 14$	$x - 7$
- Impuestos 50%	$-0.5x + 14$	$-0.5x + 10.5$	$-0.5x + 7$	$-0.5x + 3.5$
= UDI	$0.5x - 14$	$0.5x - 10.5$	$0.5x - 7$	$0.5x - 3.5$
+ Depreciación	28	21	14	7
= FNE	$0.5x + 14$	$0.5x + 10.5$	$0.5x + 7$	$0.5x + 3.5$

$$VPN = -77 + \frac{0.5x + 14}{(1.13)^1} + \frac{0.5x + 10.5}{(1.13)^2} + \frac{0.5x + 7}{(1.13)^3} + \frac{0.5x + 3.5}{(1.13)^4} + \frac{7}{(1.13)^4}$$

Despejando $x = 30\,323.48$

$$33. D_U = \frac{88\,000 - 8\,000}{8} = 10\,000; \quad D_N = \frac{150\,000 - 0}{4} = 37\,500$$

Valor en libros máquina usada = VL = $88\,000 - 4(10\,000) = 48\,000$

Valor de mercado de la máquina usada = 20 000

Pérdida operativa por la venta de la máquina usada = $20\,000 - 48\,000 = -28\,000$ Ahorro de impuestos por pérdida = $28\,000 \times 0.4 = 11\,200$

Inversión incremental

- Compra máquina nueva	-150 000
+ Venta máquina usada	20 000
+ Ahorro de impuestos	11 200
	<hr/>
	\$-118 800

Estado de resultados incremental (cifras en miles)

	Nueva	-	Usada	=	
+ Ingreso	175	-	130	=	45
- Costo	61	-	(-84)	=	23
- Depreciación	37.5	-	(-10)	=	-27.5
= UAI	76.5	-	36	=	40.5
- Impuestos 40%	30.6	-	(-14.4)	=	16.2
= UDI	45.9	-	21.6	=	24.3
+ Depreciación	37.5	-	10	=	27.5
= FNE	83.4	-	31.6	=	51.8

$$VPN = -118\,000 + 51\,800(P/A, 13\%, 4) + (0 - 8\,000)(P/F, 13\%, 4) = 30\,371.05 \text{ Aceptar reemplazo}$$

$$34. D_U = \frac{450\,000 - 0}{8} = 56\,250; D_N = \frac{600\,000 - 0}{5} = 120\,000$$

Valor en libros de la máquina usada = VL = 450 000 - 3(56 250) = 281 250

Valor de mercado de la máquina usada = 300 000

Pérdida operativa por la venta de la máquina usada = 300 000 - 281 250 = -18 750

Pago de impuestos por la ganancia operativa = 18 750(0.45) = 8 437.5

Inversión incremental

- Compra máquina nueva	-\$600 000
+ Venta máquina usada	300 000
+ Ahorro de impuestos	-8 437.5
	<u>-\$308 437.5</u>

Estado de resultados incremental

	Nueva	-	Usada	=	
+ Ingreso	250 000	-	190 000	=	60 000
- Costo	130 000	-	(-110 000)	=	-20 000
- Depreciación	120 000	-	(-56 250)	=	-63 750
= UAI	0	-	23 750	=	-23 750
- Impuestos 40%	0	-	(-10 687.5)	=	+10 687.5
= UDI	0	-	13 062.5	=	-13 062.5
+ Depreciación	120 000	-	56 250	=	63 750
= FNE	120 000	-	69 312.5	=	50 687.5

$$VPN = -308\,437.5 + 50\,687.5(P/A, 10\%, 5) = -116\,292. \text{ No aceptar reemplazo.}$$

$$35. P = 7\,000\,000; VS = 1\,500\,000; n = 15; D = \frac{7-1.5}{15} = 366\,666$$

$$\text{Costo de maestros} = 450 \times 60\,000 = 27\,000\,000$$

$$\text{Costo total} = 27 + 1.3 + 08 = 29\,100\,000$$

Estado de resultados, años 1 a 5

+ Ingreso	x
- Costo	29 100 000
- Depreciación	366 666
= UAI	x - 29 466 666
- Impuestos 25%	-0.25x + 7 366 666
= UDI	0.75x - 22 100 000
+ Depreciación	366 666
= FNE	0.75x - 21 734 666

$$\text{VPN} = 0 = -7\,000\,000 + (0.75x - 21\,734\,666)(P/A, 12\%, 15) + 1\,500\,000$$

$$(P/F, 12\%, 15) \quad x = 30\,295\,378$$

$$\text{Pago anual por estudiante} = \frac{30\,295\,378}{9\,000} = 3\,366.15 \text{ \$/año}$$

36. Equipo usado: se compró hace siete años a un costo de $P = 285\,000$; $n = 15$;
 $VS = 0$

$$D_c = \frac{285\,000}{15} = 19\,000;$$

$$\text{Valor en libros hoy } VL = 285\,000 - 7(19\,000) = 152\,000$$

$$\text{Costos de operación} = 200\,000/\text{año}; \text{ produce 6 millones u/año}$$

$$\text{Utilidad} = 0.08 \times 6\,000\,000 = \$480\,000$$

$$\text{Equipo nuevo: } P = 700\,000; n = 8; VS = 70\,000; D = \frac{700-70}{8} = 78\,750$$

$$\text{Costos de operación} = 100\,000/\text{año}; \text{ produce 10 millones u/año}$$

$$\text{Utilidad} = 0.08 \times 10\,000\,000 = 800\,000$$

Inversión inicial

- Compra máquina nueva	-\$700 000
+ Venta máquina usada	+152 000
	<hr/>
	-548 000

Estado de resultados en miles, años 1 a 8

	M_N	M_U	$M_N - M_U$
+ Ingreso	800 000	480 000	320 000
- Costo	100 000	200 000	100 000
- Depreciación	78 750	19 000	59 750
= UAI	621 250	261 000	360 250
- Impuestos 38%	- 236 075	99 180	136 895
= UDI	385 175	161 820	223 355
+ Depreciación	78 750	19 000	59 750
= FNE	463 925	180 820	283 105

$VPN = -548\,000 + 283\,105(P/A, 20\%, 8) + 70\,000(P/F, 20\%, 8) = +554\,599$.
Acepta reemplazo.

37. Equipo: $P = 500\,000$; $D = \frac{500\,000}{6} = 83\,333$

Costos de operación = $55\,000/\text{año} + (1 \text{ obrero}) 200\,000 = 255\,000 \text{ \$/año}$

Inversión extra en capacitación = $\frac{200\,000}{6} = 33\,333$

Préstamo = $\$250\,000$; $i = 15\%$: pago en seis anualidades
 $A = 250\,000(A/P, 15\%, 6) = 66\,059.22$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	A	Pago a capital	
0				250 000
1	37 500.00	66 059.22	28 559.22	221 440.78
2	33 216.11	66 059.22	32 843.10	188 597.68
3	28 289.65	66 059.22	37 769.57	150 828.11
4	22 624.22	66 059.22	43 435.00	107 393.11
5	16 108.96	66 059.22	49 950.25	57 442.85
6	8 616.42	66 059.22	57 442.80	0.0

Depreciación total = $83\,333 + 33\,333 = 116\,666$

Ahorro anual = $800\,000 - 255\,000 = 545\,000$

Estado de resultados redondeado a enteros

Años	1	2	3	4	5	6
+ Ahorro	545 000	545 000	545 000	545 000	545 000	545 000
– Depreciación	116 667	116 667	116 667	116 667	116 667	116 667
– Interés	37 500	33 216	28 290	22 624	16 109	8 616
= UAI	390 833	395 117	400 043	405 709	412 24	419 717
– Impuestos 40%	156 333	158 047	160 017	162 284	164 890	167 887
= UDI	234 500	237 070	240 026	243 425	247 334	251 830
+ Depreciación	116 667	116 667	116 667	116 667	116 667	116 667
– Pago a capital	28 559	32 843	37 770	43 435	49 950	57 443
= FNE	322 608	320 894	318 923	316 657	314 051	311 054

Cálculo de la TIR

$$250\,000 = \frac{322\,608}{(1+i)^1} + \frac{320\,894}{(1+i)^2} + \frac{318\,923}{(1+i)^3} + \frac{316\,657}{(1+i)^4} + \frac{314\,051}{(1+i)^5} + \frac{311\,054}{(1+i)^6}$$

TIR = 127.55% > 60% aceptar inversión.

38.

Depreciación máquina usada

Año			
1	6/21 (220 000)	=	62 857
2	5/21 (220 000)	=	52 381
3	4/21 (220 000)	=	41 905
4	3/21 (220 000)	=	31 429
5	2/21 (220 000)	=	20 952
6	1/21 (220 000)	=	10 476

Depreciación máquina nueva

Año			
1	4/10 (160 000)	=	64 000
2	4/10 (160 000)	=	48 000
3	4/10 (160 000)	=	32 000
4	4/10 (160 000)	=	16 000

Valor en libros de la máquina usada al final del año 2 = 220 000 – 62 857 – 52 381 = 104 762

Valor de mercado de la máquina usada = 70 000; pérdida operativa = 70 000 – 104 762 = 34 762

Ahorro en impuestos por la venta de la máquina usada = 34 762 × 0.5 = 17 381

Cifras incrementales netas

	1	2	3	4
Ahorros	33 000	32 000	31 000	30 000
Depreciación	–22 095	–16 571	–11 048	5 524

Estado de resultados incremental

Años	1	2	3	4
+ Ingreso	33000	32000	31000	30000
- Depreciación	22095	16571	11048	5524
= UAI	10905	15429	19952	24476
- Impuestos 50%	5452	7714	9976	12238
= UDI	5453	7715	9976	12238
+ Depreciación	22095	16571	11048	5524
= FNE	27546	24286	21024	17762

Inversión inicial incremental

- Compra máquina nueva	-160 000
+ Venta máquina usada	70 000
+ Ahorro de impuestos	17 381
	<u>- \$72 619</u>

$$\Delta VPN = -72\,619 = \frac{27\,546}{(1.1)^1} + \frac{24\,286}{(1.1)^2} + \frac{21\,024}{(1.1)^3} + \frac{17\,762}{(1.1)^4} = +423$$

Aceptar reemplazo.

$$39. D_U = \frac{750\,000 - 50\,000}{7} = 100\,000; D_N = \frac{950\,000 - 50\,000}{5} = 180\,000$$

Valor en libros = $750\,000 - 2(100\,000) = 550\,000$; valor de mercado de la máquina usada = $350\,000$

Pérdida operativa = $350\,000 - 550\,000 = 200\,000$; ahorro de impuestos = $200\,000(0.4) = 80\,000$

Estado de resultados incremental (cifras en miles)

	Nueva	-	Usada	=	
+ Ingreso	225	-	150	=	75
- Depreciación	180	-	(-100)	=	-80
= UAI	45	-	50	=	-5
- Impuestos 40%	-18	-	(-20)	=	+2
= UDI	27	-	30	=	-3
+ Depreciación	180	-	100	=	80
= FNE	207	-	130	=	77

Inversión inicial incremental

- Compra máquina nueva	\$-950 000
+ Venta máquina usada	350 000
+ Ahorro de impuestos	80 000
	<u>-520 000</u>

$VPN = -520\,000 + 77\,000(P/A, 15\%, 5) + (50\,000 - 50\,000)(P/F, 15\%, 5) = -261\,884$. No reemplazar.

40. a) Crédito = $130\,000 \times 0.6 = 78\,000$

$$D = \frac{130\,000}{10} = 13\,000$$

$$A = 78\,000(A/P, 6\%, 5) = 18\,516.95$$

Total de pago de la deuda

Año	Interés	A	Pago a capital	Saldo insoluto
0				78 000
1	4 680.00	18 516.95	13 836.95	64 163.05
2	3 849.78	18 516.95	14 667.16	49 495.88
3	2 969.75	18 516.95	15 547.20	33 948.68
4	2 036.92	18 516.95	16 480.03	17 468.65
5	1 048.12	18 516.95	17 468.83	0

TMAR mixta, años 1 a 5:

Empresa $0.4 \times 0.1 = 0.04$

Banco $0.6 \times 0.06 = 0.036$

$$\underline{0.076}$$

TMAR años 6-10 es de 10% porque no hay préstamo.

Estado de resultados redondeado a enteros

	1	2	3	4	5	6-10
+ Ahorro	60 000	60 000	60 000	60 000	60 000	60 000
- Depreciación	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000
- Interés	4 680	3 850	2 970	2 037	1 048	0
= UAI	42 320	43 150	44 030	44 963	45 952	47 000
- Impuesto 50%	21 160	21 575	22 015	22 482	22 976	23 500

(Continúa)

Estado de resultados redondeado a enteros (Continuación)

	1	2	3	4	5	6-10
= UDI	21 160	21 575	22 015	22 483	22 976	23 500
+ Depreciación	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000
- Pago a principal	13 837	14 667	15 547	16 480	17 469	0
= FNE	20 323	19 908	19 468	19 003	18 507	36 500

$$VPN = -52\,000 \frac{20\,323}{(1.076)^1} + \frac{19\,908}{(1.076)^2} + \frac{19\,468}{(1.076)^3} + \frac{19\,003}{(1.076)^4} + \frac{18\,507}{(1.076)^5} +$$

$$36\,500(P/A, 10\%, 5)(P/F, 7.6\%, 5)$$

$$VPN = 122\,637.43$$

$$b) \text{Crédito total } A = 130\,000(A/P, 12\%, 4) = 42\,800.47$$

Total de pago de la deuda

Año	Interés	A	Pago a capital	Saldo insoluto
0				78 000
1	15 600.00	42 800.47	27 200.42	102 799.53
2	12 335.94	42 800.47	30 464.52	72 335.00
3	8 680.20	42 800.47	34 120.27	38 214.73
4	4 585.76	42 800.47	38 214.70	0

TMAR mixta = 12%. No hay aportación de los accionistas; por lo tanto, la TMAR considerada es la del préstamo, mientras esté vigente. Años 1–4.

TMAR = 10% de los años 5–10 porque ya no hay préstamo.

Estado de resultados redondeado a enteros

	1	2	3	4	5-10
+ Ahorro	60 000	60 000	60 000	60 000	60 000
- Depreciación	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000
- Interés	15 600	12 336	8 680	4 586	0
= UAI	31 400	34 664	38 320	42 414	47 000
- Impuestos 50%	15 700	17 332	19 160	21 207	23 500
= UDI	15 700	17 332	19 160	21 207	23 500
+ Depreciación	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000
- Pago a capital	27 200	30 465	34 120	38 215	0
= FNE	1 500	-133	-1 960	-4 008	36 500

$$VPN = \frac{1500}{(1.12)^1} - \frac{133}{(1.12)^2} - \frac{1960}{(1.12)^3} - \frac{4008}{(1.12)^4} + 36500(P/A, 10\%, 6)(P/F, 12\%, 4) = 98317.62. \text{ Seleccionar la opción A.}$$

$$41. D = \frac{300000}{7} = 42857.1; VL \text{ año } 6 = 300000 - 6(42857.1) = 42857.1$$

$$\text{Préstamo } \$150000; A = 150000(A/P, 14\%, 5) = 43692.53$$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	A	Pago a capital	Deuda después de pago
0				150000
1	21000.00	43692.53	22692.53	127307.47
2	17823.04	43692.53	25869.48	101437.98
3	14201.31	43692.53	29491.21	71946.76
4	10072.54	43692.53	33619.98	38326.77
5	5365.74	43692.53	38326.78	0

Estado de resultados

Años	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	x	x	x	x	x	x
- Depreciación	42857.1	42857.1	42857.1	42857.1	42857.1	42857.1
- Interés	21000.0	17823.0	14201.3	10072.5	5365.7	0
= UAI	x - 63857.1	x - 60680.2	x - 57058.4	x - 52929.7	x - 48222.8	x - 42857.1
- Impuestos 50%	-0.5x + 31928.5	-0.5x + 30340.1	-0.5x + 28529.2	-0.5x + 26464.8	-0.5x + 24111.4	-0.5x + 21428.5
= UDI	0.5x - 31928.5	0.5x + 30340.1	0.5x - 28529.2	0.5x + 26464.8	0.5x - 24111.4	0.5x - 21428.5
+ Depreciación	42857.1	42857.1	42857.1	42857.1	42857.1	42857.1
- Pago de capital	22692.5	25869.5	24491.2	33620.0	38326.8	05
= FNE	0.5x - 11763.4	0.5x - 13352.5	0.5x - 15163.3	0.5x - 17227.7	0.5x - 19581.1	0.5x + 21428.5

$$\text{TMAR mixta años 1 a 5} = 0.1 \times 0.5 + 0.14 \times 0.5 = 0.12$$

TMAR año 6 = 0.1 porque ya no hay préstamo.

$$VPN = -150000 + \frac{0.5x - 11763.4}{(1.12)^1} + \frac{0.5x - 13352.5}{(1.12)^2} + \frac{0.5x - 15163.3}{(1.12)^3} + \frac{0.5x - 17227.7}{(1.12)^4} + \frac{0.5x - 19581.1}{(1.12)^5} + \frac{0.5x - 21428.5}{(1.12)^6} = 0$$

$$x = 73554.38$$

$$42. \text{ Máquina usada: } D = \frac{380\,000}{5} = 76\,000$$

$$\text{Pérdida} = 380\,000 - 250\,000 = 130\,000$$

$$\text{Ahorro de impuestos} = 130\,000 \times 0.5 = 65\,000$$

$$\text{Máquina nueva: } D = \frac{900\,000 - 150\,000}{5} = 150\,000$$

Estado de resultados incremental

	Nueva	-	Usada	=	N - U
+ Ahorros				=	+250 000
- Depreciación	150 000		76 000	=	-74 000
= UAI	-150 000	-	(-76 000)	=	176 000
- Impuestos 50%	+75 000			=	88 000
= UDI	-75 000			=	88 000
+ Depreciación	+150 000			=	74 000
= FNE	-75 000			=	162 000

Inversión inicial

- Costo de adquisición	\$-900 000
+ Venta máquina usada	+250 000
+ Ahorro de impuestos	+ 65 000
	<u>\$-585 000</u>

$$\text{VPN} = -585\,000 + 162\,000(P/A, 11\%, 5) + 150\,000(P/F, 11\%, 5) = +102\,753.$$

Aceptar reemplazo.

$$43. P = 500\,000; VS = 100\,000; n = 5; D = \frac{500\,000 - 100\,000}{5} = 80\,000$$

El primer año se paga por adelantado 30 alumnos con un ingreso de $50 \times 1\,500 = 75\,000$. Como todas las colegiaturas se pagan por adelantado, el último año ya no hay ingresos, sólo costos. Con estas consideraciones se plantea la siguiente ecuación del VPN.

$$\text{VPN} = 0 = -500\,000 + 75\,000 + x(P/A, 10\%, 4) + (100\,000 + 24\,000)(P/F, 10\%, 5)$$

$$x = 109\,785.66$$

Pero \$109 785.66 es el FNE después de impuestos y se desea conocer el ingreso antes de depreciación e impuestos. Calculando hacia arriba en un estado de resultados se tiene:

Estado de resultados

	0	Años 1 a 4	Año 5
+ Ingreso	75 000	122 550.93	0
- Depreciación		80 000	80 000
= UAI		42 550.93	-80 000
- Impuestos 30%		12 765.28	+24 000
= UDI		29 785.65	-56 000
+ Depreciación		80 000	+80 000
= FNE	75 000	109 785.66	+24 000

$$\text{Número mínimo de estudiantes} = \frac{122\,550.93}{1500} = 81.7 = 82 \text{ estudiantes.}$$

Capítulo 6

1. $P = 17\,000$

$$F = 17\,000(1 + 0.13)^{15}(1 + 0.05)^{15} = \$221\,037$$

Si sólo le ofrecen \$200 000 perdería \$21 037; por lo tanto, no le conviene vender la casa en ese precio.

2. $P = 41\,000$

$$\text{Si se invierte } F = 41\,000(1 + 0.11)^5 = \$69\,087$$

Dentro de cinco años el auto costaría:

$$F = 41\,000(1 + 0.08)^2(1 + 0.10)^2(1 + 0.16)^1 = \$67\,124$$

Le conviene invertir, pues ganaría \$1 963.

3. $F = 17\,000(1 + 0.1)^3(1 + 0.08)^4 = \$18\,108$

4. $P = 500$; $VS = 80$; $n = 7$; depreciación por SDA;

impuestos de 40%; $TMAR = 10\%$; beneficio año cero = 106; inflación = 8%

Cargos por depreciación:

$$SDA = 28.$$

Año	Cargo	Inflación
1	$(500 - 80) \times 7/28 = 105$	$\times 1.08 = 113.4$
2	$(500 - 80) \times 6/28 = 90$	$\times 1.08^2 = 104.9$
3	$(500 - 80) \times 5/28 = 75$	$\times 1.08^3 = 94.4$
4	$(500 - 80) \times 4/28 = 60$	$\times 1.08^4 = 81.6$
5	$(500 - 80) \times 3/28 = 45$	$\times 1.08^5 = 66.1$
6	$(500 - 80) \times 2/28 = 30$	$\times 1.08^6 = 47.6$
7	$(500 - 80) \times 1/28 = 15$	$\times 1.08^7 = 25.7$

Estado de resultados

Años	0	1	2	3	4	5	6	7
+ Beneficio	106	114.5	123.6	133.5	144.2	155.7	168.7	181.7
- Depreciación		113.4	104.9	94.4	81.6	66.1	47.6	25.7
= UAI		1.1	18.7	39.1	62.6	89.6	121.1	156.0
- Impuestos 40%		0.4	7.5	15.7	25.0	35.8	48.4	62.4
= UAI		0.7	11.2	23.4	37.6	53.8	72.7	93.6
+ Depreciación		113.4	104.9	94.4	81.6	66.1	47.6	25.7
= FNE		114.1	116.1	117.8	119.2	119.9	120.3	119.3

$$VS \text{ al final del año } 7 = 80(1 + 0.08)^7 = 137.1$$

$$TMAR = 0.1 + 0.08 + (1 \times 0.08) = 0.188 \text{ o } 18.8\%$$

$$VPN = -500 + \frac{114.1}{(1 + 0.188)^1} + \frac{116.1}{(1 + 0.188)^2} + \frac{117.8}{(1 + 0.188)^3} + \frac{119.2}{(1 + 0.188)^4} + \frac{119.9}{(1 + 0.188)^5} + \frac{120.3}{(1 + 0.188)^6} + \frac{119.3 + 137.1}{(1 + 0.188)^7} = \$ -21.4$$

5. $P = 125\,000$; $VS = 41\,000$; $n = 6$; préstamo = $30\,000$ al 12% y pago en seis anualidades iguales, $UADI = 22\,000$; depreciación por LR; $TMAR = 5\%$, inflación = 10% anual.

a) Sin inflación ni préstamo.

$$\text{Depreciación} = \frac{125\,000 - 41\,000}{6} = 14\,000$$

Estado de resultados

	Años 1 a 6
+ Beneficio	22 000
- Depreciación	14 000
= UAI	8 000
- Impuestos 50%	4 000
= UDI	4 000
+ Depreciación	14 000
= FNE	18 000

$$VPN = -125\,000 + 18\,000(P/A, 5\%, 6) + 41\,000(P/F, 5\%, 6) = \$ -1\,514$$

b) Con inflación y préstamo

$$VS \text{ del año } 6 = 41\,000(1 + 0.1)^6 = \$72\,634$$

Pago anual por préstamo

$$A = 30\,000(A/P, 12\%, 6) = \$7\,296.8$$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Pago anual	Pago principal	Deuda después de pago
0				30000
1	3600	7296.8	3696.8	26303.2
2	3156.4	7296.8	4140.4	22162.8
3	2659.5	7296.8	4637.3	17525.5
4	2103.1	7296.8	5193.7	12331.8
5	1479.8	7296.8	5817.0	6514.8
6	781.8	7296.8	6515.9	0.2

Estado de resultados (cifra redondeada al entero)

	0	1	2	3	4	5	6
+ Beneficio	22000	24200	26620	29282	32210	35431	38974
- Depreciación	14000	15400	16940	18634	20497	22597	24802
- Interés		3600	3156	2660	2103	1480	782
= UAI		5200	6524	7988	9610	11404	13390
- Impuestos 50%		2600	3262	3994	4805	5701	6695
= UDI		2600	3262	3994	4805	5701	6695
+ Depreciación		15400	16940	18634	20497	22597	24802
- Pago a capital		3697	4140	4637	5194	5187	6515
= FNE		14303	16062	17991	20108	22432	24982

$$TMAR' = 0.05 + 0.1 + (0.05 \times 0.1) = 0.155$$

TMAR mixta

	% participación		Interés
Inversionista	0.76	×	0.155 = 0.1178
Banco	0.24	×	0.12 = 0.0288
			0.1466

$$VPN = -95000 + \frac{14303}{(1.1466)^1} + \frac{16062}{(1.1466)^2} + \frac{17991}{(1.1466)^3} + \frac{20108}{(1.1466)^4} +$$

$$\frac{22432}{(1.1466)^5} + \frac{24982 - 72634}{(1.1466)^6} = VPN = \$7537.8$$

$$TIR = 16.76\%$$

6.

Año	Capital	Interés	Depósito
0	10000	1000	4000
1	15000	1500	4000
2	20500	2050	4000
3	26500	2655	4000
4	33205	3321	4000
5	40526		

Al final del año 5 tendría en el banco \$40 526, pero el auto vale en ese momento:
 $30\,000(1 + 0.12)^5 = 52\,870$

Por lo tanto, lo que faltaría = $52\,870 - 40\,526 = \$12\,344$

7. $P = 137\,000$; $VS = 0$; depreciación SDA; BADI = 24 500 anuales.

TMAR = 8%; impuestos = 50%; inflación = 5% los primeros cinco años y 11% los siguientes cinco; $n = 10$

Cargos de depreciación (en miles) SDA = 55

Año		
1	$10/55(137) = 24\,909$	$\times 1.05 = 26.155$
2	$9/55(137) = 22\,418$	$\times (1.05)^2 = 24\,716$
3	$8/55(137) = 19\,927$	$\times (1.05)^3 = 23\,068$
4	$7/55(137) = 17\,436$	$\times (1.05)^4 = 21\,193$
5	$6/55(137) = 14\,945$	$\times (1.05)^5 = 19\,074$
6	$5/55(137) = 12\,455$	$(1.05)^5 \times 1.11 = 17\,643$
7	$4/55(137) = 9\,964$	$(1.05)^5 \times (1.11)^2 = 15\,667$
8	$3/55(137) = 7\,473$	$(1.05)^5 \times (1.11)^3 = 13\,045$
9	$2/55(137) = 4\,982$	$(1.05)^5 \times (1.11)^4 = 9\,652$
10	$1/55(137) = 2\,491$	$(1.05)^5 \times (1.11)^5 = 5\,357$

Estado de resultados

Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
+ Beneficio	25725	27011	28362	29780	31269	34708	38526	42764	47468	52690
- Depreciación	26155	24716	23068	21193	19074	17643	15667	13045	9652	5357
= UAI	-430	2295	5294	8587	12195	17065	22859	29719	37816	47333
- Impuestos 50%	-215	1148	2647	4293	6098	8532	11429	14860	18908	23666
= UDI	-215	1147	2647	4294	6097	8533	11430	14859	18908	23667
+ Depreciación	26155	24716	23068	21193	19074	17643	15667	13045	9652	5357
= FNE	25940	25863	25715	25487	25171	26176	27097	27904	28560	29024

Para los próximos cinco años $TMAR' = 0.08 + 0.05 + (0.08 \times 0.05) = 12.6\%$

Para los últimos cinco años $TMAR' = 0.08 + 0.11 + (0.08 \times 0.11) = 19.88\%$

$$\begin{aligned}
 VPN = & -137000 + \frac{25940}{(1.126)^1} + \frac{25863}{(1.126)^2} + \frac{25715}{(1.126)^3} + \frac{25487}{(1.126)^4} + \\
 & \frac{25171}{(1.126)^5} + \frac{26176}{(1.126)^5(1.1988)^1} + \frac{27097}{(1.126)^5(1.1988)^2} + \frac{27094}{(1.126)^5(1.1988)^3} + \\
 & \frac{28560}{(1.126)^5(1.1988)^4} + \frac{29024}{(1.126)^5(1.1988)^5} = -3584
 \end{aligned}$$

8. Beneficio por pieza = $25 - 17 = \$8$

Año	1	2	3	4	5
Producción	3 500	3 750	4 000	4 000	4 300
Ingreso*	31 080	36 938	43 760	48 560	57 964
Precio/pza:	8.88	9.85	10.94	12.14	13.48

* El ingreso se calculó como sigue: si la ganancia de una pieza es \$8 en el año cero, en el año 1 esta pieza costará $8 \times 1.11 = 8.88$ y la ganancia es $8.88 \times 3500 = \$31\,080$.

$$\text{Cargo de depreciación } D = \frac{140\,000 - 30\,000}{11} = \$10\,000$$

$$\text{VS al final de 5 años} = 30\,000(1 + 0.11)^5 = \$50\,552$$

$$TMAR' = 0.08 + 0.11 + (0.8 \times 0.11) = 0.1988$$

Estado de resultados

+ Ingreso	31 080	36 938	43 760	48 560	57 964
- Depreciación	11 100	12 321	13 676	15 181	16 851
= UAI	19 980	24 617	30 084	33 379	41 113
- Impuestos 40%	7 992	9 847	12 034	13 352	16 445
= UDI	11 988	14 770	18 050	20 027	24 668
+ Depreciación	11 100	12 321	13 676	15 181	16 851
= FNE	23 088	27 091	31 726	35 208	41 519

Cargos de depreciación

Año	Dt
1	11 100
2	12 321
3	13 676
4	15 181
5	16 851

$$\text{VPN} = 140\,000 + \frac{23\,088}{(1.1988)^1} + \frac{27\,091}{(1.1988)^2} + \frac{31\,726}{(1.1988)^3} + \frac{35\,208}{(1.1988)^4} + \frac{41\,519 + 50\,552}{(1.1988)^5} = \text{VPN} = \$-29\,241$$

9. $P = 220\,000$; $n = 10$; depreciación LR; $VS = 72\,000$
 Préstamo = 50 000; interés del préstamo 10%, BAIDI = 22 000
 Impuestos = 40%; TMAR = 5%; inflación = 8% anual durante 10 años.

a) Plan de pago de seis anualidades

$$A = 50\,000 (A/P, 10\%, 6) = \$11\,480$$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Pago anual	Pago principal	Deuda después de pago
0				50 000
1	5 000	11 480.36	6 480.4	43 520
2	4 352	11 480.36	7 128.4	36 391.2
3	3 639	11 480.36	7 841.2	28 550
4	2 855	11 480.36	8 625.4	19 924.6
5	1 992	11 480.36	9 487.9	10 436.7
6	1 044	11 480.36	10 436.7	0

$$\text{Depreciación} = \frac{220\,000 + 72\,000}{10} = \$14\,800$$

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dt	14 800	15 984	17 263	18 644	20 135	21 746	23 486	25 365	27 394	29 585	31 952

Estado de resultados

Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
+ Ingreso	23 760	25 661	27 714	29 931	32 325	34 911	37 704	40 720	43 978	47 496
- Interés	5 000	4 352	3 639	2 855	1 992	1 044	0	0	0	0
- Depreciación	15 984	17 263	18 644	20 135	21 746	23 486	25 365	27 394	29 585	31 952
= UAI	2 776	4 046	5 431	6 941	8 587	10 381	12 339	13 326	14 393	15 544
- Impuestos	1 110	1 618	2 172	2 776	3 435	4 152	4 936	5 331	5 757	6 218
= UDI	1 666	2 428	3 259	4 165	5 152	6 229	7 403	7 995	8 636	9 326
+ Depreciación	15 984	17 263	18 644	20 135	21 746	23 486	25 365	27 394	29 585	31 952
- Pago a principal	6 480	7 128	7 841	8 625	9 488	10 437	0	0	0	0
= FNE	11 170	12 563	14 062	15 675	17 410	19 278	32 768	35 389	38 221	41 278

$$\text{TMAR}' = 0.05 + 0.080 + (0.08 \times 0.05) = 0.134$$

$$\text{VS en el año 10} = 72\,000(1 + 0.08)^{10} = \$155\,442$$

TMAR mixta

	% participación	Interés
Accionista	0.7728	0.134 = 0.10355
Banco	0.2272	0.1 = 0.02272
		<u>0.12627</u>

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -170\,000 + \frac{11\,170}{(1.1262)^1} + \frac{12\,536}{(1.1262)^2} + \frac{14\,062}{(1.1262)^3} + \frac{15\,675}{(1.1262)^4} + \\ & \frac{17\,410}{(1.1262)^5} + \frac{19\,278}{(1.1262)^6} + \frac{32\,768}{(1.1262)^7} + \frac{35\,389}{(1.1262)^8} + \\ & \frac{38\,221}{(1.1262)^9} + \frac{41\,278 + 155\,442}{(1.1262)^{10}} = \$-11\,611 \end{aligned}$$

b) Pago de una sola cantidad al final del año 6, por:

$$F = 50\,000(1 + 0.1)^6 = \$88\,578$$

De los cuales, \$38 578 corresponde a intereses.

La tabla de depreciación es la misma.

La TMAR' y mixta son iguales.

El VS al final del año es igual.

Estado de resultados

Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
+ Ingreso	23760	25661	27714	29931	32325	34911	37704	40720	43978	47496
- Interés	0	0	0	0	0	38578	0	0	0	0
- Depreciación	15984	17263	18644	20135	21746	23486	25365	27394	29585	31952
= UAI	7776	8398	9070	9796	10576	-27153	12338	13326	14393	15544
- Impuestos	3110	3359	3628	3918	4232	+10861	4936	5331	5757	6218
= UDI	4666	5039	5442	5878	6344	-16292	7403	7995	8636	9326
+ Depreciación	15984	17263	18644	20135	21746	23486	5365	27394	29585	31952
= Pago a principal	0	0	0	0	0	50000	0	0	0	0
= FNE	20650	22302	24086	26013	28090	-32806	32768	35389	38221	41278

$$\begin{aligned}
 \text{VPN} = & -170000 + \frac{20650}{(1.1262)^1} + \frac{22302}{(1.1262)^2} + \frac{24086}{(1.1262)^3} + \frac{26013}{(1.1262)^4} + \\
 & \frac{28090}{(1.1262)^5} + \frac{32806}{(1.1262)^6} + \frac{32768}{(1.1262)^7} + \frac{35389}{(1.1262)^8} + \\
 & \frac{38221}{(1.1262)^9} - \frac{41278 + 155442}{(1.1262)^{10}} = \$ -1705
 \end{aligned}$$

10. $P = 331\,000$; $VS = 31\,000$; $n = 6$; $BADI = 85\,000$; impuestos = 40%,
 TMAR = 8%; inflación = 10%.

a) Depreciación por línea recta.

$$VS \text{ al final del año } 6 = 31\,000(1 + 0.1)^6 = \$54\,918$$

$$TMAR' = 0.08 + 0.1 + (0.08 \times 0.1) = 0.188$$

$$D = \frac{331\,000 - 31\,000}{6} = \$50\,000$$

Año	0	1	2	3	4	5	6
Dt	50000	55000	60500	66550	73205	80526	88578

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	85000	93500	102850	113135	124486	136893	150583
- Depreciación	50000	55000	60500	66550	73205	80526	88578
= UAI		38500	42350	46585	51281	56367	62005
- Impuestos		15400	16940	18634	20512	22547	24802
= UDI		23100	25410	27951	30769	33820	37203
+ Depreciación		55000	60500	66550	73205	80526	88578
= FNE		78100	85910	94501	103974	114346	125781

$$VPN = -331000 + \frac{78100}{(1.188)^1} + \frac{85910}{(1.188)^2} + \frac{94501}{(1.188)^3} + \frac{103974}{(1.188)^4} + \frac{114346}{(1.188)^5} + \frac{125781 + 54981}{(1.188)^6} = VPN = \$ + 16790$$

a) Depreciación por SDA

$$SDA = 21$$

Año	Dt
1	6/21 (300000) = 85714 × 1.1 = 94286
2	5/21 (300000) = 71429 × 1.1 ² = 86429
3	4/21 (300000) = 57143 × 1.1 ³ = 76057
4	3/21 (300000) = 42857 × 1.1 ⁴ = 62747
5	2/21 (300000) = 28571 × 1.1 ⁵ = 46014
6	1/21 (300000) = 14286 × 1.1 ⁶ = 25308

Estado de resultados

	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	93500	102850	113135	124486	136893	150583
- Depreciación	94286	86429	76057	62747	46014	25308
= UAI	-786	16421	37078	61739	90879	125275
- Impuestos	314	6568	14831	24996	36352	50110
= UDI	-472	9853	22247	36743	54527	35165
+ Depreciación	94286	86429	76057	62747	46014	25308
= FNE	93814	96282	98304	99490	100541	100473

$$VPN = -331000 + \frac{93814}{(1.188)^1} + \frac{96282}{(1.188)^2} + \frac{98304}{(1.188)^3} + \frac{99490}{(1.188)^4} + \frac{100541}{(1.188)^5} + \frac{100473 + 54981}{(1.188)^6} = VPN = \$ + 22549$$

11. TMAR = 5%; $P = 1.5$; $A = ?$; i de préstamo = 15%

$$A = 1.5(A/P, 15\%, 7) = \$0.36054$$

TMAR' = 0.05 + 0.08 + (0.05 × 0.08) = 0.134 los dos primeros años.

$$1.5 = \frac{0.36054}{(1+0.134)^1} + \frac{0.36054}{(1+0.134)^2} + 0.36054 \left[\frac{(1+0.05)^5(1+f)^5 - 1}{(1+0.05)(1+f)(1+0.05)^5(1+f)^5} \right]$$

$$\left[\frac{1}{(1+0.05)^2(1+f)^2} \right]$$

por prueba y error se encuentra que $f = 0.09836$ o $f = 9.836\%$ de los años 3 al 7.

12. $P = 135\,000$; $A = 25\,600$; $\text{TMAR} = 5\%$; $f = 10\%$; $n = 6$;
 $\text{TMAR}' = 0.05 + 0.1 + 0.05 \times 0.1 = 15.5\%$

Año	0	1	2	3	4	5	6
FNE	25000	28100	30976	34074	37481	41229	45352

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -135\,000 + \frac{28\,100}{(1.155)^1} + \frac{30\,976}{(1.155)^2} + \frac{34\,074}{(1.155)^3} + \\ &\frac{37\,481}{(1.155)^4} + \frac{41\,229}{(1.155)^5} + \frac{45\,352}{(1.155)^6} + \frac{VS}{(1.155)^6} = 0 \\ \text{VS} &= \$12\,019.56 \end{aligned}$$

13. El ingreso neto anual fijo que percibiría es:

Año	bill/año
1	$16\,000 \times 5 = 80\,000$
2	$14\,000 \times 5 = 70\,000$
3	$12\,000 \times 5 = 60\,000$
4	$10\,000 \times 5 = 50\,000$
5	$8\,000 \times 5 = 40\,000$
6	$6\,000 \times 5 = 30\,000$
7	$4\,000 \times 5 = 20\,000$
8	$2\,000 \times 5 = 10\,000$

La inflación máxima para que exista rentabilidad se calcula como:

$$\begin{aligned} 170\,000 &= \frac{80\,000}{(1+0.07)^1(1+f)^1} + \frac{70\,000}{(1+0.07)^2(1+f)^2} + \dots + \frac{20\,000}{(1+0.07)^7(1+f)^7} + \\ &\frac{10\,000}{(1+0.07)^8(1+f)^8} \end{aligned}$$

por prueba y error se encuentra que $f = 21.25\%$.

14.

Año	Sueldo
0	36 000
1	40 000
2	45 000
3	53 000
4	60 000

Los \$60 000 en términos del dinero en el periodo cero según la inflación son:

$$VP = \frac{60000}{(1.1)(1.12)(1.15)(1.176)} = \$35979$$

$$36000 - 35979 = \$20.27$$

gana \$20.27 menos que su sueldo inicial.

15. Tasa trimestral del banco = $(1.018)^3 - 1 = 5.498\%$

	1er. trimestre	2o. trimestre	3er. trimestre	4o. trimestre
Crecimiento del dinero en el banco	\$10549.8	\$11129.8	\$11741.7	\$12387.3
Tasa bancaria trimestral	5.498%	5.498%	5.498%	5.498%
Tasa de inflación trimestral	6.0%	5.1%	4.0%	7.1%
Crecimiento real acumulado (en dinero del año cero)	\$-47.46	\$-9.69	\$+134.18	\$-17.36

16. a) $12 \times 1.01 \times 1.011 \times 1.014 \times 1.007 \times 1.021 \times 1.015 \times 1.016 \times 1.013 \times 1.02 \times 1.01 \times 1.018 \times 1.021 = 14.28$

$$b) 14.28 \times 1.05 = 15.00$$

$$o \frac{0.05}{12} = 0.0041$$

$$14.28 \times 1.0141 \times 1.015 \times 1.0241 \times 1.0181 \times 1.0111 \times 1.0251 \times 1.0191 \times 1.0201 \times 1.0171 \times 1.0141 \times 1.0221 \times 1.0251 = 15.00$$

17. El valor debió haber crecido a $100\,000(1.08)^{10} = \$215\,892$

Pero creció a un valor de:

$$F = 15 \left[\frac{(1+0.08)^5 - 1}{0.08} \right] (1+0.08)^5 + 17 \left[\frac{(1+0.08)^5 - 1}{0.08} \right] +$$

$$100 = 339.023 \frac{339.032}{215.892} - 1 = 52.4\%$$

18.

Pagos	1	2	3	4	5
Año (inicio)	0	1	2	3	4
Dinero en el banco	42000	35200	26400	15242	1312
Pago de colegio	10000	11200	12544	14049	15735
Neto en banco después de pago	32000	24000	13856	1193	14423

Al principio del quinto año le faltarán \$14 423 para pagar la educación de su hijo.

19. a) Sin inflación y sin financiamiento. TMAR = 0.08.

Año	D
1	$5/15 (3.8 - 0.8) = 1.0$
2	$4/15 (3) = 0.8$
3	$3/15 (3) = 0.6$
4	$2/15 (3) = 0.4$
5	$3/15 (3) = 0.2$

Estado de resultados

	1	2	3	4	5
+ Beneficio	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
- Depreciación	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2
= UAI	1.5	1.7	1.9	2.1	2.3
- Impuestos 50%	0.75	0.85	0.95	1.05	1.15
= UDI	0.75	0.85	0.95	1.05	1.15
+ Depreciación	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2
= FNE	1.75	1.65	1.55	1.45	1.35

$$VPN = -3.8 + \frac{1.75}{(1.08)^1} + \frac{1.65}{(1.08)^2} + \frac{1.55}{(1.08)^3} + \frac{1.45}{(1.08)^4} + \frac{1.35 + 0.8}{(1.08)^5} = \$ + 2.996$$

b) Con financiamiento y con inflación:

Año	
1	$5/15 (3) (1.12)^1 = 1.12$
2	$4/15 (3) (1.12)^2 = 1.0035$
3	$3/15 (3) (1.12)^2 (1.15) = 1.8655$
4	$2/15 (3) (1.12)^2 (1.15)^2 = 1.6635$
5	$1/15 (3) (1.12)^2 (1.15)^3 = 1.381$

Préstamo:

$$A = 1.5 \left[\frac{0.18(0.18)^5}{(1.08)^5 - 1} \right] = \$0.4796$$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Anualidad	Pago principal	Saldo
0				1.5
1	0.27	0.479	0.209	1.291
2	0.232	0.479	0.246	1.044
3	0.187	0.479	0.292	0.752
4	0.135	0.479	0.344	0.408
5	0.0734	0.479	0.407	0

Estado de resultados

	1	2	3	4	5
+ Ingreso	2.8	3.136	3.606	4.147	4.769
- Depreciación	1.12	1.003	0.865	0.663	0.381
- Interés	0.27	0.232	0.187	0.135	0.073
= UAI	1.41	1.901	2.554	3.349	4.314
- Impuestos	0.705	0.950	1.277	1.6745	2.157
= UDI	0.705	0.950	1.277	1.6745	2.157
+ Depreciación	1.12	1.003	0.865	0.663	0.381
- Pago a principal	0.209	0.246	0.292	0.344	0.405
= FNE	1.616	1.707	1.805	1.993	2.132

$$VS = 0.8 (1.12)^2 (1.15)^3 = \$1.5262$$

$$\text{TMAR inflada, años 1 y 2} = 0.08 + 0.12 + 0.08 \times 0.12 = 0.2096$$

TMAR mixta, años 1 y 2

$$\text{Inversionista } 2.3/3.8 \times 0.2096 = 0.1268$$

$$\text{Banco } 1.5/3.8 \times 0.18 = \underline{0.071}$$

$$= 0.1978$$

$$\text{TMAR inflada, años 3, 4 y 5} = 0.08 + 0.15 + 0.08 \times 0.15 = 0.242$$

TMAR mixta, años 3, 4 y 5

$$\text{Inversionista } 2.3/3.8 \times 0.242 = 0.1464$$

$$\text{Banco } 1.5/3.8 \times 0.18 = \underline{0.071}$$

$$= 0.2174$$

$$\text{VPN} = -2.3 + \frac{1.616}{(1.1978)^1} + \frac{1.707}{(1.1978)^2} + \frac{1.850}{(1.1978)^3 + (1.2174)} + \frac{1.993}{(1.1978)^2 + (1.2174)^2} + \frac{2.132 + 1.5262}{(1.1978)^2 + (1.2174)^3} = \$ + 3.269$$

21. $P = 130\,000$; $VS = 30\,000$

Depreciación

Año	
1	$6/21 (100\,000) = 28\,571 (1.09)^1 = 31\,142$
2	$5/21 (100\,000) = 23\,809 (1.09)^2 = 28\,287$
3	$4/21 (100\,000) = 19\,047 (1.09)^3 = 24\,666$
4	$3/21 (100\,000) = 14\,285 (1.09)^4 = 20\,164$
5	$2/21 (100\,000) = 9\,523 (1.09)^5 = 14\,652$
6	$1/21 (100\,000) = 4\,762 (1.09)^6 = 7\,986$

Préstamo: $A = 40\,000(A/P, 11\%, 5) = 10\,822.81$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Anualidad	Pago a capital	Deuda después de pago
0				40000
1	4400.0	10822.81	6422.81	33577.19
2	3693.5	10822.81	7129.32	26447.87
3	2909.2	10822.81	7913.54	18534.32
4	2038.8	10822.81	8784.03	9750.28
5	1072.5	10822.81	9750.28	0

a) VPN sin inflación ni financiamiento

Estado de resultados

	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	27000	27000	27000	27000	27000	27000
- Depreciación	28571	23809	19047	14285	9523	4762
= UAI	-1571	3191	7953	12715	17477	22238
- Impuestos 50%	-785.5	1595.5	3976.5	6357.5	8738.5	11119
= UDI	-785.5	1595.5	3976.5	6357.5	8738.5	11119
+ Depreciación	28571	23809	19047	14285	9523	4762
= FNE	27785.5	25404.5	23023.5	20642.5	18261.5	15881

$$VPN = -130000 + \frac{27785.5}{(1.06)^1} + \frac{25404.5}{(1.06)^2} + \frac{23023.5}{(1.06)^3} + \frac{20642.5}{(1.06)^4} + \frac{18261.5}{(1.06)^5} + \frac{15881 + 30000}{(1.06)^6} = +494.77$$

b)

Estado de resultados $f = 9\%$

	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	29430	32078.7	34965.8	38112.7	41542.8	45281.7
- Depreciación	31142	28287.0	24666.0	20164.0	14652.0	7986.0
- Interés	4400	3693.5	2909.3	2038.8	1072.1	0
= UAI	-6112	98.2	7390.5	15909.9	25818.7	37295.7
- Impuestos 50%	+3056	-49.1	3695.2	7954.9	12909.3	18647.8
= UDI	-3056	49.1	3695.3	7955.0	12909.4	18647.8
+ Depreciación	31142	28287.0	24666.0	20164.0	14652.0	7986.0
- Pago a capital	6422	7129.3	7913.5	8784	9750.3	0
= FNE	21664	21206.8	20447.7	19334.9	17811.1	26633.9

$$TMAR = 0.06 + 0.09 + 0.06 \times 0.09 = 0.1554$$

TMAR mixta

$$(90/130) 0.1554 = 0.1075846$$

$$(40/130) 0.11 = 0.0338$$

$$= 0.1414$$

$$VPN = -90000 + \frac{21664}{(1.1414)^1} + \frac{21206.8}{(1.1414)^2} + \frac{20447.7}{(1.1414)^3} + \frac{19334.9}{(1.1414)^4} + \frac{17811.1}{(1.1414)^5} +$$

$$\frac{26633.9 + 50313}{(1.1414)^5(1.1554)} = 13971.74$$

22.

Pago de deuda

Año	1	2	3	4	5
Pago	4400	4400	4400	4400	4400

$$VS = 10000(1.08)^5 = 14693$$

$$TMAR = 0.05 + 0.08 + 0.05 \times 0.08 = 0.134$$

$$TMAR \text{ mixta: } 0.636 \times 0.134 = 0.0852$$

$$0.363 \times 0.11 = 0.0400$$

$$= 0.1252$$

Depreciación

Año	
1	$5/15 (110 - 10) = 33\,333 (1.08)^1 = 36\,000$
2	$4/15 (110 - 10) = 26\,667 (1.08)^2 = 31\,103$
3	$3/15 (110 - 10) = 20\,000 (1.08)^3 = 25\,194$
4	$2/15 (110 - 10) = 13\,333 (1.08)^4 = 18\,139$
5	$1/15 (110 - 10) = 6\,667 (1.08)^5 = 9\,794$

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	22 500	24 300	26 244	28 344	30 611	33 060
- Depreciación		36 000	31 103	25 194	18 139	9 794
- Intereses		4 400	4 400	4 400	4 400	4 400
= UAI		-16 100	-9 259	-1 250	8 072	18 866
- Impuestos 50%		+8 050	+4 630	+625	-4 036	-9 433
= UDI		-8 050	-4 639	-625	4 036	9 433
+ Depreciación		36 000	31 103	25 194	18 139	9 794
- Pago a principal		0	0	0	0	-40 000
= FNE		27 950	26 474	24 569	22 175	-20 773

$$\begin{aligned}
 \text{VPN} &= -70\,000 + \frac{27\,950}{(1.125272)^1} + \frac{26\,474}{(1.125272)^2} + \frac{24\,569}{(1.125272)^3} + \frac{22\,175}{(1.125272)^4} \\
 &= \frac{14\,693 - 20\,773}{(1.125272)^5} = 3\,461
 \end{aligned}$$

23. $P = 2.5$; $VS = 0.4$; $n = 5$; $f = 8\%$

Depreciación

Año	
1	$5/15 (2.5 - 0.4) (1.08)^1 = 0.7560$
2	$4/15 (2.5 - 0.4) (1.08)^2 = 0.6531$
3	$3/15 (2.5 - 0.4) (1.08)^3 = 0.5290$
4	$2/15 (2.5 - 0.4) (1.08)^4 = 0.3800$
5	$1/15 (2.5 - 0.4) (1.08)^5 = 0.2050$

Deuda de \$1; pago anual $A = 1 \left[\frac{0.15(1.15)^5}{(1.15)^5 - 1} \right] = 0.2983$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Anualidad	Pago a capital	Deuda después de pago
0				1.000
1	0.1500	0.2983	0.1483	0.8517
2	0.1277	0.2983	0.1705	0.6811
3	0.1021	0.2983	0.1961	0.4849
4	0.0727	0.2983	0.2255	0.2593
5	0.0389	0.2983	0.2593	0

$$VS = 0.4 (1.08)^5 = 0.5877$$

$$TMAR_{f=8\%} = 0.1 + 0.08 + 0.1 \times 0.08 = 0.188$$

$$TMAR \text{ mixta } 0.6 \times 0.188 = 0.1128$$

$$0.4 \times 0.15 = 0.0600$$

$$\underline{0.1728}$$

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	0.72	0.7776	0.8398	0.9070	0.9795	1.0579
- Depreciación		0.7560	0.6531	0.5290	0.3800	0.2050
- Interés		0.1500	0.1277	0.1021	0.0727	0.0389
= UAI		-0.1284	0.0590	0.2759	0.5268	0.8140
- Impuestos 50%		+0.0642	-0.0295	0.1379	0.2634	0.4070
= UDI		-0.0642	0.0295	0.1380	0.2634	0.4070
+ Depreciación		0.7560	0.6531	0.5290	0.3800	0.2050
- Pago de capital		0.1483	0.1705	0.1961	0.2255	0.2593
= FNE		0.5435	0.5121	0.4701	0.4179	0.3527

$$VPN = -1.5 + \frac{0.5435}{(1.1728)^1} + \frac{0.5121}{(1.1728)^2} + \frac{0.4701}{(1.1728)^3} + \frac{0.4179}{(1.1728)^4} + \frac{0.3527 + 0.5877}{(1.1728)^5} =$$

$$0.2718$$

$$24. P = 600\,000; n = 5; VS = 100\,000;$$

$$D = \frac{600 - 100}{5} = 100\,000;$$

$$VS = 100\,000(1.09)^2(1.11)^3 = 162\,488$$

$$\text{Préstamo} = 210\,000; \text{anualidad } A = 210\,000 \left[\frac{0.15(1.15)^5}{(1.15)^5 - 1} \right] = 62\,646$$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Anualidad	Pago a capital	Deuda después de pago
0				210000
1	31 500	62 646.2	31 146	178854
2	26828	62 646.2	35818	143036
3	21 455	62 646.2	41 191	101 845
4	15 277	62 646.2	47 370	54 475
5	8 171	62 646.2	54 475	0

a)

Estado de resultados

	Años 1 a 5
+ Ingreso	160 000
- Depreciación	100 000
= UAI	60 000
- Impuestos 50%	30 000
= UDI	30 000
+ Depreciación	100 000
= FNE	130 000

$$VPN = -600\,000 + 130\,000 \left[\frac{(1.06)^5 - 1}{0.06(1.06)^5} \right] + \frac{100\,000}{(1.06)^5} = 22\,331.1$$

b)

Estado de resultados con financiamiento

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	160 000	174 400	190 096	211 007	234 217	259 981
- Depreciación	100 000	109 000	118 810	131 879	146 386	162 488
- Interés		31 500	26 828	21 455	15 277	8 171
= UAI		33 900	44 458	57 673	72 554	89 322
- Impuestos 50%		16 950	22 229	28 836	36 277	44 661
= UDI		16 950	22 229	28 837	36 277	44 661
+ Depreciación		109 000	118 810	131 879	146 386	162 488
- Pago de capital		31 146	35 818	41 191	47 370	54 475
= FNE		94 804	105 221	119 525	135 293	152 674

$$\text{TMAR}_{f,1-2} = 0.06 + 0.09 + 0.06 \times 0.09 = 1.1554$$

TMAR mixta años 1-2

$$0.65 \times 0.1554 = 0.10101$$

$$0.35 \times 0.15 = 0.0525$$

$$\underline{0.15351}$$

$$\text{TMAR}_{3,5} = 0.06 + 0.11 + 0.06 \times 0.11 = 0.1766$$

TMAR mixta años 3-5

$$0.65 \times 0.1766 = 0.11479$$

$$0.35 \times 0.15 = 0.0525$$

$$\underline{0.16729}$$

$$\text{VPN} = -390\,000 + \frac{94\,804}{(1.15351)^1} + \frac{105\,221}{(1.15351)^2} + \frac{119\,525}{(1.15351)^2(1.16729)^1} +$$

$$\frac{135\,293}{(1.15351)^2(1.16729)^2} + \frac{152\,674 + 162\,488}{(1.15351)^2(1.16729)^3}$$

$$\text{VPN} = 71\,725$$

25. $P = 1\,200$; $VS = 200$

Depreciación

Año		
1	$6/21 (1\,000) = 285.7 (1.18)$	$= 337.1$
2	$5/21 (1\,000) = 238.1 (1.18)^2$	$= 331.5$
3	$4/21 (1\,000) = 190.0 (1.18)^3$	$= 312.2$
4	$3/21 (1\,000) = 142.9 (1.18)^3 (1.2)$	$= 281.7$
5	$2/21 (1\,000) = 95.2 (1.18)^3 (1.2)^2$	$= 225.3$
6	$1/21 (1\,000) = 47.6 (1.18)^3 (1.2)^3$	$= 135.2$

Préstamo del banco A: anualidad $A = 250(A/P, 25\%, 6) = 84.704874$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Anualidad	Pago a capital	Deuda después de pago
0				250.0000
1	62.5000	84.7048	22.2048	227.7952
2	56.9488	84.7048	27.7560	200.0392
3	50.0098	84.7048	34.6950	165.3442
4	41.3360	84.7048	43.3687	121.9754
5	30.4938	84.7048	54.2109	67.7644
6	16.9411	84.7048	67.7636	0.0007

$$\text{Préstamo banco } B: \quad F = 300(1.28)^6 = 1\,319.414$$

$$\text{capital} = 300; \text{ intereses} = 1\,019.41$$

$$VS = 200(1.18)^3(1.2)^3 = 567.82$$

$$TMAR_{1-3} = 0.1 + 0.18 + 0.1 \times 0.18 = 0.298$$

TMAR mixta 1-3

$$\frac{25}{120}(0.25) + \frac{30}{120}(0.28) + \frac{650}{(1200)}(0.298) = 0.2835$$

$$TMAR_{4-6} = 0.1 + 0.2 + 0.1 \times 0.2 = 0.320$$

TMAR mixta 4-6

$$\frac{250}{1200}(0.25) + \frac{300}{1200}(0.28) + \frac{650}{1200}(0.32) = 0.2954$$

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	320	376.6	445.6	525.8	630.9	757.1	908.6
- Depreciación		337.1	331.5	312.2	281.7	225.3	135.2
- Interés		62.5	56.9	50.0	41.3	30.5	1036.3
= UAI		-22.0	57.2	163.6	307.9	501.3	-262.9
- Impuestos 50%		11.0	-28.6	-81.8	-153.9	-250.6	131.4
= UDI		-11.0	28.6	81.8	154.0	250.7	-131.5
+ Depreciación		337.1	331.5	312.2	281.7	225.3	135.2
- Pago de capital		22.2	27.8	34.7	43.4	54.2	367.8
= FNE		303.9	332.3	359.3	392.3	421.8	-364.1

$$VPN = -650 + \frac{303.9}{(1.2835)^1} + \frac{332.3}{(1.2835)^2} + \frac{359.3}{(1.2835)^3} + \frac{392.3}{(1.2835)^3(1.2954)^1} + \frac{421.8}{(1.2835)^3(1.2954)^2} + \frac{567.82 - 364.1}{(1.2835)^3(1.2954)^3} = 264.87$$

26. $P = 200\,000$; $VS = 20\,000$; $n = 4$

Depreciación (en miles)

Año		
1	$4/10 (200 - 20) = 72 (1.07)$	= 77.04
2	$3/10 (200 - 20) = 54 (1.07)^2$	= 61.82
3	$2/10 (200 - 20) = 36 (1.07)^2(1.12)$	= 46.16
4	$1/10 (200 - 20) = 18 (1.07)^2(1.12)^2$	= 25.85

$$VS = 20\,000(1.07)^2(1.12)^2 = 28\,723.2$$

$$\text{Préstamo: } F = 50\,000(1.18)^4 = 96\,938.9$$

Se pagarán al final del año 4: \$50 000 de capital y \$46 938.9 de intereses.

a)

Estado de resultados sin inflación ni préstamo (en miles)

	1	2	3	4
+ Ingreso	68	68	68	68
- Depreciación	72	54	36	18
= UAI	-4	14	32	50
- Impuestos 50%	2	-7	-16	-25
= UDI	-2	7	16	25
+ Depreciación	72	54	36	18
= FNE	70	61	52	43

$$VPN = -200\,000 + \frac{70\,000}{(1.09)^1} + \frac{61\,000}{(1.09)^2} + \frac{52\,000}{(1.09)^3} + \frac{43\,000 + 200\,000}{(1.09)^4} = 347$$

$$TIR = 9.081\%$$

b)

Estado de resultados con inflación y préstamo (en miles)

	0	1	2	3	4
+ Ingreso	68	72.76	77.85	87.19	97.659
- Depreciación		77.04	61.82	46.16	25.851
- Interés		0	0	0	46.9389
= UAI		-4.28	16.03	41.03	24.869
- Impuestos 50%		2.14	8.01	20.51	12.434
= UDI		-2.14	8.02	20.52	12.434
+ Depreciación		77.04	61.82	46.16	25.851
+ Pago capital		0	0	0	50.000
= UDI		74.90	69.835	66.675	-11.714

TMAR años 1-2

$$0.09 + 0.07 + 0.09 \times 0.07 = 0.1663;$$

TMAR mixta años 1-2

$$0.750 \times 0.1663 = 0.124725$$

$$0.25 \times 0.18 = 0.045$$

$$\underline{\underline{0.169725}}$$

TMAR años 3-4

$$0.09 + 0.12 + 0.09 \times 0.12 = 0.2208;$$

TMAR años 3-4

$$0.750 \times 0.2208 = 0.1656$$

$$0.25 \times 0.18 = 0.045$$

$$\frac{0.2106}{0.2106}$$

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -(200\,000 - 50\,000) + \frac{74\,900}{(1.169725)^1} + \frac{69\,835}{(1.169725)^2} + \frac{66\,675}{(1.1697)^2(1.2106)^1} + \\ & \frac{28\,723 - 11\,714}{(1.1697)^2(1.2106)^2} = 13\,806.4 \end{aligned}$$

27. Cálculo del director: plan I

$$\begin{aligned} D = \frac{125 - 11}{6} = 19\,000; F = 42\,000(1.15)^6 = 97\,148; \text{interés} = 97\,148 - 42\,000 \\ = 55\,149 \end{aligned}$$

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	27 000	29 700	32 670	35 937	39 531	43 484	47 832
- Depreciación	19 000	20 900	22 990	25 289	27 818	30 600	33 660
- Interés	0	0	0	0	0	0	55 149
= UAI	8 000						-40 977
- Impuestos 40%	4 000						+20 488.5
= UDI	4 000						-20 488.5
+ Depreciación	19 000						33 660
- Pago de capital	0	0	0	0	0	0	-42 000
= FNE	23 000	25 300	27 830	30 613	33 674	37 042	-28 828.5

$$\text{TMAR} = 0.1 + 0.08 + 0.1 \times 0.08 = 0.188;$$

TMAR mixta

$$0.188 \times 0.664 = 0.124832$$

$$0.15 \times 0.336 = 0.0504$$

$$\frac{0.1752}{0.1752}$$

$$\text{VS} = 11\,000(1.1)^6$$

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -(125\,000 - 42\,000) + \frac{25\,300}{(1.1752)^1} + \frac{27\,830}{(1.1752)^2} + \frac{30\,613}{(1.1752)^3} + \frac{33\,674}{(1.1752)^4} + \\ & \frac{37\,042}{(1.1752)^5} + \frac{19\,487 - 28\,828}{(1.1752)^5} = 8\,173.26 \end{aligned}$$

Cálculo del gerente financiero. Plan II. Depreciación por SDA.

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Pago a capital	Saldo insoluto
1	6 300	7 000	35 000
2	5 250	7 000	28 000
3	4 200	7 000	21 000
4	3 150	7 000	14 000
5	2 100	7 000	7 000
6	1 050	7 000	0

Depreciación (en miles)

Año	
1	$6/21 (125 - 11) (1.1)^1 = 35 828$
2	$5/21 (125 - 11) (1.1)^2 = 32 843$
3	$4/21 (125 - 11) (1.1)^3 = 28 901$
4	$3/21 (125 - 11) (1.1)^4 = 23 844$
5	$2/21 (125 - 11) (1.1)^5 = 17 485$
6	$1/21 (125 - 11) (1.1)^6 = 9 618$

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	27 000	29 700	32 670	35 937	39 531	43 484	47 832
- Depreciación		35 828	32 843	28 901	23 844	17 485	9 618
- Interés		6 300	5 250	4 200	3 150	2 100	1 050
= UAI		-12 428	-5 433	2 836	12 537	23 899	37 164
- Impuestos 50%		+6 214	+ 2 716	-1 418	6 269	11 950	18 582
= UDI		-6 214	-2 717	1 418	6 268	11 949	18 582
+ Depreciación		35 828	32 843	28 901	23 844	17 485	9 618
- Pago de capital		-7 000	-7 000	-7 000	-7 000	-7 000	-7 000
= FNE		22 614	23 126	23 319	23 113	22 434	21 200

$$\text{TMAR mixta} = 0.1752; \text{VS} = 19 487$$

$$\text{VPN} = -83000 + \frac{22614}{(1.1752)^1} + \frac{23126}{(1.1752)^2} + \frac{23319}{(1.1752)^3} + \frac{23113}{(1.1752)^4} + \frac{22434}{(1.1752)^5} + \frac{21200 - 19487}{(1.1752)^6} = 4924.94$$

28. a) $P = 560\,000$; $n = 5$; $VS = 60\,000$; ingreso = $145\,000$; $D = \frac{560 - 60}{5} = 100\,000$

Estado de resultados

	Años 1 a 5
+ Ingreso	145 000
- Depreciación	100 000
= UAI	45 000
- Impuestos 40%	18 000
= UDI	27 000
+ Depreciación	100 000
= FNE	127 000

$$\text{VPN} = -560 + 127(P/A, 10\%, 5) + 60(P/F, 10\%, 5) = -41\,310$$

$$\text{TIR} = 7.22\% < 10\%$$

b) Préstamo: $F = 200\,000(1.12)^5 = 352\,468$

Interés = 152 468; capital = 200 000

Estado de resultados (en miles)

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	145 000	155.15	166.01	177.63	190.06	203.37
- Depreciación		107.00	114.49	122.50	131.08	140.25
- Interés		0	0	0	0	-152.46
= UAI		48.15	51.52	55.13	58.98	-89.34
- Impuestos 40%		19.26	20.61	22.05	23.59	35.74
= UDI		28.89	30.91	33.08	35.39	-53.60
+ Depreciación		107.00	114.49	122.50	131.08	140.25
- Pago capital		0	0	0	0	-200.00
= FNE		135.89	145.40	155.58	166.47	-113.35

$$\text{TMAR} = 0.1 + 0.07 + 0.07 \times 0.1 = 0.177$$

$$\text{TMAR mixta: } 0.12 \times 0.3571 = 0.0428$$

$$0.177 \times 0.6428 = 0.1137$$

$$\underline{\underline{0.15664}}$$

$$VS = 60\,000(1.07)^5 = 84\,153$$

$$VPN = -360\,000 + \frac{135\,890}{(1.1566)^1} + \frac{145\,400}{(1.1566)^2} + \frac{155\,580}{(1.1566)^3} + \frac{166\,470}{(1.1566)^4} +$$

$$\frac{84\,153 - 113\,350}{(1.1566)^5}$$

$$VPN = 45\,624.8$$

$$TIR = 21.86\% > 15.66\%$$

29. $P = 330\,000$; $VS = 30\,000$; $n = 5$

Depreciación con inflación

Año			
1	5/15 (330 000 - 30 000)	(1.25) ¹	= 125
2	4/15 (330 000 - 30 000)	(1.25) ²	= 125
3	3/15 (330 000 - 30 000)	(1.25) ³	= 117.18
4	2/15 (330 000 - 30 000)	(1.25) ³ (1.3)	= 101.56
5	1/15 (330 000 - 30 000)	(1.25) ³ (1.3) ²	= 66.02

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	Pago a capital	Saldo insoluto
0			150 000
1	42 000	30 000	120 000
2	33 600	30 000	90 000
3	25 200	30 000	60 000
4	16 800	30 000	30 000
5	8 400	30 000	0

$$TMAR_{\text{años 1-3}} = 0.1 + 0.25 + 0.1 \times 0.25 = 0.375$$

$$TMAR \text{ mixta años 1-3} = \frac{180}{330} \times 0.375 + \frac{150}{330} \times 0.28 = 0.3317$$

$$TMAR_{\text{años 4-5}} = 0.1 + 0.3 + 0.1 \times 0.3 = 0.43$$

$$TMAR \text{ mixta años 4-5} = \frac{180}{330} \times 0.43 + \frac{150}{330} \times 0.28 = 0.3617$$

$$VS = 30\,000(1.25)^3(1.3)^2 = 99\,020$$

Estado de resultados (en miles)

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	92	115.00	143.75	179.68	233.58	303.64
- Depreciación		125.00	125.00	117.18	101.56	66.02
- Interés		42.00	33.60	25.20	16.80	8.40
= UAI		-52.00	-14.85	37.30	115.22	229.23
- Impuestos 50%		+ 26.00	+ 7.42	-18.65	-57.61	-114.62
= UDI		-26.00	-7.43	18.65	57.61	114.62
+ Depreciación		125.00	125.00	117.18	101.56	66.02
- Pago de capital		-30.00	-30.00	-30.00	-30.00	-30.00
= FNE		69.00	87.58	105.83	129.17	150.64

$$VPN = -180000 + \frac{69000}{(1.3317)^1} + \frac{87580}{(1.3317)^2} + \frac{105830}{(1.3317)^3} + \frac{129170}{(1.3317)^3(1.3617)^1} + \frac{150640 + 99020}{(1.3317)^3(1.3617)^2} =$$

VPN = 63 189.7. Aceptar inversión

$$30. 121948 = \frac{32800}{(1+i)^1(1.2)^1} + \frac{45300}{(1+i)^2(1.2)^2} + \frac{50000}{(1+i)^3(1.2)^2(1.28)^1} + \frac{52000}{(1+i)^4(1.2)^2(1.28)^2} + \frac{61700 + 80000}{(1+i)^5(1.2)^2(1.28)^3}$$

 $i = \text{premio al riesgo} = 8\% \text{ anual}$

$$31. P = 4; VS = 1; n = 5; VS = 1(1.2)^5 = 2.488$$

Depreciación con inflación

Año	
1	$5/15 (4 - 1) (1.2)^1 = 1.200$
2	$4/15 (4 - 1) (1.2)^2 = 1.152$
3	$3/15 (4 - 1) (1.2)^3 = 1.036$
4	$2/15 (4 - 1) (1.2)^4 = 0.829$
5	$1/15 (4 - 1) (1.2)^5 = 0.497$

$$\text{TMAR}_j = 0.1 + 0.2 + 0.1 \times 0.2 = 0.32; \text{TMAR mixta} = 0.32 \times 0.375 + 0.32 \times 0.625 = 0.32$$

Tabla de pago de la deuda. Préstamo \$1.5

Año	Interés	Pago a capital	Saldo insoluto
0			1.500
1	0.480	0.300	1.200
2	0.384	0.300	0.900
3	0.288	0.300	0.600
4	0.192	0.300	0.300
5	0.096	0.300	0

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	0.94	1.128	1.3536	1.6243	1.9491	2.3390
- Depreciación		1.200	1.1520	1.0360	0.8290	0.4976
- Interés		0.480	0.384	0.2880	0.1920	0.0960
= UAI		-0.0552	-0.1464	0.2995	0.9277	1.7450
- Impuestos 50%		0.276	+0.0732	-0.1497	-0.4639	-0.8727
= UDI		+0.276	-0.0732	0.1498	0.4638	0.8727
+ Depreciación		1.200	1.1520	1.0360	0.8290	0.4976
- Pago de capital		-0.300	-0.3000	-0.300	0.3000	0.3000
= FNE		0.624	0.7608	0.8866	0.9933	1.0703

$$\text{VPN} = -2.5 + \frac{0.624}{(1.32)^1} + \frac{0.7608}{(1.32)^2} + \frac{0.8866}{(1.32)^3} + \frac{0.9933}{(1.32)^4} + \frac{1.0703 + 2.488}{(1.32)^5} = 0.0099$$

TIR = 32.3255% > TMAR mixta = 32% aceptar inversión.

$$32. \quad 371658.78 = \frac{135000}{(1+f)(1.08)} + \frac{154000}{(1+f)^2(1.08)^2} + \frac{154000}{(1+f)^2(1.08)^3(1.35)} + \frac{154000}{(1+f)^2(1.08)^4(1.35)^2} + \frac{154000 + 500000}{(1+f)^2(1.08)^5(1.35)^3} +$$

$f = 30\%$ en cada uno de los años 1 y 2.

33. $P = 600$; $n = 5$; $VS = 100$

Año		
1	$5/15 (500) (1.15)$	$= 191.6$
2	$4/15 (500) (1.15)^2$	$= 176.3$
3	$3/15 (500) (1.15)^3$	$= 152.1$
4	$2/15 (500) (1.15)^3 (1.2)$	$= 121.5$
5	$1/15 (500) (1.15)^3 (1.2)^2$	$= 72.9$

$$VS = 100(1.15)^3(1.2)^2 = 219$$

Préstamo \$150. Sólo pago de interés cada año.

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	185	212.7	244.7	281.4	337.6	405.2
- Depreciación		191.6	176.3	152.1	121.5	72.9
- Interés		30.0	30.0	30.0	30.0	30.0
= UAI		-8.9	38.4	99.3	186.1	302.3
- Impuestos 50%		+4.45	-19.2	-49.6	93.0	151.2
= UDI		-4.45	19.2	49.7	93.1	151.2
+ Depreciación		191.6	176.3	152.1	121.5	72.9
- Pago de capital		0	0	0	0	150.0
= FNE		187.2	195.5	201.8	214.1	74.1

$$\text{TMAR años 1-3} = 0.1 + 0.15 + 0.1 \times 0.15 = 0.265$$

$$\text{TMAR mixta años 1-3: } 0.75 \times 0.265 = 0.19875$$

$$\begin{aligned} 0.25 \times 0.2 &= 0.05 \\ \hline &0.24875 \end{aligned}$$

$$\text{TMAR años 4-5} = 0.1 + 0.2 + 0.1 \times 0.2 = 0.32$$

$$\text{TMAR mixta años 4-5: } 0.75 \times 0.32 = 0.24$$

$$\begin{aligned} 0.25 \times 0.2 &= 0.05 \\ \hline &0.29 \end{aligned}$$

$$\text{VPN} = -450 + \frac{187.2}{(1.24875)^1} + \frac{195.5}{(1.24875)^2} + \frac{201.8}{(1.24875)^3} + \frac{214.1}{(1.24875)^3(1.29)} +$$

$$\frac{219 + 74.1}{(1.24875)^3(1.29)^2} = 104.79$$

$$34. P = 500; VS = 100; n = 8; \frac{500 - 100}{8} = 50$$

Préstamo 1 = 120; pago al final del año 8 = $120(1.35)^8 = 1\,323.88$

Intereses = $1\,323.88 - 120 = 1\,203.88$; capital = 120

Préstamo 2 = 80; $A = 80(A/P, 40\%, 8) = 34.3259$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	A	Pago de capital	Saldo insoluto
0				80.0000
1	32.0000	34.3259	2.3259	77.6740
2	31.0696	34.3259	3.2563	74.4176
3	29.7670	34.3259	4.5588	69.8588
4	27.9435	34.3259	6.3824	63.4764
5	25.3905	34.3259	8.9353	54.5410
6	21.8164	34.3259	12.5095	42.0315
7	16.8126	34.3259	17.5133	24.5182
8	9.8072	34.3259	24.5186	0.0004

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
+ Ingreso	65.00	84.50	109.85	142.81	185.65	241.34	313.74	407.87	530.22
- Depreciación	50.00	65.00	84.50	109.85	142.81	185.65	241.34	313.74	407.87
- Interés 1		0	0	0	0	0	0	0	1 203.88
- Interés 2		32.00	31.07	29.77	27.94	25.39	21.82	16.81	9.81
= UAI		-12.50	-5.72	3.19	14.90	30.30	50.58	77.32	-1 091.34
- Impuestos 50%		+ 6.25	+2.86	-1.59	-7.45	-15.15	-25.29	-38.66	+545.67
= UDI		-6.25	-2.86	1.60	7.45	15.15	25.29	38.66	-545.67
+ Depreciación		65.00	84.50	109.85	142.81	185.65	241.34	313.74	407.87
- Pago capital 1		0	0	0	0	0	0	0	-120.00
- Pago capital 2		-2.33	-3.26	-4.56	-6.38	-8.93	-12.51	-17.51	-24.52
= FNE		56.42	78.38	106.89	143.88	191.87	254.12	352.40	-232.32

$$VS = 100(1.3)^8 = 815.73$$

$$TMAR_f = 0.1 + 0.3 + 0.1 \times 0.3 = 0.43$$

$$TMAR \text{ mixta Empresa } 0.6 \times 0.43 = 0.258$$

$$\text{Banco 1 } 0.24 \times 0.35 = 0.084$$

$$\text{Banco 2 } 0.16 \times 0.40 = 0.064$$

$$0.406$$

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -(500 - 200) + \frac{56.42}{(1.406)^1} + \frac{78.38}{(1.406)^2} + \frac{106.89}{(1.406)^3} + \frac{143.88}{(1.406)^4} + \frac{191.87}{(1.406)^5} + \\ & \frac{254.12}{(1.406)^6} + \frac{352.40}{(1.406)^7} + \frac{815.73 - 282.32}{(1.406)^8} \\ \text{VPN} = & -9.759. \text{ Rechazar inversión.} \end{aligned}$$

35. $P = 550$; $VS = 50$; $n = 5$; $VS = 50(1.35)^4(1.42) = 235.82$

Depreciación

Año		
1	5/15 (500) (1.35)	= 225
2	4/15 (500) (1.35) ²	= 243
3	3/15 (500) (1.35) ³	= 246
4	2/15 (500) (1.35) ⁴	= 221.4
5	1/15 (500) (1.35) ⁴ (1.42)	= 157.2

Préstamo = 225 $A = 225(A/P, 30\%, 5) = 92.38$

Tabla de pago de la deuda

Año	Interés	A	Pago de capital	Deuda después de pago
0				225
1	67.50	92.38	24.88	200.12
2	60.03	92.38	32.34	167.77
3	50.33	92.38	42.04	125.72
4	37.71	92.38	54.66	71.06
5	21.31	92.38	71.06	0.00

TMAR años 1-4 = $0.12 + 0.35 + 0.12 \times 0.35 = 0.512$

TMAR año 5 = $0.12 + 0.42 + 0.12 \times 0.42 = 0.5904$

TMAR mixta años 1-4

TMAR mixta año 5

$$\frac{325}{550} \times 0.512 = 0.3025$$

$$\frac{325}{550} \times 0.5904 = 0.3488$$

$$\frac{225}{550} \times 0.3 = \frac{0.1227}{0.4252}$$

$$\frac{225}{550} \times 0.3 = \frac{0.1227}{0.4716}$$

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5
+ Ingreso	120	162.0	218.7	295.2	398.6	566.0
- Depreciación		225.0	243.0	246.0	221.4	157.2
- Interés		67.5	60.0	50.3	37.7	21.3
= UAI		-130.5	-84.3	-1.1	139.5	387.5
- Impuestos 50%		+65.25	+42.15	+0.55	-69.75	-193.75
= UDI		-65.25	-42.2	-0.5	69.75	193.75
+ Depreciación		225.0	243.0	246.0	221.4	157.2
- Pago de capital		24.9	-32.3	-42.0	-54.7	-71.1
= FNE		134.9	168.6	203.5	236.5	279.9

$$\begin{aligned}
 \text{VPN} &= -325 + \frac{134.9}{(1.4252)^1} + \frac{168.6}{(1.4252)^2} + \frac{203.5}{(1.4252)^3} + \frac{236.5}{(1.4252)^4} + \\
 &\quad \frac{279.9 + 235.82}{(1.4252)^4 (1.4716)} = \\
 \text{VPN} &= 65.22
 \end{aligned}$$

$$36. P = 500; VS = 50; n = 6; D = \frac{500 - 50}{6} = 75$$

Préstamo = 200; pago al final del año 6 $F = 200(1.32)^6 = 1\,057.97$
 Pago de \$200 capital; \$857.97 de intereses.

Estado de resultados

	0	1	2	3	4	5	6
+ Ingreso	170	212.5	272	353.6	459.7	597.6	776.9
- Interés		0	0	0	0	0	858
- Depreciación	75	93.8	120	156	202.8	263.6	342.7
= UAI		118.7	152	197.6	256.9	334	-423.8
- Impuestos 50%		-59.3	-76	-98.8	-128.4	-167.0	+211.9
= UDI		59.4	76	98.8	128.5	167.0	-211.9
+ Depreciación		93.8	120	156.0	202.8	263.6	342.7
- Pago de capital		0	0	0	0	0	200
= FNE		153.2	196	254.8	331.3	430.6	-69.2

$$VS = 50(1.35)(1.28)(1.3)^4 = 228.5$$

$$\text{TMAR}_1 = 0.1 \times 0.25 + 0.1 \times 0.25 = 0.375$$

$$\text{TMAR}_2 = 0.1 + 0.28 + 0.1 \times 0.28 = 0.408$$

$$\text{TMAR}_{3-6} = 0.1 + 0.3 + 0.1 \times 0.3 = 0.43$$

$$\text{TMAR mixta año 1: } \frac{200}{500} \times 0.32 + \frac{300}{500} \times 0.375 = 0.353$$

$$\text{TMAR mixta año 2: } \frac{200}{500} \times 0.32 + \frac{300}{500} \times 0.408 = 0.3728$$

$$\text{TMAR mixta años 3-6: } \frac{200}{500} \times 0.32 + \frac{300}{500} \times 0.43 = 0.386$$

$$\begin{aligned} \text{VPN} = & -300 + \frac{153.2}{(1.353)^1} + \frac{196}{(1.353)^1(1.3728)^1} + \frac{254.8}{(1.353)^1(1.3728)^1(1.386)^1} + \\ & \frac{331.3}{(1.353)^1(1.3728)^1(1.386)^2} + \\ & \frac{430.6}{(1.353)^1(1.3728)^1(1.386)^3} + \frac{228.5 - 69.2}{(1.353)^1(1.3728)^1(1.386)^4} = 220.7 \end{aligned}$$

$$37. \text{VPN} = 0 = -500 + \frac{80}{(1+i)^2} + \frac{20}{(1+i)^3} + \frac{90}{(1+i)^4} + \frac{100+550}{(1+i)^5}$$

$i = 0.1220251113$ que equivale a la TMAR con inflación

TMAR = $i + f + if$; si $f = 0.11$, entonces:

$$0.1220251113 = 0.11 + f + 0.11f$$

$$i = 0.0108334 \text{ o } i = 1.08334\%$$

Capítulo 7

$$1. \text{ Con la fórmula } P = \frac{F}{\left[1 + i \left(\frac{m}{360}\right)\right]^m}; 82.75 = \frac{100}{\left[1 + i \left(\frac{91}{360}\right)\right]^4}$$

Despejando: $i = 20.84592\%$

Nota: Se debe utilizar la fórmula 7.1 para el cálculo directo. Si se quiere utilizar la fórmula 7.3 para el cálculo, se obtendrá la i anual que no se puede utilizar para convertir directamente a rendimiento de 91 días, dividiendo $\frac{i_{\text{anual}}}{4}$, a menos que con-

sidere que $\frac{360}{91} = 3.956044$. Utilice esta consideración para resolver problemas similares.

$$2. P = \frac{100}{\left[1 + 0.0825 \left(\frac{182}{360}\right)\right]} = \$95.785441$$

$$3. 2872529 = \frac{3000000}{\left[1 + i \left(\frac{91}{360}\right)\right]} \text{ despejando } i = 0.1755529 \text{ o } 17.55529\%$$

$$P = \frac{3000000}{\left[1 + 0.1755529 \left(\frac{63}{360}\right)\right]} = 2910581.8$$

Nota: Recuerdese que quien compra los Cetes, en 63 días recibirá 3 millones.

$$4. 987610 = \frac{1000000}{\left[1 + i \left(\frac{70}{360}\right)\right]} \text{ despejando } i = 6.45193\% \text{ anual}$$

Respuesta: No se deben adquirir por el rendimiento y por el riesgo que se tiene al comprar PC.

$$5. P = \frac{1000000}{\left[1 + 0.085 \left(\frac{56}{360}\right)\right]} = \$986950.32$$

$$6. a) \text{ Pago de interés semestral} = 1000 \times \frac{0.12}{2} = \$60; i_{\text{semestral}} = \frac{0.12}{2} = 0.06$$

$$\text{La } i \text{ del mercado baja a } 9.6\% \text{ anual; } i_{\text{semestral}} = \frac{0.096}{2} = 0.048$$

El pago de interés permanece constante:

$$P = 60 \left[\frac{(1.048)^{10} - 1}{0.048(1.048)^{10}} \right] + \frac{1000}{(1.048)^{10}} + 60 = \$1153.567$$

$$b) 1153.567 - 60 = \$1093.567$$

$$7. \text{ Pago semestral } i = \frac{0.098}{2} = \times 30000000 = 1470000$$

$$\text{Nuevo interés } i = \frac{0.1264}{2} = 0.0632$$

$$P = 1474000 \left[\frac{(1.0632)^{30} - 1}{0.0632(1.0632)^{30}} \right] + \frac{30000000}{(1.0632)^{30}} = \$24\,384\,838.16$$

$$8. i = \frac{0.1025}{360} = 0.00028472222$$

Intereses ganados = $3000 \times 0.00028472222 \times 112 = \95.6666
 Total al final de 112 días = \$3 095.66 dólares.

$$10. d = Pi = 95 \times 0.115 = \$10.925$$

$$\text{Número de acciones} = \frac{60000}{10.925} = 5492 \text{ acciones.}$$

$$12. P = \frac{33.30}{(1.264)^1} + \frac{38.63}{(1.264)^2} + \frac{44.81}{(1.264)^3} + \frac{51.98}{(1.264)^4} = \$93.08$$

$$K_{ac} = 0.075 + 0.189 = 0.264$$

$$13. a) P = \frac{34.965}{(1.264)^1} + \frac{36.71}{(1.264)^2} + \frac{38.55}{(1.264)^3} = \$69.72$$

$$b) P = \frac{38.63}{(1.264)^1} + \frac{44.81}{(1.264)^2} + \frac{51.98}{(1.264)^3} = \$84.35$$

Pérdida de valor = $84.35 - 69.72 = \$14.63$ por cada acción.



ÍNDICE

A

- Acciones, 383
 - al menudeo, 341
 - Bimbo L, 363
 - bursátiles, 335
 - comunes, 364-365
 - comunes sin derecho a voto, 365
 - convertibles, 364
 - ordinarias, 364
 - preferentes, 363
 - valuación de, 363, 364, 365
- Acreedores, 435
- Activo, 136
 - circulante, 189
 - diferido, 189
 - fijo, 189
- Activo circulante, 192
 - acciones, 192
 - bancos, 192
 - bonos, 192
 - caja, 192
 - inventario, 192
 - valores, 192
- Activos del portafolio, 349
 - calidad de los, 349
- Actualización de la deducción por depreciación, 419
- Acuerdo de signos, 136
 - de Bretton Woods, 332
- Adquisición del dispositivo, 208
- Agua potable, 399

- Ahorradores, 335
 - confianza de los, 336
 - tasas de interés para los, 337
- Ahorro de impuestos, 222
- Ajustabonos, 338
- Alfabetizar, 397
- Alimento, 386
- Alternativa
 - de investigación, 255
 - de menor a mayor inversión, 142
 - de menor inversión, 143
 - hacer nada, 153
 - valuación de, 352
- Amortización, 184
 - fiscal, 184
 - Departamento de Defensa, 380
 - en Estados Unidos, 388-395
 - en Latinoamérica, 395
 - pasos del, 380
 - problemas metodológicos del, 380-385
- Análisis
 - alternativa hacer nada, 153
 - comparaciones alternativas, 149
 - costo-efectividad, 396
 - económico en ingeniería, 4
 - equivalente capitalizado, 152
 - incremental, 134, 140
 - recuperación de capital, 150
 - reemplazo de equipo, 144
 - secuencias de paso para el, 143
 - uso del, 144
- Análisis posoperativo, 193

- Análisis que excluye inflación, 247
- Anualidad, 46
- Apoyo financiero, 249

B

- Bajar de precio, 184
- Balanza comercial, 338
 - déficit constante de la, 338
 - déficit de la, 334
- Banco central, 340
- Bancos comerciales, 325
- Bienes de consumo, 332
- Bienes raíces, 337
- Bienes y servicios, 327
- Bienestar social, 386
 - Características del, 384, 386
 - ciudadanos y, 376
 - mejora del, 388
- Billetes del tesoro, 85, 340
- Bimbo, 363, 365
- Bimbo L, 363
- Bimetalismo, 308
- Bitter Tax, 232
- Bolsa
 - caída de la, 327
 - corredor de, 355
 - de valores de México, 296, 322
 - piso de remates de la, 340, 341
- Bondes, 338
- Bondis, 343
- Bonos, 358
 - ajustados a la inflación, 343

- bancarios de rendimiento, 343
 características de los, 358
 colaterales, 343
 chatarra, 352
 de desarrollo, 343
 del Ahorro Nacional, 65
 del Tesoro, 339
 municipales, 339
 para la vivienda, 339
 para proyectos, 339
 para proyectos industriales, 339
 para reembolso, 339
- Boprenda, 343
 Bretton Woods, acuerdos de, 308
 Bursátiles, 354
- C**
- Cálculo de pago anual, 199
 Calificación de valores, 347
 Calificadora de valores, 347
 Capital de riesgo soberano, 336
 Capitalización continua de interés, 39
 Capitalizar mensualmente un interés, 37
 Capital prestado, 348
 Capitales extranjeros especulativos, 336
 Capitales golondrinos, 336
 Cargo anual de depreciación, 185
 Cargo real, 192
 Cargos actualizados, línea recta con, 296
 Cargo virtual, 197
 Casa de bolsa, 330
 CAUE, *véase* Costo anual uniforme equivalente
 Caval, *véase* Calificadora de valores
 CD, *véase* Certificados de depósito
 Cero inventarios, 192
 Ceros, 353
 características especiales de los, 354
 bursátiles, 363
 Certificado de estudios básicos, 398
 Certificados de depósitos, 362
 Certificados de Tesorería, 39, 302
 Cetes, 302, 338
 Ciemes-Wefa, 392
 Ciudadinos, viajeros, 389
- Clase, *véase* Clasificadora de riesgos
 Clasificadora de riesgos, 347
 Cláusula colateral, 343
 Cláusulas de retiro, 358
 Colegio de Contadores Públicos, 251
 Comisión Nacional de Valores, 292
 Compensación inflacionaria, 232
 Comportamiento ético, 402
 Comprador, 1
 Compra, poder de, 245
 Compraventa de opciones, 129
 Compraventa de títulos de deuda, 341
 Concepto, 404
 de bienestar social, 376
 Conducta moral, 403
 Confianza, 336, 339
 ahorradores, 336
 empresarios, 336
 gobiernos, 336
 pueblo, 336
 Constructos, 386
 Consumismo, 85
 Consumo, 85
 de drogas, 394
 Contratos financieros, 98
 Control del circulante, 324
 Convertibilidad de la emisión, 354, 358
 Corredor de bolsa, 355
 Cortar artificialmente el tiempo, 135
 Costo anual uniforme equivalente, 134-139
 acuerdos de signos, 136
 alternativas exclusivas, 136
 aplicaciones, 134
 comparación de alternativas, 149
 concepto, 134
 de capital, 97
 deducibles de impuestos, 184
 diagrama de flujo del, 139
 efectividad, 380, 385
 equivalente capitalizado, 152
 financiero, 199
 hundido, 209
 indirecto, 195
 método del, 137
 mixto, 97
 para el análisis económico, 134
 porcentual promedio, 260
 proceso automático, 138
 proceso semiautomático, 137
 recuperación de capital, 150
 simple, 97
 situaciones del, 134
 totales, 194
 valor de salvamento, 135
 vida útil del activo, 136
- Creadores de mercado, 341
 Crecimiento sostenido, 99
 Criterio de efectividad, 397, 398
 determinar el, 397
 inversión pública, 397
 Cupón, 353
 tenedor del, 353
 Cupón cero, 353
- D**
- Decisiones, 1
 económicas, 2
 Deducción de inversiones, 418
 Deducción inmediata de inversiones, 419
 evaluación con, 421
 Déficit, 334
 constante de la balanza, 338
 de la balanza comercial, 334
 permanente, 334
 Delitos, 392
 programas para reducir, 392
 Demanda, ley de la oferta y la, 310
 Demandas de bienes y servicios, 327
 Dependencia tecnológica, 316
 Depreciación, 184
 acelerada, 257-259
 amortización y, 184
 depreciación acelerada, 184
 depreciación en línea recta, 185
 efecto de la, 184
 en línea recta, 185
 estado de resultados de flujo de efectivo, 192
 fiscal, 185
 flujo de efectivo de impuestos, 184
 flujo neto de efectivo antes de impuestos, 196
 después de impuestos, 204
 FNE y financiamiento, 217
 inflación y, 257

- método de depreciación de suma de dígitos de años, 189
 método de, 189
 objetivo de la depreciación y la amortización, 191
 valor en libros del activo, 186-188 y amortización, 185
 y flujo de impuestos, 189-240
- Descuento, 353-363**
 instrumentos con, 353
 acciones comunes, 363
 acciones preferentes, 363
 tasa fija de interés, 362
 tasa fija de rendimiento, 358
 social, 393
 tasa de, 89, 353-363
- Desempeño económico, 193**
- Desempleo, seguro de, 392**
- Deuda de corto plazo, 323**
 calificación de, 349
 de emisión gubernamental, 343
 títulos de, 343
 de largo plazo, calificación de, 349
 categorías de, 351
 gubernamental, 324
- Dinero, 8**
 cambio del valor del, en el tiempo, 4
 constante, 246
 corriente, 246
 de emisión privada,
 nominal, 247
 no se crea de la nada, 326-329
 pago por el uso del, 2
 sin inflación,
- Dividendos, 363**
- División de acciones, 245**
- E**
-
- Educación, 396**
 nivel básico de, 396
- Efectividad por el uso de recursos, 385**
 criterio de, 398
 terminal, 397
- Efectivo, 9**
 entrada de, 9
 flujo de, 9
 salida de, 9
- Efecto de capitalización de intereses,**
 38
- Emisión de billetes, 305**
- Empresarios, 316**
 confianza de los, 316
- Empresas, 193, 329**
- Endeudamiento externo, 335**
- Energía eléctrica, 399**
- Equivalencia, 33**
 del dinero, 5-59
 concepto, 33
 de interés, 11
 básicos, 9
 en el tiempo, 8
 flujos de efectivo, 9
 en una entidad, 9
 interés continuo, 38
 nominal y efectivo, 35
 abordar problemas con, 40
 periodo de capitalización, 11
 fórmulas de interés capitalizado,
 11
 interés simple, 11
 representación gráfica, 9
 serie de gradiente, 26
 serie uniforme de pagos futuros, 15
 serie uniforme de pagos presentes,
 15
 tabla de factores, 30
 uso de la, 33
 uso de la notación simplificada, 30
- Equivalente capitalizado, 152**
- Error de cálculo, 344**
- Error de diciembre, 328**
- Escala homogénea, 349**
- Escenarios para proyectos de inversión, 311**
- Escudo fiscal, 205**
- Estabilidad monetaria, 338**
- Estado de resultados, 193**
 ganancias, 194
 pérdidas, 194
 de resultados proforma, 194
- Ética en inversiones públicas, 401**
 y filosofía en inversiones públicas,
 402
 evaluación social de la, 402
- Evaluación económica, 260, 269**
 con inflación, 269
 depreciación sin inflación, 328
 factores, 329
- instrumentos con descuento, 353
 oportunidades de inversión y, 325
 causas de la, 343
 renovación de Bimbo y Lara, 366
 trámites de inversión, 338
 valor de moneda, 305
 valuación de acciones, 364, 365
- Evaluación de proyectos, 193**
 social de inversiones públicas, 401-404
- F**
-
- Factor, 46**
 de un futuro dado un presente, 47
 de un presente dado un futuro, 47
 para calcular futuro si se conoce el presente, 46
- Filosofía en inversiones públicas, 401**
- Financiamiento**
 e inflación, 259
 permanente, 342
 y FNE, 205-209
- Flujo de efectivo, 13**
 antes de impuestos, 196
 conceptos básicos, 13
 costos financieros en entidades
 exentas de impuesto, 196
 de impuestos, 192
 antes, 192
 después, 192
 después de impuestos, 196
 efecto de depreciación, 196
 en una entidad, 13
 estado de resultados, 252
 financiamiento y, 261
 neto de, 192-195
 representación gráfica, 13
- FNE véase Flujo neto de efectivo**
- FNE sin inflación, 248**
- Fórmula**
 condensadas, 18
 de interés capitalizado, 12
 fundamental de la ingeniería económica, 13
- Fuente de financiamiento, 342**
 de empleos permanentes, 400

G

- Galletas Lara, 363
- Ganancia neta anual, 271
- Ganar nada, 153
- Gastar, 326
- Generalidades de la economía, 1-6
 - cambio del valor del dinero, 4
 - concepto y aplicación, 3
 - pago por el uso del dinero, 2
 - situaciones que no pueden analizar, 3
- Grupo Bimbo, 363, 366
 - campana publicitaria, 366
 - estrategia de distribución, 366

H

- Hiperinflación, 296
- Horror económico, 387
- Housing authority bonds*, 339

I

- IBM, 365
- Ilusión inflacionaria de ganancia, 253
 - monetaria, 4
- Impuestos, 184, 192, 194, 196
 - efecto de depreciación, 196
 - entidades exentas de pagar, 199
 - flujo neto de efectivo, 196
 - utilidad antes de, 184
- Incrementos de inversión, 143
 - comparación de, 143
- Índice Nacional de Precios al Consumidor, 245
- Industrial revenue bonds*, 339
- Inflación, 244
 - a futuro, 249
 - en México, 244
 - en la ingeniería económica, 244-282
 - cálculo de la TIR, 249
 - cómo se resuelve la, 249
 - enfoque que excluye la, 251
 - enfoque que incluye la, 252
 - restricciones de ambos enfoques, 252
 - depreciación acelerada y la, 257, 259
 - financiamiento y la, 262-264
 - flujo neto de efectivo y la, 196
 - generalidades, 194
 - qué es y cómo se mide, 194
 - valor de salvamento y la, 194, 254
 - Inflación baja, 433
 - constante, 434
 - elevada, 433
 - y financiamiento, 259
 - Ingeniería económica, 1-6
 - aplicación de la, 3
 - aplicación práctica de la, 249-282
 - antecedentes, 249
 - con inflación, 328
 - económica, 326
 - método de depreciación, 351
 - recaudación de impuestos, 351
 - cambio del valor del dinero en el tiempo, 4
 - concepto, 3
 - generalidades, 1-7
 - inflación en la, 243-269
 - cálculo de la TIR, 94
 - depreciación acelerada, 189-193
 - financiamiento, 259-263
 - flujo neto de efectivo, 196
 - generalidades, 194
 - valor de salvamento, 254
 - pago en el uso del dinero, 2
 - situaciones que no puede analizar la, 2
 - técnicas de la, 3
 - Ingresos, 194
 - antes de depreciación, 260
 - antes de impuestos, 258
 - Ingreso fijo, 353
 - Iniciados, 349
 - Instrumentos
 - acciones comunes, 365
 - acciones preferentes, 363
 - con descuento, 353
 - de cupón cero, 353
 - de ingreso fijo, 353
 - de inversión, 339
 - derivados, 348
 - gobierno, 339
 - Ajustabonos, 339
 - Bondes, 339
 - Cetes, 339
 - Udibonos, 339
 - riesgo de invertir en, 348
 - tasa fija de interés, 362
 - tasa fija de rendimiento, 358
 - Interés, 8
 - capitalizado, 8
 - continuo, 38
 - de préstamo menos inflación, 260
 - desarrollo de fórmulas de, 8, 9
 - discreto, 451
 - efectivo, 35
 - nominal, 35
 - nominal anual, 37
 - problemas del, 35, 36
 - simple, 362
 - sobre interés, 8, 362
 - sobre saldo insoluto, 36
 - tabla de factores, 451
 - Inversión, 329
 - aceptación de, 420
 - alternativas de, 342
 - acciones, 365
 - valuación de, 365
 - deducción inmediata de, 420
 - especulativa, 420
 - extranjera, 420
 - factores que afectan la, 329
 - oportunidades de, 296
 - causas que originan las, 329
 - factores que afectan las, 329
 - significado de, 329
 - tipos de, 420
 - trámites de, 339
 - vencimiento de la, 330
 - Inversionista, 85
 - Inversión sin riesgo, 336
 - Inversiones en el sector público, 376-411
 - análisis beneficio-costo, 381
 - Estados Unidos, 381-386
 - Latinoamérica, 394
 - características del bienestar social, 385-388
 - ética y filosofía en las, 401
 - evaluación social de las, 379, 397
 - método tradicional para las, 328
 - problemas metodológicos del beneficio-costo, 381-384
 - toma de decisiones en las, 381

Inversionistas, 246, 369
 de la bolsa de valores, 369
 acciones de los, 369, 370
 tipos de, 246
 organismos públicos, 246
 pensionados, 246
 viudas, 244

Inversión tradicional,
 Inversor, 246

Invertir en la alternativa de mayor
 inversión, 210

Investigación, 352
 valuación de alternativas de, 352

Invierta en lo que conoce, 320

J

Japón, tecnología en, 338
 Juicio de valor, 338

L

Lara, 366
 Lara de Bimbo, 366
 plantas de, 366

Leo Burnet, agencia, 366

Ley de la oferta y la demanda, 328
 del impuesto sobre la renta, 251

Libor, 368

Línea recta con cargos actualizados,
 296

Liquidez, 349, 352

Lotes, 341
 de acciones, 341
 sueltos, 341

L.R. véase Depreciación en línea
 recta

M

Máquina usada, 209

Maximizar la riqueza de accionistas, 85

Mayor ganancia, 85
 rendimiento, 329
 riesgo, 329

Medir beneficios y perjuicios, 381

Menor valor negativo, 136

Mercado de acciones Nasdaq, 341
 electrónico, 341
 OTC, 341
 primario, 340
 secundario, 341
 sobre el mostrador, 341

Mercadotecnia, 257

Mercado terciario, 341

Metales, 331

Método
 características, 88
 de análisis, 88
 de depreciación de SDA, 189, 205
 de depreciación en México, 418
 de depreciación sin inflación, 328
 deducción inmediata, 49
 del costo anual uniforme equiva-
 lente, 137
 gráfico, 192
 línea recta con cargo, 418
 tradicional de inversión pública, 328

Metro, véase Sistema de transporte
 colectivo

Moneda
 estabilizar la, 328
 fuertes, 305
 sobrevaluada, 328, 296
 valor de la, 296, 305

MxA, 349
 Mxa-1, 349
 Mxa-2, 350
 Mxa-3, 350
 MxAA, 350
 MxAAA, 350
 MxB, 351
 MxBBB, 351
 MxBBB, 351
 MxCC, 351
 MxCCC, 351
 MxD, 351

N

Nafinsa, 418
 investigación de, 418

Nasdaq, 341

Neglected News, 232

Nivel básico de educación, 396
 inflacionario y depreciación, 444

Notación simplificada, 46, 48

Notas del tesoro, 339, 358

Número de unidades productivas, 189

O

Obligación legal del gobierno, 318

Obsolescencia tecnológica, 145

Oferta y demanda, ley de la, 328

Oportunidades de inversión y evalua-
 ción económica, 295-354
 alternativas, 342
 causas que originan las, 338
 factores que afectan las, 329
 instrumentos con descuento, 353
 acciones comunes, 363
 acciones preferentes, 363
 tasa fija de interés, 362
 tasa fija de rendimiento, 352
 renovación de Bimbo y Lara, 366
 significado de inversión, 329
 trámites de inversiones, 338
 valor de la moneda, 296, 305
 factores que determinan el, 296
 valuación de acciones comunes, 365
 valuación de acciones preferentes,
 364
 valuación de alternativas de investi-
 gación, 352

Optimizar el sistema, 390

Organismos públicos, 329
 exentas de impuestos, 196
 no gubernamentales, 402

P

Pacto de solidaridad, 328

Pagafes, 343

Pagarés bancarios, 362

Pagar por el uso del dinero, 2

Pago
 a principio de año, 225
 de arrendamiento por adelantado,
 161
 de capital, 202
 del préstamo, 200

Pago justo, criterio, 9
 principal, 202

Pagos, 13, 17
 serie uniforme futuro, 13
 serie uniforme presente, 17
 uniforme, 17

Papel comercial, 354, 358

Paridad cambiaria, 314

Paridad del poder de compra, 319

Paridades, 314

Pasado, 209

Patrón oro, 333

PC, *véase* Papel comercial

Pensionados, 329

Periodo
 de capitalización, 38
 de planeación y análisis, 88
 de recuperación, 88

Perjuicio para la comunidad, 32

Perjuicios, 377

Persona moral, 8

Personas físicas, 8, 329

Pesimista, 269

Petróleo, 332

Petropagarés, 343

PIB, *véase* Producto interno bruto

Piedras preciosas, 331

Piso de remates, 340

Planeación financiera, 193

Pleno empleo, 333

Poder de compra, 337

Polinomio de grado, 94

Precio de retiro, 354

Premio al riesgo, 87, 383

Prestar dinero, 320
 requisitos para, 320

Prima de riesgo, 369

Proceso
 automático del CAUE, 138
 semiautomático de CAUE, 137

Producto interno bruto, 328
 porcentaje del, 315

Promedio
 al riesgo, 87
 cálculo del, 87
 ponderado de la TMAR, 105

Protección fiscal, 205

Proteccionismo, 334

Proyecto de inversión, 85
 escenarios para, 424

Punto de equilibrio, 161

R

RC, *véase* Recuperación de capital

Recálculo, 360

Recaudación de impuestos, 441
 depreciación y, 441
 nivel inflacionario y, 441

Recuperación
 de capital, 150
 CAUE y la, 150
 de inversión, 192
 vía fiscal, 191

Refunding bonds, 339

Registro de depreciación, 191
 efectos financieros, 191
 fiscal, 191

Regla de los signos de Descartes, 94,
 103

Reinversión, riesgo de, 351

Reemplazo de equipo, 209-213
 CAUE y análisis incremental en el,
 decisiones del, 209
 de un activo, 209
 por deterioro, 210

Rendimiento, 357
 buen, 327
 mayor, 329
 mínimo de mercado, 80
 tasa fija de, 357

Representación gráfica, 8

Reserva
 de dólares, 336
 de oro, 333
 ecológica, 378

Revenue bonds, 339

Rezago social, 395

Riesgo
 cambiario, 348
 crediticio, 348
 de falla en los pagos, 351
 de invertir en instrumentos deriva-
 dos, 348
 de liquidez, 348
 de mercado, 350
 de pérdida de poder de compra, 352
 de reinversión, 351
 de tasas de interés, 351
 mayor, 349

S

Saldo
 decreciente, 189
 doble decreciente, 189

Salud, 398

Satisfacción, 85

SDA, *véase* Suma de dígitos de los
 años

Sector público, inversiones en el, 376,
 408
 análisis beneficio-coste, 381
 Estados Unidos, 381-386
 Latinoamérica, 387
 características del bienestar social,
 379
 ética y filosofía en, 401
 evaluación social de los, 379, 382
 método tradicional, 378
 problemas metodológicos, 381
 toma de decisiones, 378

Segunda nación, 387

Seguro de desempleo, 392

Serie
 de gradiente, 105
 uniforme de pagos futuros, 22
 uniforme de pagos presentes, 17

Servicios 327
 de salud, 398
 educativos, 399, 400

Signo
 de Descartes, reglas de los, 103
 negativo de los cálculos, 136

SHCP, política cambiante de la, 360

Sincus, *véase* Sociedad de inversión de
 capitales

Sistema monetario internacional, 333

Sociedad de inversión de capitales,
 329, 373
 riesgo de los, 374-376

Suburbanos, ciudadanos, 334

Suma de dígitos de los años, 189
 evaluación con, 420
 método de, 189

Superávit, 337

T

Tabla de factores, 46
 de interés 447
 discreto, 447

Tasa

- bancaria de rendimiento, 86
- cupón, 360
- de crecimiento real del dinero, 246
- de descuento, 89
- de impuestos, 208
- de inflación, 383
- de interés, 348
- de morbilidad, 377
- de referencia, 86
- de rendimiento requerida por el inversionista, 368
- decisiones contrarias de la, 95
- del mercado, 368
- desventajas de la, 94
- determinación de la, 86
- efectiva por periodo, 36
- fija de interés, 362
- fija de rendimiento, 358
- impositiva, 205
- inflación y, 249
- interna de rendimiento, 92-94, 368
- libre de riesgo, 368
- líder, 368
- métodos de análisis, 88
- mínima aceptable de rendimiento, 86-88
- pérdida en proporción de la, 205
- periodo de recuperación, 88
- positivas, 327
- primaria, 344
- que cobra el banco, 208
- sin inflación, 247
- social, 394

T-bills, 339

T-bonds, 339

Técnica

- de cero inventarios, 192
- del VPN incremental, 209

Tecnología, 333**Teorema, 51**

- pasos del, 51
- fundamental, 51
- fundamental de ingeniería económica, 85

formas del, 85

Teoría

- de juegos de Newman y Morgers-
ten, 84
- de la paridad del poder de compra,
337
- de la utilidad, 84, 85
- macroeconómica, 331

Tesobonos, 343

Tiempo cero, 246

TIR, *véase* Tasa interna de ren-
dimiento

Titulos de deuda 340

- de emisión privada, 345
- de empresas, 347
- gubernamental, 342

TMAR, *véase* Tabla mínima aceptable
de rendimiento

de la empresa, 209

mixta, 209

sin inflación, 246

T-notes, 339

Toma de decisiones

- económicas, 84
- empresas en la, 1
- en inversión pública, 328
- óptimas, 196

Tomar una posición, 370

Trámites de inversiones, 338

Treasury bills, 339

U

Udibonos, 338

Unicef, 402

Unidades producidas, 189

Utilidad antes de impuestos, 184

V**Valor**

- activo para el fisco, 186
- cambio del, 4

cero, 353

comentarios adicionales sobre el,
96

de la moneda, 331

de mercado, 135

de recuperación, 135

de rescate, 135

de salvamento del activo usado,
147

de salvamento, 135

decisiones contrarias del, 95

del dinero, 4

en libros del activo, 186

factores que determinan el,
331-338

neto, 89

nominal, 353

presente neto social, 379

presente, 89

Valuación

de acciones comunes, 365

preferentes, 364

Variabes indirectas, 388

Vencimiento, 330, 348

de la inversión, 330

Vendedor, 1

Vestido, 386

Viajeros

ciudadinos, 389

suburbanos, 389

Vida útil del activo, 136

Viudas, 329

Vivienda, 387

Volatilidad del mercado, 260

VPN, *véase* Valor presente neto

VPN calculado, 269

VPN empresarial, 269

VPN financiero, 269

VPN negativo, 91

Y

Yen, 337